TDIU

CEDR

ОСНОВЫ ЭКОНОМЕТРИКИ

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ТАШКЕНТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР «НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ И ПРОБЛЕМЫ РАЗВИТИЯ ЭКОНОМИКИ УЗБЕКИСТАНА» ПРИ ТАШКЕНТСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ ЭКОНОМИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

ОСНОВЫ ЭКОНОМЕТРИКИ

ТАШКЕНТ - 2019

УДК: 330.115 (07)

Основы эконометрики. Учебное пособие. – Т.: LESSON PRESS, 2019. - 198 с.

Основы эконометрики. Учебное пособие. Одобрено и рекомендовано советом научно-исследовательского центра "Научные основы и проблемы развития экономики Узбекистана" при Ташкентском государственном экономическом университете. Пособие разработано на основе научно-фундаментального проекта ОТ-Ф1-022 «Научно-методические основы выявления и мобилизации внутренних резервов и возможностей в обеспечении устойчивого экономического роста», а также в рамках интеграции науки и образования.

Основы эконометрики - это предмет, который изучает количественную взаимосвязь между экономическими процессами и явлениями. Эконометрические методы появились и развились на основе парных и множественных регрессий, парной, частной и многомерной корреляции, разделение трендов на компоненты временных рядов и методов их статистической оценки. Данное учебное пособие предназначено для студентов высших учебных заведений экономического направления, а также для преподавателей, научных работников и специалистов в области эконометрического моделирования.

Эконометрика асослари - бу иқтисодий жараён ва ҳодисаларни ўзаро боғланишини миқдор жиҳатдан ўрганувчи фандир. Эконометрик усуллар жуфт ва кўп ўлчовли регрессия, жуфт, хусусий ва кўп ўлчовли корреляция, вақтли қаторлар трендлари ва компоненталарини ажратиш ҳамда уларни статистик баҳолаш усуллари асосида юзага келган ва ривожланган. Ушбу ўқув қўлланма иқтисодий йўналишдаги олий ўқув юртлари талабалари, шунингдек ўқитувчилар, илмий ходимлар ва эконометрик моделлаштириш соҳаси мутахассислари учун мўлжалланган.

Basic of Econometrics is a subject that studies the quantitative relationship between economic processes and phenomena. Econometric methods appeared and developed on the basis of paired and multiple regressions, paired, private and multidimensional correlations, the division of trends into components of time series and methods for their statistical evaluation. This study guide is intended for students of higher educational institutions of economic direction, as well as for teachers, researchers and specialists in the field of econometric modeling.

Авторы
Д.К. Ахмедов, А.И. Ишназаров, Ш.Т. Нуруллаева

Ответственный редактор
Т.Ш. Шодиев – д.э.н., проф.

Рецензенты
А.А. Алмурадов – к.э.н., доцент ТГЭУ
Д.К.Абдуллаева – к.э.н., доцент РЭУ
им. Г.В. Плеханова в г.Ташкенте

© НИЦ «Научные основы и проблемы развития экономики Узбекистана

СОДЕРЖАНИЕ

Тема 1. Основы эконометрического моделирования…… 7
Тема 2. Цель и задачи дисциплины……. 15
Тема 3. Информационное обеспечение эконометрических моделей…….. 25
Тема 4. Необходимые понятия теории вероятностей и математической статистики в эконометрике..... 31
Тема 5. Парный корреляционно-регрессионный анализ…….. 48
Тема 6. Нелинейная регрессия..... 58
Тема 7. Многофакторный эконометрический анализ…… 62
Тема 8. Частные уравнения регрессии..... 70
Тема 9. Оценка качества эконометрических моделей…… 77
Тема 10. Временные ряды …… 86
Тема 11. Эконометрическая модель в виде системы уравнений…… 95
Тема 12. Прикладные эконометрические модели..... 102
Тема 13. Использование эконометрических моделей при прогнозировании экономических показателей..... 118
Тема 14. Динамические эконометрические модели ……. 140
Тема 15. Информационные технологии в эконометрических исследованиях..... 150
Список рекомендуемой литературы…… 165
Глоссарий…… 167

МУНДАРИЖА

1 мавзу. Эконометрик моделлаштириш асослари..... 7
2 мавзу. Фаннинг мақсад ва вазифалари..... 15
3 мавзу. Эконометрик моделларнинг ахборот таъминоти..... 25
4 мавзу. Эконометрикада эҳтимоллар назарияси ва математик статистиканинг зарур тушунчалари..... 31
5 мавзу. Жуфт корреляцион-регрессион таҳлил..... 48
6 мавзу. Эгри чизиқли регрессия..... 58
7 мавзу. Кўп омилли эконометрик таҳлил..... 62
8 мавзу. Хусусий регрессия тенгламалари..... 70
9 мавзу. Эконометрик моделлар сифатини баҳолаш..... 77
10 мавзу. Вақтли қаторлар..... 86
11 мавзу. Тенгламалар тизими кўринишидаги эконометрик модель..... 95
12 мавзу. Амалий эконометрик моделлар..... 102
13 мавзу. Иқтисодий кўрсаткичларни прогнозлашда эконометрик моделлардан фойдаланиш..... 118
14 мавзу. Динамик эконометрик моделлар..... 140
15 мавзу. Эконометрик тадқиқотларда ахборот технологиялари..... 150
Фойдаланилган адабиётлар рўйхати..... 165
Глоссарий…..... 167

CONTENT

Theme 1. Basics of econometric modeling..... 7
Theme 2. The purpose and objectives of the discipline..... 15
Theme 3. Information support of econometric models..... 25
Theme 4. Necessary concepts of probability theory and mathematical statistics in econometrics..... 31
Theme 5. Pair correlation and regression analysis..... 48
Theme 6. Nonlinear regression..... 58
Theme 7. Multivariate econometric analysis..... 62
Theme 8. Partial regression equations..... 70
Theme 9. Estimate of the quality of econometric models..... 77
Theme 10. Time series..... 86
Theme 11. Econometric model in the form of a system of equations..... 95
Theme 12. Applied econometric models..... 102
Theme 13. Using econometric models in forecasting economic indicators..... 118
Theme 14. Dynamic econometric models..... 140
Theme 15. Information technology in econometric research..... 150
Literature……. 165
Glossary…….. 167

Тема 1. ОСНОВЫ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

1. Основы моделирования экономики.
2. Классификация экономико-математических моделей.
3. Этапы экономико-математического моделирования.

1. Основы моделирования экономики

В Указе Президента Республики Узбекистан Ш.Мирзиёева «О Стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан» отмечается: «Отказ от административно - командного управления экономикой, поэтапная реализация рыночных реформ и взвешенная денежно-кредитная политика способствовали обеспечению макроэкономической стабильности, высоких темпов роста экономики, удержанию инфляции в прогнозных пределах, созданию широких возможностей и благоприятных условий для развития малого бизнеса и частного предпринимательства, фермерского движения.

Вместе с тем, всесторонний анализ пройденного этапа развития страны, изменяющаяся конъюнктура мировой экономики в условиях глобализации и усиливающаяся конкуренция требуют выработки и реализации кардинально новых идей и принципов дальнейшего устойчивого и опережающего развития страны»[1].

В Постановлении Президента Республики Узбекистан № ПП-3775 от 05.06.2018 года особо отмечено, что необходимо: «обеспечение активного участия высших образовательных учреждений в широком обсуждении проектов нормативно-правовых актов и программ, направленных на ускоренное развитие регионов, отраслей экономики и социальных сфер; создание необходимых условий для всестороннего развития и поддержки инновационных и технологических идей, принятие конкретных мер по повышению инициативности профессорско-преподавательского состава, молодых ученых и студентов в разработке инновационных технологий; регулярное проведение с руководителями, ведущими специалистами отраслей экономики и социальных сфер, активными предпринимателями семинаров и

[1]Мирзиёев Ш.М. О Стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан // «Народное слово» от 8 февраля 2017 года № 28 (6692).

«круглых столов» по актуальным вопросам, проведение научно-практических исследований, направленных на решение проблем, возникающих в их деятельности…»[2].

В настоящее время экономическая наука и практика все более глубоко овладевает достижениями прикладной математики, превращая их из инструмента научных исследований в важное средство эффективного решения сложных социально-экономических проблем. Главные преимущества математики как средства научного познания раскрываются при построении математических моделей, заменяющих в определенном отношении исследуемые объекты.

Экономико-математическое моделирование включает такие этапы обучения, как изучение основ моделирования сложных экономических систем, моделирование на примере конкретных экономических объектов, изучение их экономического смысла, решение задач с помощью компьютерных программ и проведение экономического анализа полученных результатов.

2. Классификация экономико-математических моделей

Слово «модель» произошло от латинского слова «*modulus*», означает «мера», «образец». Его первоначальное значение было связано со строительным искусством, и почти во всех европейских языках оно употреблялось для обозначения образа или прообраза, или вещи, сходной в каком-то отношении с другой вещью. Например, перед строительством здания, сооружения делали его уменьшенную копию для обсуждения, улучшения, утверждения проекта.

Термин «модель» широко используется в различных сферах человеческой деятельности и имеет множество смысловых значений. В этом разделе мы будем рассматривать только такие модели, которые являются инструментами получения знаний.

Модель - это такой материальный или мысленно представляемый, то есть информационный объект, который в процессе исследования замещает объект-оригинал, обладая его существенными информационными свойствами (качественно-

[2]Постановление Президента Республики Узбекистан от 5июня2018 года “О дополнительных мерах по повышению качества образования в высших образовательных учреждениях и обеспечению их активного участия в осуществляемых в стране широкомасштабных реформах”//"Народное слово", 6 июня 2018 г.

логическими и количественно-математическими), то есть характером отношений между элементами изучаемого объекта и его отношений к другим объектам физической реальности, так, что изучение модели дает новые знания об объекте-оригинале. Более строго, по сути модель представляет собой вид информационной системы, копирующей целевые системы (информационные, энергетические, вещественные), и предназначенной для изучения свойств последних.

Модель может описывать либо внутреннюю структуру объекта, либо, если структура неизвестна, - его поведение, т.е. реакцию на воздействие известных факторов (принцип «черного ящика«). Один и тот же объект может быть описан различными моделями в зависимости от исследовательской или практической потребности, возможностей математического аппарата и т.п. Поэтому всегда необходима оценка модели и области, в которой выводы из ее изучения могут быть достоверны.

Математическая модель - приближенное описание объекта моделирования, выраженное с помощью математической символики.

Экономико-математическая модель (*economic-mathematical model*) - математическое описание экономического *процесса* или *объекта*, произведенное в целях их исследования и управления ими: математическая запись решаемой экономической задачи (поэтому часто термины “модель” и “задача” употребляются как синонимы). Существует еще несколько вариантов определения этого термина.

Моделирование - процесс построения, изучения и применения моделей. Оно тесно связано с такими категориями, как абстракция, аналогия, гипотеза и др. Процесс моделирования обязательно включает и построение абстракций, и умозаключения по аналогии, и конструирование научных гипотез. Главная особенность моделирования в том, что это метод опосредованного познания с помощью объектов-заместителей.

Процесс моделирования включает три обязательных компонента:

- субъект (исследователь);
- объект исследования;
- модель, опосредствующую отношения познающего субъекта и познаваемого объекта.

Основные цели моделирования:

- познание объекта или системы;
- прогнозирование поведения объекта;
- принятие наилучших решений для достижения объектом поставленной перед ним цели.

Основное требование, предъявляемое к моделям – это их адекватность реальным процессам или объектам, которые замещает модель.

Практически во всех науках о природе, живой и неживой, об обществе, построение и использование моделей является мощным орудием познания. Реальные объекты и процессы бывают столь многогранны и сложны, что лучшим (а иногда и единственным) способом их изучения часто является построение и исследование модели, отображающей лишь какую-то грань реальности и потому многократно более простой, чем эта реальность. Многовековой опыт развития науки доказал на практике плодотворность такого подхода. Более конкретно, необходимость использования метода моделирования определяется тем, что многие объекты (или проблемы, относящиеся к этим объектам) непосредственно исследовать или вовсе невозможно, или же это исследование требует слишком много времени и средств.

Основные экономико-математические методы приведена на рис. 1.1.

В моделировании есть два различных подхода. Это натурное и абстрактное моделирование.

Классификация экономико-математических моделей

1. Экономико-математические модели классифицируются по разным основаниям.

По целевому назначению они делятся на:

• теоретико-аналитические – в исследованиях общих свойств и закономерностей;

• прикладные - при решении конкретных экономических задач (модели экономического анализа, прогнозирования, управления).

По исследуемым экономическим процессами содержательной проблематике экономико-математические модели делятся на:

- модели производства в целом и его подсистем – отраслей, регионов и т.д.;

- комплексы моделей производства, потребления, формирования и распределения доходов, трудовых ресурсов, ценообразования, финансовых связей и т.д.

В соответствии с классификацией математических моделей они подразделяются на:

- функциональные;
- структурные;
- структурно-функциональные.

Применение в исследованиях на хозяйственном уровне структурных моделей обосновано взаимосвязью подсистем. Типичными в данном случае являются модели межотраслевых связей.

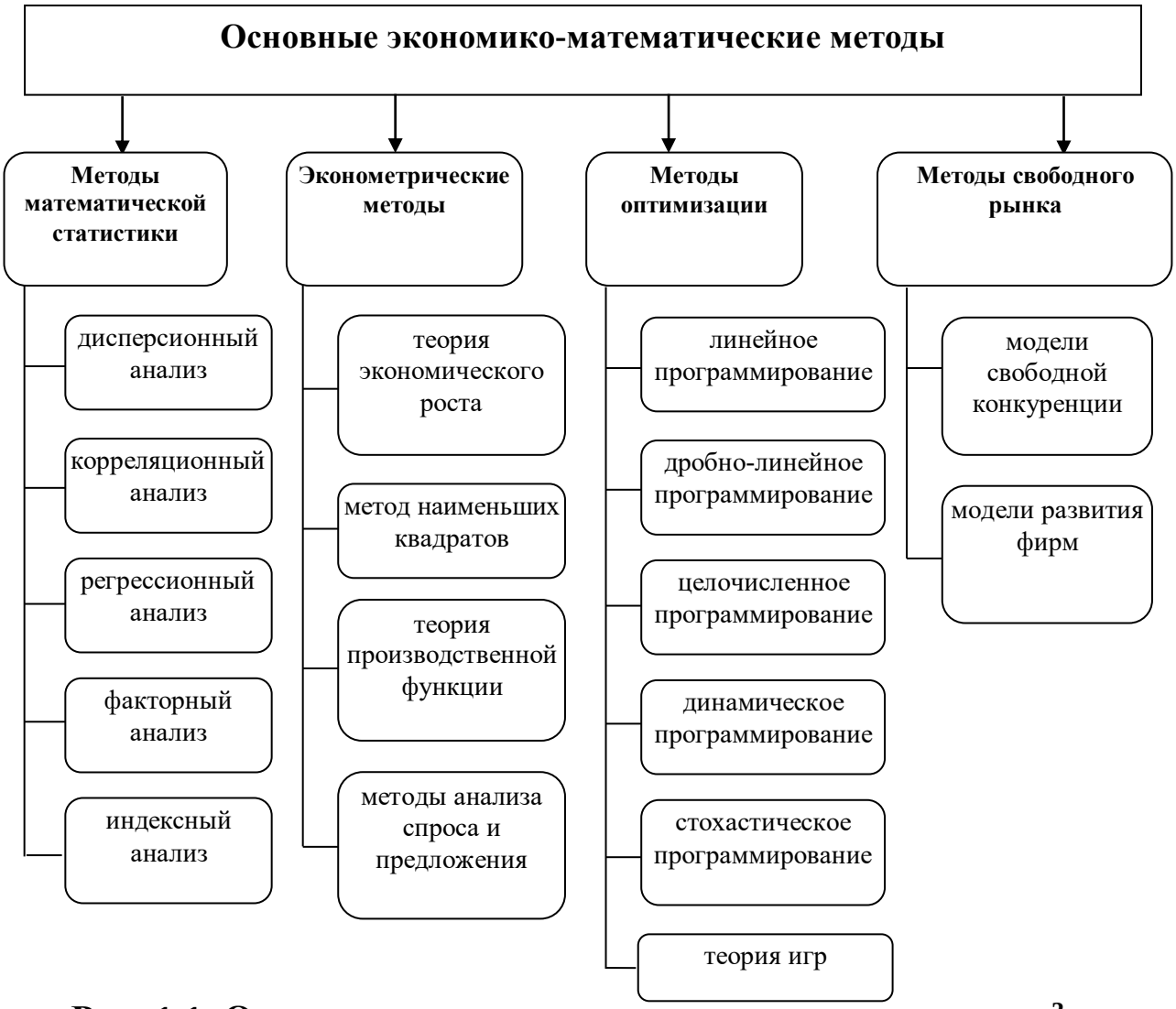


Рис. 1.1. Основные экономико-математические методы[3]

[3]Федосеев В.В. Экономико-математические методы и прикладные модели. Учебное пособие. –М.: ЮНИТИ, 2009.– 595 с.

Функциональные модели широко применяются в сфере экономического регулирования. Типичными в данном случае являются модели поведения потребителей в условиях товарно-денежных отношений. Один и тот же объект может быть представлен в виде и структурной, и функциональной модели одновременно. Так, например, для планирования отдельной отраслевой системы используется структурная модель, а на хозяйственном уровне – функциональная.

2. Различия между моделями дескриптивными и нормативными выявляются при рассмотрении их структуры и характера использования.

Дескриптивные модели дают ответ на вопрос: «Как это происходит?» или «Как это вероятнее всего может дальше развиваться?», то есть объясняют наблюдаемые факты или прогнозируют вероятность каких-либо фактов.

Цель дескриптивного подхода – эмпирическое выявление различных зависимостей в экономике. Это могут быть установление статистических закономерностей экономического поведения социальных групп, изучение вероятных путей развития каких-либо процессов при неизменных условиях или без внешних воздействий и другие исследования. Примером здесь может быть модель покупательского спроса, построенная на основе обработки статистических данных.

Нормативные модели признаны ответить на вопрос: «Как это должно быть?», то есть предполагают целенаправленную деятельность. Типичным примером является модель оптимального планирования.

3. Признаки дескриптивных и нормативных моделей сочетаются, если нормативная модель сложной структуры объединяет отдельные блоки, которые являются частными дескриптивными моделями. Так, межотраслевая модель может включать функции покупательского спроса, отражающие поведение потребителей при изменении доходов.

Дескриптивный подход широко распространен в имитационном моделировании.

По характеру обнаружения причинно-следственных связей различают модели жестко детерминистские и модели, включающие элементы случайности и неопределенности.

4. По способам отражения фактора времени экономико-математические модели делятся на статические и динамические.

В статических моделях все закономерности экономики относятся к одному моменту или периоду времени. Динамические модели характеризуют изменения во времени.

3. Этапы экономико-математического моделирования

Как и любое моделирование, процесс экономико-математического моделирования представляет собой последовательность нескольких взаимосвязанных этапов, а именно (рис. 1.2):

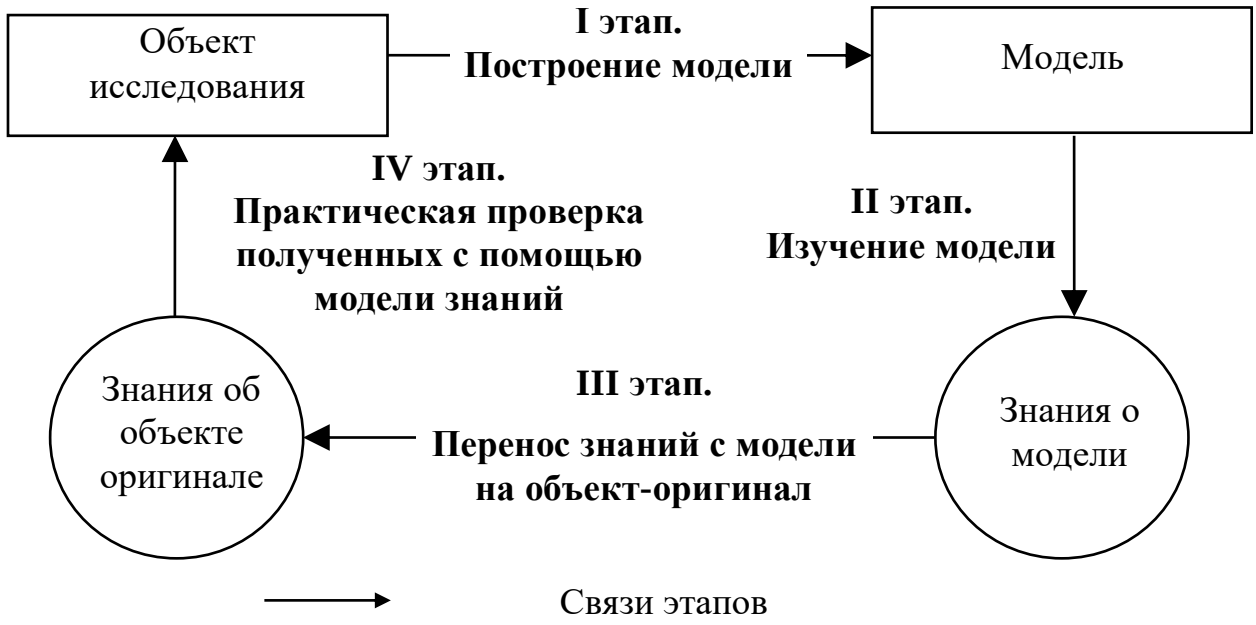


Рис. 1.2. Общая схема процесса моделирования[4]

1. ***Постановка проблемы***, формулировка целей моделирования.

2. ***Построение концептуальной модели.*** Выделение в исследуемой экономической системе структурных или функциональных элементов, соответствующих целям моделирования, и их наиболее важных характеристик.

3. ***Построение математической модели.*** Введение символьных обозначений и формализация взаимосвязей, т.е. выражение экономической проблемы в виде конкретных математических зависимостей (уравнений, неравенств, функций и др.).

[4] Федосеев В.В. Экономико-математические методы и прикладные модели. Учебное пособие. –М.: ЮНИТИ, 2009.– 595 с.

4. ***Математический анализ модели.*** Важным моментом этого этапа является доказательство существования решения сформулированной задачи.

5. ***Проведение расчетов вручную или на ЭВМ*** (***вычислительный этап***).

7. ***Анализ и интерпретация полученных результатов.*** Проверяется адекватность модели тем свойствам, которые выбраны в качестве существенных.

Тема 2. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Введение в эконометрику. Цели и задачи дисциплины.
2. Эконометрика и ее связь с другими предметами. Сложность экономических систем и процессов.
3. Значение эконометрического моделирования в анализе состояния мировой экономики.
4. Этапы эконометрического моделирования.

1. Введение в эконометрику. Цели и задачи предмета

Эконометрика – быстроразвивающаяся отрасль науки, цель которой состоит в том, чтобы придать количественные меры экономическим отношениям.

Термин «эконометрика» был впервые введен бухгалтером П.Цьемпой (Австро-Венгрия, 1910 г.). Цьемпа считал, что если к данным бухгалтерского учета применить методы алгебры и геометрии, то будет получено новое, более глубокое представление о результатах хозяйственной деятельности. Это употребление термина, как и сама концепция, не прижилось, но название «эконометрика» оказалось весьма удачным для определения нового направления в экономической науке, которое выделилось в 1930 г.

Слово «эконометрика» представляет собой комбинацию двух слов: «экономика» и «метрика» (от греч. «*metron*»). Таким образом, сам термин подчеркивает специфику, содержание эконометрики как науки: количественное выражение тех связей и соотношений, которые раскрыты и обоснованы экономической теорией. И. Шумпетер (1883–1950), один из первых сторонников выделения этой новой дисциплины, полагал, что в соответствии со своим назначением эта дисциплина должна называться «*эконометрика*». Советский ученый А.Л. Вайнштейн (1892–1970) считал, что название настоящей науки основывается на греческом слове метрия (геометрия, планиметрия и т.д.), соответственно по аналогии – эконометрия. Однако в мировой науке общеупотребимым стал термин «эконометрика». В любом случае, какой бы мы термин ни выбрали, эконометрика является наукой об измерении и анализе экономических явлений.

Зарождение эконометрики является следствием междисциплинарного подхода к изучению экономики. Эта наука возникла в результате взаимодействия и объединения в особый «сплав» трех компонент: экономической теории, статистических и математических методов. Впоследствии к ним присоединилось развитие вычислительной техники как условие развития эконометрики.

В журнале «Эконометрика», основанном в 1933 г. Р. Фришем (1895-1973), он дал следующее определение эконометрики: «Эконометрика – это не то же самое, что экономическая статистика. Она не идентична и тому, что мы называем экономической теорией, хотя значительная часть этой теории носит количественный характер. Эконометрика не является синонимом приложений математики к экономике. Как показывает опыт, каждая из трех отправных точек – статистика, экономическая теория и математика – необходимое, но не достаточное условие для понимания количественных соотношений в современной экономической жизни. Это – единство всех трех составляющих. И это единство образует эконометрику».

Таким образом, эконометрика – это наука, которая дает количественное выражение взаимосвязей экономических явлений и процессов, а также термин ***«эконометрика»*** экономисты начали применять благодаря исследованиям П.Цъемпы (1910), Й.Шумпетера (1923), Р.Фриша (1930). Этот термин появился в результате соединения двух слов: **«экономика»** и **«метрика»**. В переводе с греческого ***oikonomos*** (экономист) - это управляющий домом, метрика ***(metrihe, metron)*** - мера, размер.

Ученые-эконометристы, признанные авторитеты в области эконометрических исследований, по-разному подходили к определению эконометрики. Приведем примеры их высказываний (рис.2.1).

Эконометрика - это наука, изучающая в количественном аспекте, связи между сложными экономическими процессами и явлениями, изменяющимися в динамике на базе экономической теории, математической статистики и теории вероятностей. Следовательно, ***предметом*** эконометрии является экономика, ее процессы и явления.

Автор	Содержание понятия «эконометрика»
Р. Фриш	«...есть единство трех составляющих - статистики, экономической теории и математики»
Ц. Грилихес	«...является одновременно нашим телескопом и нашим микроскопом для изучения окружающего экономического мира»
Э. Маленво	«...наполняет эмпирическим содержанием априорные экономические рассуждения»
С. Фишер	«...занимается разработкой и применением статистических методов для измерения взаимосвязей между экономическими переменными»
С. Айвазян	«...объединяет совокупность методов и моделей, позволяющих придавать количественные выражения качественным зависимостям»

Рис. 2.1. Формулировки определений понятия «эконометрика»[5]

Предмет исследования эконометрики - это массовые экономические процессы и явления. Предметы исследования эконометрики и статистики очень схожи, тем более что большинство эконометрических методов изучения социально-экономических закономерностей позаимствованы из статистики. Однако специально для эконометрики были разработаны некоторые дополнения методов, которые не применяются в статистике.

Цель эконометрики - это количественная характеристика экономических закономерностей, выявляемых экономической теорией в общих чертах.

Объектом изучения эконометрики выступают существующие экономические связи, закономерности и тенденции в национальной экономике.

Область эконометрики определяется моделями математической экономики.

Основные задачи эконометрики:

• построение количественно определенных эконометрических моделей;

• разработка методов оценки их параметров по статистическим данным;

[5] http://bugabooks.com/book/553-yekonometrika-uchebnoe-posobie-v-sxemax-i-tablicax/4-tema1-opredelenie-yekonometriki.html

• анализ свойств эконометрических уравнений с целью прогнозирования.

Под ***экономическим объектом*** будем понимать любой элемент экономики (микроуровень: фирмы, семьи, предприятия; мезоуровень: регионы, отдельный сектор экономики, отрасли, корпорации; макроуровень: экономика страны в целом).

Экономические переменные - это набор количественных характеристик, описывающий деятельность экономического объекта.

2. Эконометрика и ее связь с другими предметами. Сложность экономических систем и процессов

Эконометрическое знание выделилось и сформировалось как закономерный результат развития и взаимодействия экономической теории, математической экономики, экономической статистики, математической статистики и теории вероятностей. Эконометрика формулирует собственные предмет, цель и задачи исследования. При этом содержание эконометрики, ее структура и область применения тесно связаны с перечисленными науками и приведены на рис.2.2.

Эконометрика	Другие науки
Изучаются экономические явления с точки зрения количественных характеристик. Осуществляется опытная проверка экономических законов.	***Экономическая теория.*** Изучаются качественные аспекты экономических явлений. ***Математическая экономика.*** Получают выражение экономических законов в форме математических моделей.
Применяется инструментарий экономической статистики для анализа и прогноза экономических взаимосвязей. Применяется аппарат математической статистики в силу случайного характера большей части экономических показателей.	***Экономическая статистика.*** Собираются, обрабатываются и представляются экономические данные в наглядном виде. ***Математическая статистика.*** Разрабатываются методы анализа данных в зависимости от целей исследования.

Рис. 2.2. Взаимосвязь эконометрики с другими науками[6]

[6] http://bugabooks.com/book/553-yekonometrika-uchebnoe-posobie-v-sxemax-i-tablicax/4-tema1-opredelenie-yekonometriki.html

Эконометрика как наука является следствием междисциплинарного подхода к изучению экономики. На современном этапе своего развития эконометрика представляет собой сочетание трех наук:

1) экономической теории;

2) математики;

3) математической и экономической статистики.

Помимо вышеназванных дисциплин, одним из основных факторов развития эконометрики является развитие компьютерных технологий и специализированных пакетов прикладных программ. Следовательно, эконометрика с помощью статистических и математических методов анализирует экономические закономерности, доказанные экономической теорией.

Задачи, решаемые с помощью эконометрики, классифицируются по трем признакам:

1) ***по конечным прикладным целям:***

а) **задачи прогноза** социально-экономических показателей, характеризующих состояние и развитие изучаемой системы;

б) **задачи моделирования** возможных вариантов социально-экономического развития системы для определения параметров, которые оказывают наиболее сильное влияние на состояние системы в целом;

2) ***по уровню иерархии:***

а) **задачи макроуровня** (страна в целом);

б) **задачи мезоуровня** (уровень отраслей, регионов);

в) **задачи микроуровня** (уровень фирмы, семьи, предприятия);

3) ***по области решения проблем изучаемой экономической системы:***

а) задачи изучения рынка;

б) задачи изучения инвестиционной, социальной, финансовой политики;

в) задачи изучения ценообразования;

г) задачи изучения распределительных отношений;

д) задачи изучения спроса и потребления;

е) задачи изучения отдельно выделенного комплекса проблем.

Решение перечисленных задач эконометрики осуществляется с использованием математических моделей, построенных на основе эмпирических данных.

3. Значение эконометрического моделирования в анализе состояния мировой экономики

Эконометрика – на современном этапе модернизации национальной экономики это одно из важнейших и самостоятельных востребованных ответвлений комплекса научных дисциплин, объединяемых понятием экономико-математические методы, выделившееся в отдельную дисциплину. Эконометрика – научная дисциплина, предметом которой является изучение количественной стороны экономических явлений и процессов, взаимосвязи показателей экономики средствами математики, экономики и статистики. Ее главным инструментом является эконометрическая модель (как определенный вид экономико-математической модели), задачей – проверка экономических теорий на фактическом (эмпирическом) материале при помощи методов математической статистики.

Эконометрические методы применяются как для микро-уровня, так и для построения крупных эконометрических систем моделей, описывающих экономику той или иной страны и включающие в качестве составных элементов производственную функцию, инвестиционную функцию, а также уравнения, характеризующие движение занятости, доходов, цен, процентных ставок и другие эконометрические зависимости. Широко известны Бруклинская модель, Голландская модель используемые для прогнозирования и разработки экономической политики. Приемы и методы эконометрики применяются также в анализе спроса и потребления.

Таким образом, в последние десятилетия эконометрика играет решающую роль при проведении экономических расчетов разного уровня и назначения.

Эконометрические модели дают полезную и существенную информацию для анализа, синтеза и прогноза экономических процессов, если они базируются на теоретических положениях экономической теории, учитывают многосторонние взаимосвязи экономических показателей, обеспечивают многовариантность принятия хозяйственных решений, а также доступны для применения на практике. Соблюдение этих требований обеспечивается в процессе построения и использования экономической модели.

Эконометрические методы позволяют упорядочить систему экономической информации, выявлять недостатки в имеющейся информации.

Формализация экономических задач и применение ЭВМ многократно ускоряют типовые, массовые расчеты, повышают точность и сокращают трудоемкость, позволяют проводить многовариантные экономические обоснования.

Как было сказано выше, основой механизма эконометрического моделирования является эконометрическая модель. Экономический объект в такой модели описывается и изучается с помощью эмпирических (статистических) данных. Ошибка предсказаний по такой модели не превосходит заданной величины. С помощью этой модели можно выразить закономерности изменения экономических показателей посредством математических систем уравнений и неравенств.

Эконометрическая модель в общем виде записывается следующим образом:

$$Y = f(x_1, x_2, ..., x_n).$$

Классы эконометрических моделей

Эконометрическая модель является главным инструментом эконометрики и предназначена для анализа и прогноза экономических явлений и объектов. В связи с этим все эконометрические модели условно делят на три класса:

1. Регрессионные модели с одним уравнением (модель цены от объёма поставки; модель зависимости объёма производства от производственных факторов).

2. Системы одновременных уравнений (модель спроса и предложения, Кейнсианская модель формирования доходов).

3. Модели временных рядов (модели, описывающие зависимость результативного признака от времени).

Эконометрические модели отражают свойства изучаемых объектов или явлений, например:

- свойство времени двигаться вперед (экономические явления происходят в пространстве и во времени) используется в моделях временных рядов;
- свойство динамического равновесия многих экономических явлений применяется в решении систем одновременных уравнений;

• свойство прошлых, настоящих и будущих значений переменных влиять на текущее состояние экономического явления реализуется в моделях авторегрессии и автокорреляции, в моделях адаптивного прогноза;

• свойство временной задержки (лага) между причиной и следствием экономического явления проявляется в моделях с распределенным лагом;

• свойство цикличности большого количества экономических явлений находит место в моделях временных рядов с сезонной составляющей.

Типы данных и виды переменных в эконометрическом моделировании.

Типы данных:

1. Пространственные (набор сведений по разным объектам, взятым за один и тот же период времени, например объем производства предприятий региона, численность сотрудников институтов города).

2. Временные (набор сведений, характеризующий один и тот же объект в разные периоды времени, например индекс потребительских цен, объемы экспорта и импорта).

3. Панельные (набор сведений, характеризующий одни и те же объекты в разные периоды времени, например индекс потребительских цен, объемы экспорта и импорта).

Виды переменных:

1. Экзогенные – (независимые, x) их значения задаются вне модели.

2. Эндогенные– (зависимые, y) их значения определяются внутри модели.

3. Лаговые – (экзогенные или эндогенные) датируются предыдущими моментами времени и находятся в уравнении с текущими переменными.

4. Предопределенные – (лаговые и текущие экзогенные переменные, лаговые эндогенные переменные)

Эконометрическая модель каждого класса направлена на объяснение значений текущих эндогенных переменных в зависимости от значений предопределенных переменных.

Точность моделирования зависит в том числе и от объема совокупности (выборки). В связи с этим количество значений

переменной или объем выборки должен быть в 6-7 раз больше количества факторов модели.

4. Этапы эконометрического моделирования

Для пояснения сущности именно эконометрической модели удобно разбить весь процесс моделирования на *шесть основных этапов*: постановочный, априорный, этап параметризации, информационный, этапы идентификации и верификации (рис.2.3).

Рис. 2.3. Этапы эконометрического моделирования[7]

1-й этап (постановочный). Формулируется *цель* исследования, *набор* участвующих в модели экономических переменных.

В качестве цели эконометрического моделирования обычно рассматривают *анализ* исследуемого экономического объекта (процесса); *прогноз* его экономических показателей, *имитацию* развития объекта при различных значениях экзогенных переменных (отражая их случайный характер, изменение во времени), *выработку управленческих решений*.

При выборе экономических переменных необходимо теоретическое обоснование каждой переменной (при этом рекомендуется, чтобы число их было не очень большим и, как минимум, в несколько раз меньше числа наблюдений). Объясняющие переменные не должны быть связаны функциональной или тесной корреляционной зависимостью, т.к. это может привести к явлению *мультиколлинеарности*.

[7] http://bugabooks.com/book/553-yekonometrika-uchebnoe-posobie-v-sxemax-i-tablicax/4-tema1-opre-delenie-yekonometriki.html

Забегая вперед, отметим, что для отбора переменных могут быть использованы различные методы, в частности процедуры *пошагового отбора переменных*. А для оценки влияния качественных признаков могут быть использованы *фиктивные* переменные. Но в любом случае определяющим при включении в модель тех или иных переменных является экономический (качественный) анализ исследуемого объекта.

2-й этап (априорный). Проводится *анализ сущности* изучаемого объекта, формирование и формализация априорной (известной до начала моделирования) информации.

3-й этап (параметризация). Осуществляется непосредственное *моделирование*, т.е. выбор общего вида модели, выявление входящих в нее связей. Основная задача, решаемая на этом этапе – выбор вида регрессионной функции $f(x)$ в экономической модели, в частности, возможности использования линейной модели как наиболее простой и надежной.

Весьма важной проблемой на этом этапе является ***проблема спецификации*** модели, в частности: выражение в математической форме обнаруженных связей и соотношений; установление состава экзогенных и эндогенных переменных, в том числе лаговых; формулировка исходных предпосылок и ограничений модели. От того, насколько удачно решена проблема спецификация модели, в значительной степени зависит успех всего эконометрического моделирования.

4-й этап (информационный). Осуществляется *сбор* необходимой статистической информации – наблюдаемых значений эконометрических переменных. Здесь могут быть наблюдения, полученные как с участием исследователя, так и без его участия.

5-й этап (идентификация модели). Осуществляется *статистический анализ модели* и *оценка ее параметров*. Реализация этого этапа посвящена основная часть курса.

6-й этап (верификация модели). Проводится проверка *истинности, адекватности модели.* Выясняется, насколько удачно решены проблемы спецификации, идентификации и идентифицируемости модели, какова точность расчетов по данной модели, в конечном счете, насколько соответствует построенная модель моделируемому реальному экономическому объекту или процессу.

Тема 3. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

1. Статистическая природа экономической информации.
2. Требования к построению эконометрических моделей.
3. Выбор единицы измерений факторов. Формирование исходной информации.

1. Статистическая природа экономической информации

Эконометрика *устанавливает и исследует количественные закономерности в экономике на основе методов теории вероятностей и математической статистики, адаптированных к обработке экономических данных*[8]. Основа этих методов – *корреляционно-регрессионный анализ*.

Важный этап в построении эконометрических моделей – ***отбор включаемых в нее показателей и факторов.***

Обычно на исследуемый показатель воздействует очень большое количество факторов.

Включение всех их в модель либо невозможно, либо экономически нецелесообразно по отношению к реально разработанной модели.

Весь комплекс показателей и факторов можно представить в виде (рис.3.1):

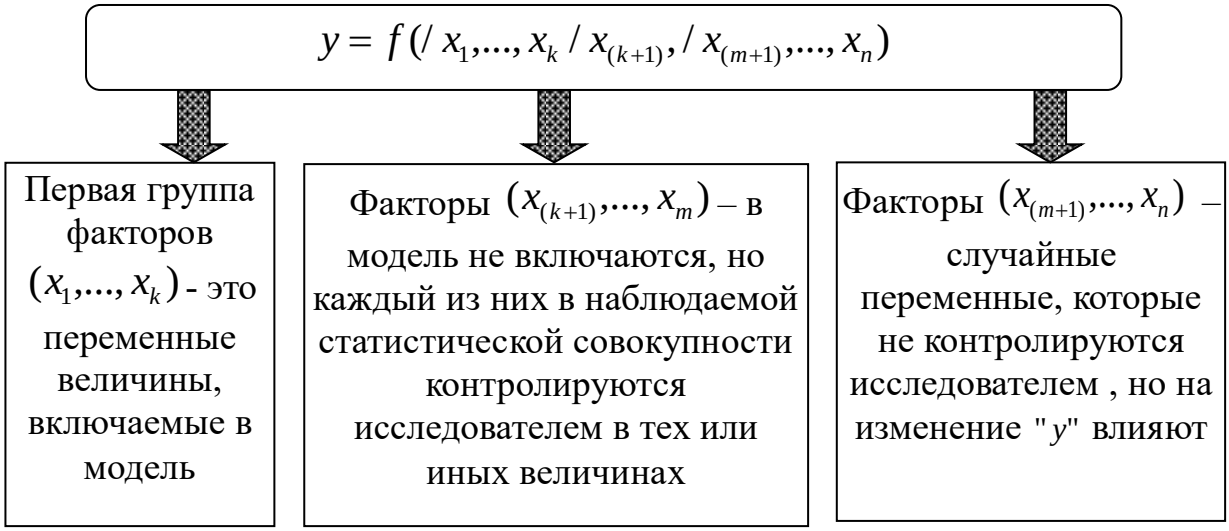


Рис. 3.1. Отбор включаемых в модель факторов[9]

[8] Gujarati D.N. Basic Econometrics. McGraw-Hill, 4th edition, 2003 (Gu), Inc. p. 2

[9] http://bugabooks.com/book/553-yekonometrika-uchebnoe-posobie-v-sxemax-i-tablicax/4-tema1-opredelenie-yekonometriki.html

$$y = f(/ x_1,..., x_k / x_{(k+1)},..., x_m / x_{(m+1)},..., x_n)$$

Эконометрическая модель считается надежной, когда в 1-ю группу входят пусть небольшое по количеству факторов, но максимально сильно влияющих на изменение "y".

Кроме того, желательно, чтобы из оставшихся факторов большее их число входило во 2-ю группу и меньшее в 3-ю группу.

Эконометрическая модель считается надежной, когда в 1-ю группу входят пусть небольшое по количеству факторов, но максимально сильно влияющих на изменение "y".

Кроме того, желательно, чтобы из оставшихся факторов большее их число входило во 2-ю группу и меньшее в 3-ю группу.

2. Требования по построению эконометрических моделей

Исходными данными, необходимыми для построения эконометрической модели, являются известные наборы (массивы) значений зависимой переменной y и независимых факторов x_i. Статический массив представляет собой значения результирующей (зависимой, объясняемой и т.п.) переменной y и влияющих на нее факторов (независимых, объясняющих переменных) x_i, имевших место y объектов однородной совокупности в определенный период времени. В качестве y в практических исследованиях часто рассматриваются показатели производительности труда, объемов выпускаемой продукции и некоторые другие. В качестве x_i – влияющие на уровень этих показателей факторы (рис. 3.2)

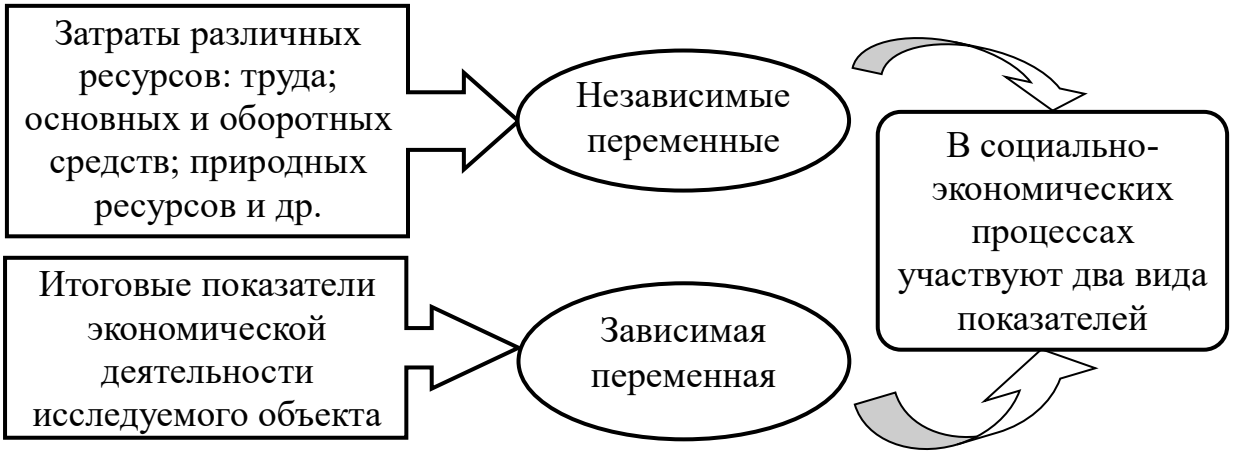


Рис. 3.2. Виды переменных эконометрических моделей[10]

[10] http://bugabooks.com/book/553-yekonometrika-uchebnoe-posobie-v-sxemax-i-tablicax/4-tema1-opredelenie-yekonometriki.html

На этапе содержательного анализа решается вопрос о целесообразности включения в модель тех или иных факторов, исходя из “здравого” смысла (рис.3.3). Пример – двухфакторные производственные функции типа Кобба-Дугласа, постоянной эластичности замены, которые строятся в предположении, что объем выпуска (производства) экономической системы в основном зависит от размеров используемых основных фондов и количества затраченного труда.

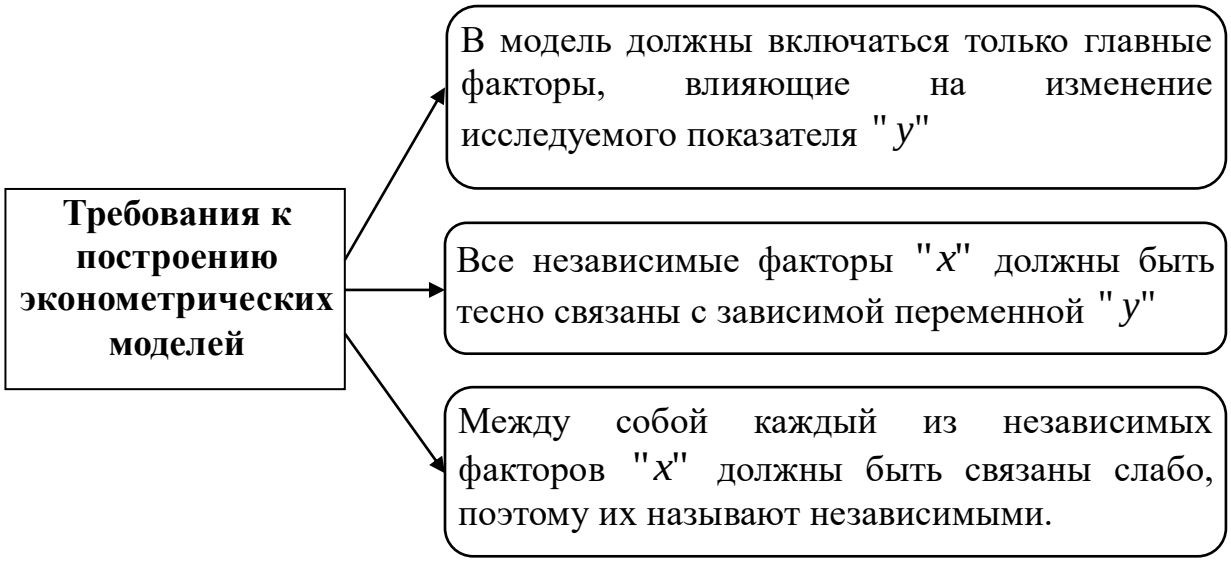


Рис. 3.3. Требования к построению эконометрических моделей[11]

При этом можно предложить и некоторые общие рекомендации, которых целесообразно придерживаться, следуя этим путем:

1. Число факторов, включаемых в модель, не должно быть слишком велико. Их увеличение может свести к минимуму ее практическую ценность, так как в этом случае модель начинает отражать не закономерность развития на фоне случайности, а саму случайность.

2. Простота модели в значительной степени является гарантией ее адекватности, поскольку более сложные зависимости часто априорно трудно уловимы на ограниченном временном интервале, но в то же время они допускают аппроксимацию достаточно простыми функциями. Иными словами, сложная модель может в большей степени выражать второстепенные взаимосвязи между переменными в ущерб основным.

[11] http://bugabooks.com/book/553-yekonometrika-uchebnoe-posobie-v-sxemax-i-tablicax/4-tema1-opre-delenie-yekonometriki.html

3. Выбор единицы измерений факторов. Формирование исходной информации

Формы выражения единиц измерения показателей и факторов эконометрической модели:

а) абсолютные величины в натуральном выражении;

б) абсолютные величины в стоимостном выражении (в неизменных ценах);

в) относительные величины структуры и динамики;

г) фиктивные (качественные) переменные.

В эконометрических моделях в качестве *независимых факторов* выступают затраты различных ресурсов: труда; основных оборотных средств; природных ресурсов и др.

В качестве *зависимой переменной* обычно анализируются итоговые показатели экономической деятельности исследуемого объекта. Например, на микроуровне для фирмы этими показателями могут быть: рентабельность, доля выпускаемой продукции на рынке, платежеспособность.

Все данные могут быть разграничены на *одновременные* и *разновременные* наблюдения[12].

Данные, относящиеся к одному периоду времени по разным объектам образуют совокупность единовременных или пространственных (перекрестных) наблюдений.

Модели, построенные по таким данным называются *статическими*.

Наблюдения, взятые за разные периоды времени образуют временные ряды. Модели, построенные по таким данным называются *динамическими*.

Пространственные и временные данные имеют свои достоинства и недостатки. На пространственные данные меньше сказываются происходящие во времени качественные изменения в продукции и ресурсах, но больше влияют некоторые неучтенные факторы, вплоть до уровня руководства фирмы.

После выбора вида модели можно приступать к формированию исходной информации. Нужно соблюдать определенное соотношение между количеством наблюдений и количеством факторов, включенных в модель. Эмпирически считается, что число наблюдений должно как минимум в 3-5 раз

[12]Gujarati D.N. Basic Econometrics. McGraw-Hill, 4th edition, 2003 (Gu), Inc .p. 24

превышать количество факторов, включенных в модель. Как правило, независимые переменные в регрессионных моделях имеют «непрерывные» области изменения (национальный доход, уровень безработицы, размер зарплаты и т. п.). Однако теория не накладывает никаких ограничений на характер регрессоров, в частности, некоторые переменные могут принимать всего два значения или, в более общей ситуации, дискретное множество значений.

Необходимость рассматривать такие переменные возникает довольно часто в тех случаях, когда требуется принимать во внимание какой-либо качественный признак. Например, при исследовании зависимости зарплаты от различных факторов может возникнуть вопрос, влияет ли на ее размер, и если да, то в какой степени, наличие у работника высшего образования. Также можно задать вопрос, существует ли дискриминация в оплате труда между мужчинами и женщинами. В принципе можно оценивать соответствующие уравнения внутри каждой категории, а затем изучать различия между ними, но введение дискретных переменных позволяет оценивать одно уравнение сразу по всем категориям.

Таким образом, часто случается так, что отдельные факторы, которые хотелось бы ввести в регрессионную модель, являются качественными по своей природе и, следовательно, не измеряются в числовой шкале. Например, исследуется зависимость между продолжительностью полученного образования и доходом, и в выборке представлены лица как мужского, так и женского пола. Нужно выяснить, обусловливает ли пол различие в результатах.

Возможных решений было бы оценивание отдельных регрессий для каждого случая с последующим выяснением, различаются ли полученные коэффициенты. Другой возможный подход к решению состоит в оценивании единой регрессии с использованием всей совокупности наблюдений измерением степени влияния качественного фактора посредством введения так называемой *фиктивной переменной* – переменной, принимающей в каждом наблюдении только два значения: да или нет.

Математически влияние данного дискретного фактора на значение переменной y может заключаться в введении в уравнение фиктивной переменной D, принимая ее значения равными нулю для одного случая и единице – для другого.

Тогда общая модель регрессии может иметь вид:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 D + u .$$

Следует отметить, дисперсия фиктивной переменной очень мала и это сказывается на достоверности оценок. В модели с фиктивными переменными коэффициент R^2 часто бывает очень малым, а значения t-статистики незначимо отличаются от 0 для фиктивных переменных. Это не является поводом для выбрасывания фиктивных переменных из модели, ибо чаще всего они описывают небольшие, но важные поправки к главной (нефиктивной) объясняющей переменной.

Фиктивные переменные для коэффициентов наклона

- произведение фиктивной переменной, на нефиктивную переменную (регрессор). Для объяснения использования фиктивной переменной рассматривалась модель:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 D + u .$$

В этой формулировке модели мы предполагаем, что воздействие не меняет наклон линии регрессии. Рассмотрим теперь модель вида:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 D + u ,$$

где β_2 - коэффициент стоящей перед произведением фиктивной переменной D на нефиктивную переменную x.

Можно модифицировать данную модель, с тем, чтобы фиктивная переменная влияла бы на угол наклона и на значение свободного члена регрессии, в этом случае модель будет иметь вид:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 D + \beta_3 Dx + u .$$

Еще раз подчеркнем, что фиктивная переменная для коэффициента наклона предназначена для установления влияния категории не на свободный член регрессии, а на коэффициент регрессии при нефиктивной переменной.

Может случиться так, что переменная, которую требуется исследовать, является качественной по своему характеру, и принимающей значения 0 или 1, в зависимости произошло какое-либо событие или нет. В этом случае зависимой переменной y является фиктивной переменной и можно оценить регрессию обычным способом. Тогда спрогнозированное значение y можно интерпретировать как вероятность наступления некоторого события.

Тема 4. НЕОБХОДИМЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ В ЭКОНОМЕТРИКЕ

1. Основные математико-статистические понятия.
2. Понятие о генеральной совокупности. Основные, выборочные, ограниченные и неограниченные совокупности.
3. Понятие о случайных величинах. Случайные дискретные величины. Непрерывные случайные величины.
4. Количественные характеристики распределения случайной величины.
5. Графическое изображение рядов распределения.

1. Основные математико-статистические понятия

Анализ и обобщение статистических данных – заключительный этап статистического исследования, конечной целью которого является получение теоретических выводов и практических заключений о тенденциях и закономерностях изучаемых социально-экономических явлений и процессов.

Анализ - это метод научного исследования объекта путем рассмотрения его отдельных сторон и составных частей.

Экономико-статистический анализ - это разработка методики, основанной на широком применении традиционных статистических и математико-статистических методов, с целью контроля адекватного отражения исследуемых явлений и процессов.

Задачами статистического анализа являются: определение и оценка специфики и особенностей изучаемых явлений и процессов, изучение их структуры, взаимосвязей и закономерностей их развития.

В качестве этапов статистического анализа выделяются:

- формулировка цели анализа;
- критическая оценка данных;
- сравнительная оценка и обеспечение сопоставимости данных;
- формирование обобщающих показателей;
- фиксация и обоснование существенных свойств, особенностей, сходств и различий, связей и закономерностей изучаемых явлений и процессов;

• формулировка заключений, выводов и практических предложений о резервах и перспективах развития изучаемого явления.

Методы анализа должны меняться в зависимости от характера изучаемых процессов, их специфики, особенностей и форм проявления.

Статистический анализ данных проводится в неразрывной связи теоретического, качественного анализа сущности исследуемых явлений и соответствующего количественного инструментария изучения их структуры, связей и динамики.

Экономико-статистический анализ должен проводиться при строгом соблюдении следующих принципов, которые учитывают экономическую и статистическую их градацию.

Экономическими принципами являются:

• соответствие экономическим законам и положениям теории расширенного воспроизводства;

• адекватное отражение сущности экономической политики современного этапа общественно-экономического развития;

• ориентация на конечные экономические результаты;

• учет специфики изучаемого объекта, отрасли и т. д.;

• согласование интересов субъектов различных иерархических уровней как подразделений единого народнохозяйственного механизма.

К статистическим принципам относятся:

• четко определенная цель экономико-статистического исследования;

• согласованность систем по горизонтали и вертикали;

• сопоставимость во времени и пространстве;

• логическая взаимосвязь между показателями, характеризующими объект или явление;

• комплексность и полнота отображения объекта исследования в статистических показателях;

• максимальная степень аналитичности.

Соблюдение данных принципов наряду с предпосылками применения методологи статистического анализа позволяет осуществить научно обоснованное экономико-статистическое исследование субъектов экономики в соответствии с принятой международной методологией учета и статистики.

Основные трудности, связанные с применением количественных математико-статистических методов, заключаются в том, что они достаточно нейтральны к исследуемым социально-экономическим процессам. Поэтому важным этапом проведения статистического исследования на информационной базе, характеризующей реальные социально-экономические явления, является критическая оценка исходных данных с точки зрения их достоверности и научной обоснованности.

Под критической оценкой статистического материала следует понимать полноту, качество и достоверность его соответствия целям и задачам исследования.

Надежность выводов и заключений по анализу статистических данных обеспечивается минимизацией в исходной информации неточностей, несопоставимости, неопределенности и т.д.

Методы априорного анализа включают:

• выявление экономически обоснованных и существенных причинно-следственных связей между признаками и явлениями;

• оценку однородности исследуемой совокупности;

• анализ характера распределения совокупности по изучаемым признакам.

Одной из основополагающих предпосылок проведения научно обоснованного статистического анализа, адекватно отражающего причинно-следственные связи и зависимости, тенденции развития реальных явлений и процессов в статике и динамике, является однородность статистической совокупности.

Анализ однородности статистической совокупности целесообразно проводить в следующей последовательности:

- определение степени однородности всей совокупности по одному или нескольким существенным признакам;
- определение и анализ аномальных наблюдений;
- выбор оптимального варианта выделения однородных совокупностей.

Важной задачей статистических исследований на этапе априорного анализа является выделение однородных групп (даже аномальных). В данном случае в анализе эффективно применять сложные комбинационные группировки с развернутым сказуемым.

2. Понятие о генеральной совокупности. Основные, выборочные, ограниченные и неограниченные совокупности

Математическая статистика – раздел математики, посвященный математическим методам систематизации, обработки и использованию статистических данных для научных и практических выводов.

Математическая статистика – это наука, занимающаяся методами обработки экспериментальных данных. Любая наука решает в порядке возрастания сложности и важности следующие задачи:

1) описание явления;

2) анализ и прогноз;

3) поиск оптимального решения.

Такого рода задачи решает и математическая статистика:

1) систематизировать полученный статистический материал;

2) на основании полученных экспериментальных данных оценить интересующие числовые характеристики наблюдаемой случайной величины;

3) определить число опытов, достаточное для получения достоверных результатов при минимальных ошибках измерения.

Математическая статистика анализирует не все объекты, а только несколько, которые были выбраны из большой группы, создана по общим признакам таких объектов. Это явление в математической статистике носит имя ***выборочный метод анализа***.

Совокупность всех возможных значений случайной величины называется ***генеральной совокупностью***. Подмножество генеральной совокупности называется выборкой.

Основная задача математической статистики – оценивание характеристик генеральной совокупности по выборке.

Обо всей генеральной совокупности мы, как правило, ничего не знаем точно и можем строить лишь догадки - гипотезы. Для проверки своих гипотез мы исследуем независимую выборку из генеральной совокупности и строим на основании выборки выборочные оценки неизвестных теоретических параметров.

Совокупность - масса единиц обладающих некоторыми общими свойствами, существенными для их характеристики.

Различают совокупности:

- генеральную;
- выборочную;

- конечную;
- бесконечную.

Единица совокупности - элемент совокупности, подлежащий наблюдению.

Признак - свойство единиц совокупности.

Признаки бывают:

- количественные, которые выражаются числом;
- атрибутивные, те признаки, которые не поддаются количественному выражению.

Вариация - колеблиемость признака, изменчивость величины признака у единиц, входящих в состав совокупности.

Вариант - отдельное конкретное значение варьирующего признака. Варианты обозначаются буквами латинского алфавита: X, Y, W и т.д. Например:

$$X_1, X_2, ..., X_k,$$

$$Y_1, Y_2, ..., Y_k.$$

Вариационный ряд - совокупность значений варьирующего признака и соответствующих им численностей единиц совокупности. Если варианты расположены в возрастающем или убывающем порядке, вариационный ряд называется упорядоченным.

3. Понятие о случайных величинах. Случайные дискретные величины. Непрерывные случайные величины

Одним из основных понятий теории вероятностей является понятие ***случайной величины.*** Оно описывает результаты (исходы) стохастического эксперимента. Так называются эксперименты, результаты которых нельзя предугадать заранее.

Если случайная величина принимает конечное или счетное множество значений, то она называется ***дискретной.***

Дискретные случайные величины удобно задавать с помощью таблицы, в первой строке которой перечислены значения, которые принимает случайная величина, а во второй – соответствующие вероятности:

X	X_1	$\cdots$	X_n
P	P_1	$\cdots$	P_n

Случайная величина X – количество очков на верхней грани брошенной кости

X	1	2	3	4	5	6
P	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

Случайные величины разделяют на два типа:

- дискретные;
- непрерывные.

Случайная величина называется ***дискретной***, если она принимает конечное или счетное (1, 2, 3,...) число значений.

Случайная величина называется ***непрерывной***, если всевозможные значения полностью покрывают некоторый интервал [a, b]. *Дискретной называется случайная величина* X, *имеющая определенный набор возможных значений.* Пример – сумма выпавших очков при бросании двух игральных костей.

Математическое ожидание дискретной случайной величины – это взвешенное среднее всех ее возможных значений, причем в качестве весового коэффициента берется вероятность соответствующего исхода. Математическое ожидание случайной величины часто называют ее *средним по генеральной совокупности*.[13]

Предположим, что X может принимать n конкретных значений $(x_1, x_2, ..., x_n)$ и что вероятность получения x_i равна p_i. Тогда:

$$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + ... + x_n p_n = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

Пример – сумма выпавших очков при бросании двух игральных костей. Пример случайной величины, не являющейся дискретной, - температура в комнате. В примере с двумя игральными костями, предположим, что одна из них зеленая, а другая – красная. Если их бросить, то возможны 36 элементарных исходов эксперимента, поскольку на зеленой кости может выпасть любое число от 1 до 6 и тоже самое – на красной. Случайная переменная, определенная как их сумма, которую мы обозначим через X, может принимать только одно из 11 числовых значений – от 2 до 12. Взаимосвязь между исходами эксперимента и

[13]Christopher Dougherty. Introduction to Econometrics. Oxford University Press, 2011. –573 p.

значениями случайной величины в данном случае показана на рис.4.1.

Красная	Зеленая					
	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Рис. 4.1. Исходы в примере с двумя игральными костями

Предположив, что кости «правильные», мы можем воспользоваться рис.4.1 для определения вероятности каждого значения x. Поскольку на костях имеется 36 различных комбинаций, каждый исход имеет вероятность 1/36. Лишь одна из возможных комбинаций (зеленая=1, красная=1) дает сумму, равную 2, так что вероятность $x=2$ равна 1/36. Чтобы получить сумму $x=7$, нам потребуются сочетания (зеленая=1, красная=6), либо (зеленая=2, красная=5), либо (зеленая=3, красная=4), либо (зеленая=4, красная=3), либо (зеленая=5, красная=2), либо (зеленая=6, красная=1). В данном случае нас устроят 6 возможных исходов, и поэтому вероятность получения 7 равна 6/36 . Все эти вероятности приведены в табл. 1. Если все их сложить, то получится равно 1. Это будет так, поскольку с вероятностью 100% рассматриваемая сумма примет одно из значений от 2 до 12.

Совокупность всех возможных значений случайной переменной описывается *генеральной совокупностью*, из которой извлекаются эти значения. В нашем случае генеральная совокупность - это набор чисел от 2 до 12.

Значения X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Вероятность P	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36

Математическое ожидание дискретной случайной величины– это взвешенное среднее всех ее возможных значений, причем в качестве весового коэффициента берется вероятность соответствующего исхода.

В случае с двумя костями величинами от x_1 до x_n были числа от 2 до 12: $x_1=2,\ x_2=3,...,\ x_{11}=12,$ и $p_1=1/36,\ p_2=2/36,...,\ p_{11}=1/36.$.

Математическое ожидание рассчитывается так:

$$\left(2\times\frac{1}{36}\right)+\left(3\times\frac{2}{36}\right)+\left(4\times\frac{3}{36}\right)+...+\left(11\times\frac{2}{36}\right)+\left(12\times\frac{1}{36}\right)$$

Если вычислить эту величину, то получится 7.

4. Количественные характеристики распределения случайной величины

***Средняя арифметическая величина*:** $\overline{X}=\frac{\sum X}{n}$.

Частота (m) - абсолютное число, показывающее сколько раз тот или иной вариант встречается в совокупности.

Частность (w_i) - относительная величина структуры, т.е. доля частоты или иного варианта или интервала (m_i) в сумме всех частот:

$$w_i=\frac{m_i}{\sum m_i},\ \sum w_i=1.$$

Вариационный размах (R) - амплитуда колебания, или широта рассеяния, есть разность между экстремальными значениями вариационного ряда:

$$R=X_{\max}-X_{\min}.$$

***Среднее линейное отклонение*:**

$$\rho=\frac{\sum\left|X_i-\overline{X}\right|}{n};\qquad \rho=\frac{\sum\left|X_i-\overline{X}\right|\cdot m}{\sum m}.$$

Дисперсия - средний квадрат отклонений вариантов (X) от средней арифметической - является мерой вариации, т.е. колеблиемости признака:

$$\sigma^2=\frac{\sum\left(X_i-\overline{X}\right)^2}{n};\qquad \sigma^2=\frac{\sum\left(X_i-\overline{X}\right)^2\cdot m}{\sum m}.$$

Среднеквадратическое отклонение (σ) - представляет собой меру колеблиемости и вычисляется по формуле – невзвешенное и взвешенное:

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum\left(X_i-\overline{X}\right)^2}{n}};\qquad \sigma=\sqrt{\frac{\sum\left(X_i-\overline{X}\right)^2\cdot m}{\sum m}}.$$

Коэффициент вариации (V) - относительная величина,

служащая для характеристики колеблиемости признака, представляет собой процентное отношение абсолютных величин.

$V_R = \frac{R}{\overline{X}} \cdot 100\%$ - коэффициент вариации по вариационному размаху, его называют коэффициентом осцилляции.

$V_\rho = \frac{\rho}{\overline{X}} \cdot 100\%$ - коэффициент вариации по среднему линейному отклонению.

$V_\sigma = \frac{\sigma}{\overline{X}} \cdot 100\%$ - коэффициент вариации по среднеквадратическому отклонению.

Медиана соответствует варианту, стоящему в середине ряда с увеличивающимся порядком. Для нечетного числа данных, медиана - это вариант, стоящий в середине. Для четного числа данных, медиана – это среднее значение двух данных, находящихся в середине.

Мода - это вариант, которому соответствует наибольшая частота. Она часто используется в отношении качественных данных.

Случайная величина X имеет **нормальное распределение** (рис.4.2) с математическим ожиданием μ и дисперсией σ^2 (сокращенно это обозначается $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, если функция плотности этой случайной величины имеет вид:

$$f(x|\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right)}$$

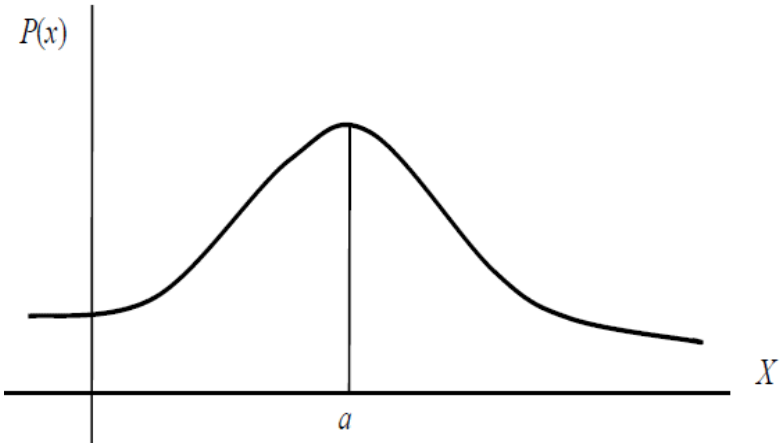


Рис. 4.2. Функция плотности нормально распределенной случайной величины[14]

[14] docplayer.ru/48818442-Tema-osnovnye-ponyatiya-matematicheskoy-statistiki.html

Величина A называется коэффициентом асимметрии случайной величины и служит для характеристики асимметрии (скошенности) распределения:

$$A = \frac{\mu^3}{\sigma^3}.$$

Если распределение симметрично относительно математического ожидания, то коэффициент асимметрии $A = 0$ (рис.4.3).

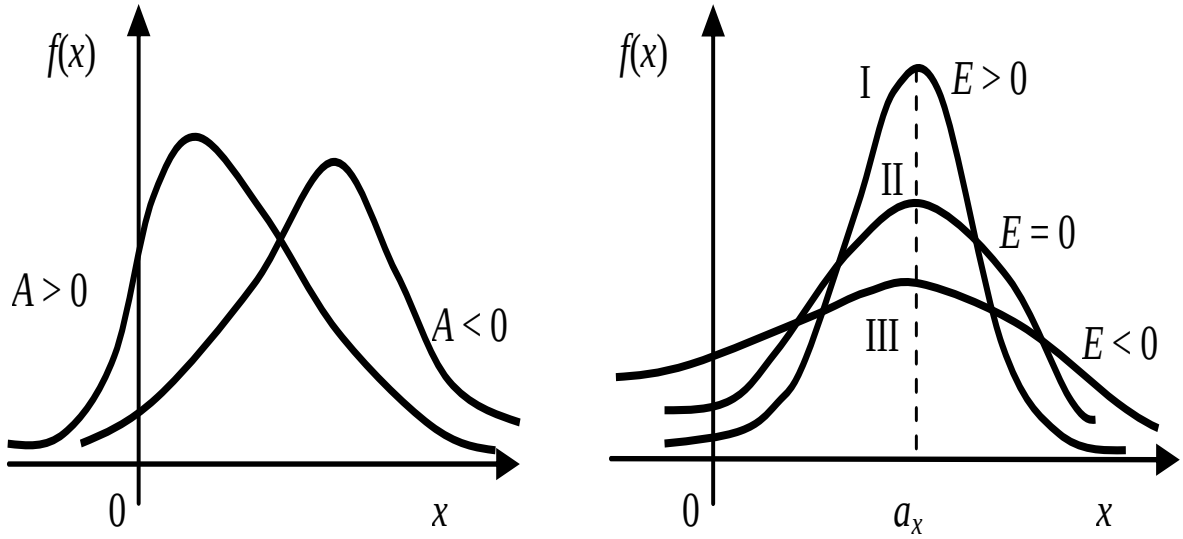


Рис.4.3. Асимметрия и эксцесс

На первом рисунке показаны две кривые распределения. Первая кривая имеет положительную (правостороннюю) асимметрию $(A > 0)$, а вторая кривая отрицательную (левостороннюю) $(A < 0)$.

На втором рисунке кривые, более островершинные, чем нормальная, обладают эксцессом, более плосковершинные – отрицательным эксцессом.

5. Графическое изображение рядов распределения

После определения группировочного признака, количества групп и интервалов группировки данные сводки и группировки представляются в виде рядов распределения и оформляются в виде статистических таблиц. Ряд распределения является одним из видов группировок.

Ряд распределения – представляет собой упорядоченное распределение единиц изучаемой совокупности на группы по определенному варьирующему признаку.

В зависимости от признака, положенного в основу образования ряда распределения различают атрибутивные и вариационные ряды распределения:

- Атрибутивными – называют ряды распределения, построенные по качественными признакам.
- Ряды распределения, построенные в порядке возрастания или убывания значений количественного признака называются вариационными.

Вариационный ряд распределения состоит из двух столбцов.

В первом столбце приводятся количественные значения варьирующегося признака, которые называются вариантами и обозначаются X_i. Дискретная варианта – выражается целым числом. Интервальная варианта находится в пределах от a и до b. В зависимости от типа варианты можно построить дискретный или интервальный вариационный ряд.

Во втором столбце содержится количество конкретных вариант, выраженное через частоты или частости.

Частоты – это абсолютные числа, показывающие сколько раз в совокупности встречается данное значение признака, которые обозначают f_i. Сумма всех частот должна быть равна численности единиц всей совокупности.

Частости (W_i) – это частоты выраженные в процентах к итогу. Сумма всех частостей выраженных в процентах должна быть равна 100 % в долях единице.

Наглядно ряды распределения представляются при помощи графических изображений. Ряды распределения изображаются в виде:

- Полигона;
- Гистограммы;
- Кумуляты;
- Огивы.

Полигон.

При построении полигона на горизонтальной оси (ось абсцисс) откладывают значения варьирующего признака, а на вертикальной оси (ось ординат) – частоты или частости.

Полигон на рис. 4.4 построен по данным микропереписи населения.

Домохозяйства, состоящие из:	одного человека	двух человек	трех человек	четырех человек	5 или более	Всего
Число домохозяйств, в %	19,2	26,2	22,6	20,5		100,0

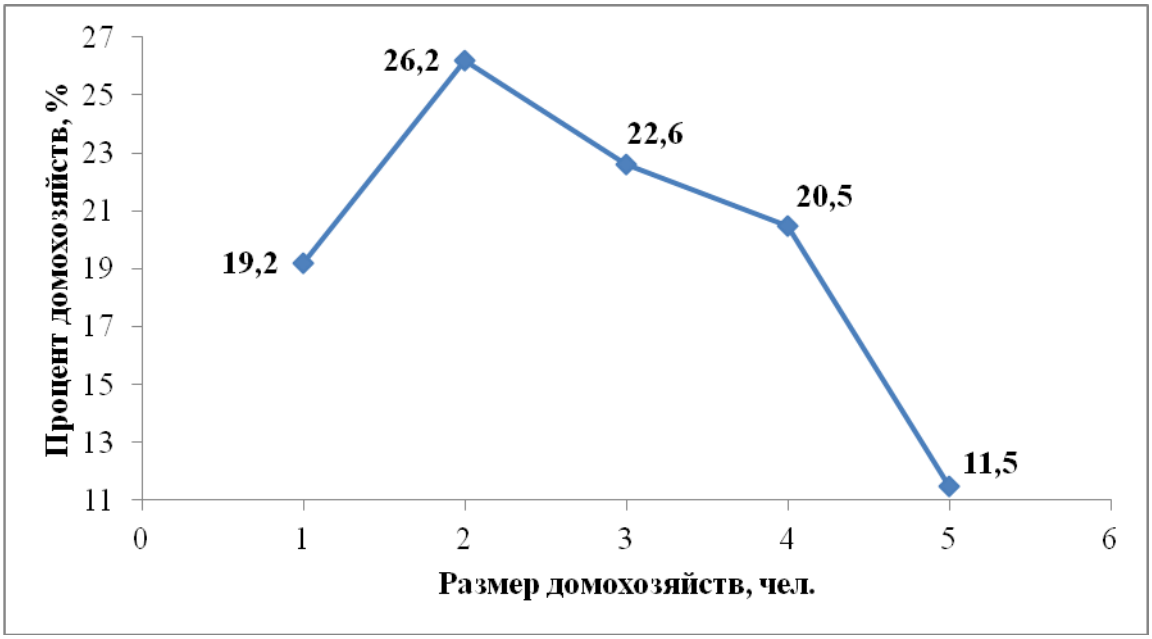


Рис.4.4. Распределение домохозяйств по размеру

Условие: Приводятся данные о распределении 25 работников одного из предприятий по тарифным разрядам: 4; 2; 4; 6; 5; 6; 4; 1; 3; 1; 2; 5; 2; 6; 3; 1; 2; 3; 4; 5; 4; 6; 2; 3; 4

Задача: Построить дискретный вариационный ряд и изобразить его графически в виде полигона распределения.

Решение: В данном примере вариантами является тарифный разряд работника. Для определения частот необходимо рассчитать число работников, имеющих соответствующий тарифный разряд.

Тарифный разряд, X_i	Число работников, f_i
1	3
2	5
3	4
4	6
5	3
6	4
Итого:	**25**

Полигон используется для дискретных вариационных рядов.

Для построения полигона распределения (рис. 4.5) по оси абсцисс (X) откладываем количественные значения варьирующего признака – варианты, а по оси ординат – частоты или частости.

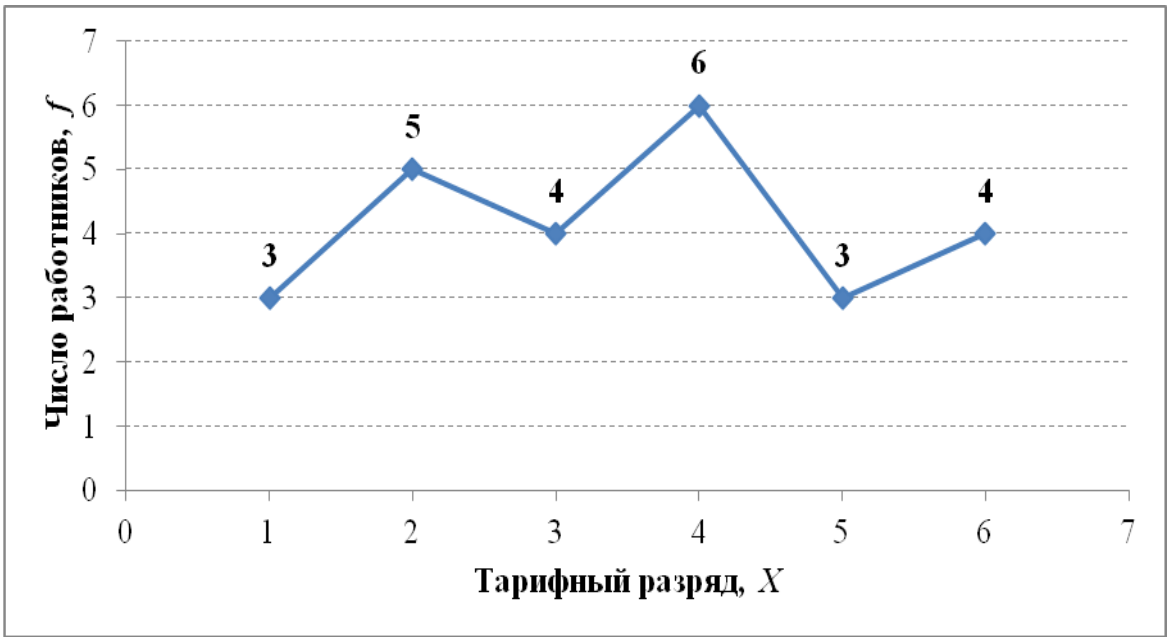


Рис. 4.5. Полигон распределения

Если значения признака выражены в виде интервалов, то такой ряд называется интервальным. Интервальные ряды распределения изображают графически в виде гистограммы, кумуляты или огивы.

Статистическая таблица.

Условие: Приведены данные о размерах вкладов 20 физических лиц в одном банке (тыс. сум) 60; 25; 12; 10; 68; 35; 2; 17; 51; 9; 3; 130; 24; 85; 100; 152; 6; 18; 7; 42.

Задача: Построить интервальный вариационный ряд с равными интервалами.

Решение:

1. Исходная совокупность состоит из 20 единиц $(N = 20)$.

2. По формуле Стерджесса определим необходимое количество используемых групп: $n = 1 + 3{,}322 \cdot \lg 20 = 5$.

3. Вычислим величину равного интервала: $i = (152 - 2)/5 = 30$ тыс. сум.

4. Расчленим исходную совокупность на 5 групп с величиной интервала в 30 тыс. сум.

5. Результаты группировки представим в таблице:

Размер вкладов тыс. сум, X_i	Число вкладов, f_i	Число вкладов в % к итогу, W_i
2-32	11	55
32-62	4	20
62-92	2	10
92-122	1	5
122-152	2	10
Итого	**20**	**100**

При такой записи непрерывного признака, когда одна и та же величина встречается дважды (как верхняя граница одного интервала и нижняя граница другого интервала), то эта величина относится к той группе, где эта величина выступает в роли верхней границы.

Гистограмма. Для построения гистограммы по оси абсцисс указывают значения границ интервалов и на их основании строят прямоугольники, высота которых пропорциональна частотам (или частостям).

На рис. 4.6.изображена гистограмма распределения населения по возрастным группам.

Все население	В том числе в возрасте:								**Всего**
	до 10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70 и старше	
Численность населения	12,1	15,7	13,6	16,1	15,3	10,1	9,8	7,3	**100,0**

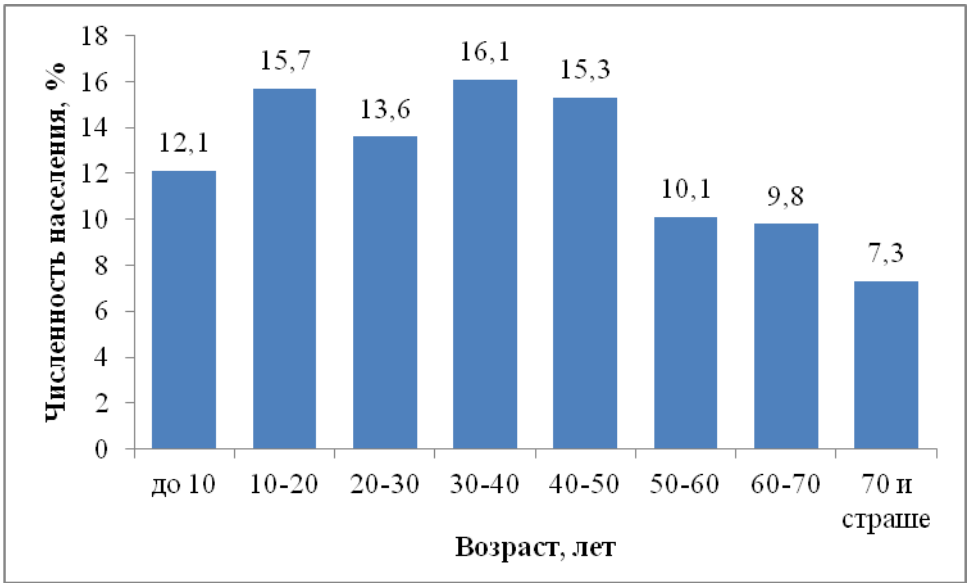


Рис. 4.6. Распределение населения по возрастным группам

Условие: Приводится распределение 30 работников фирмы по размеру месячной заработной платы

Размер заработной платы в месяц, тыс. сум, X_i	Численность работников, чел.
до 5000	4
5000-7000	12
7000-10000	8
10000-15000	6
Итого	**30**

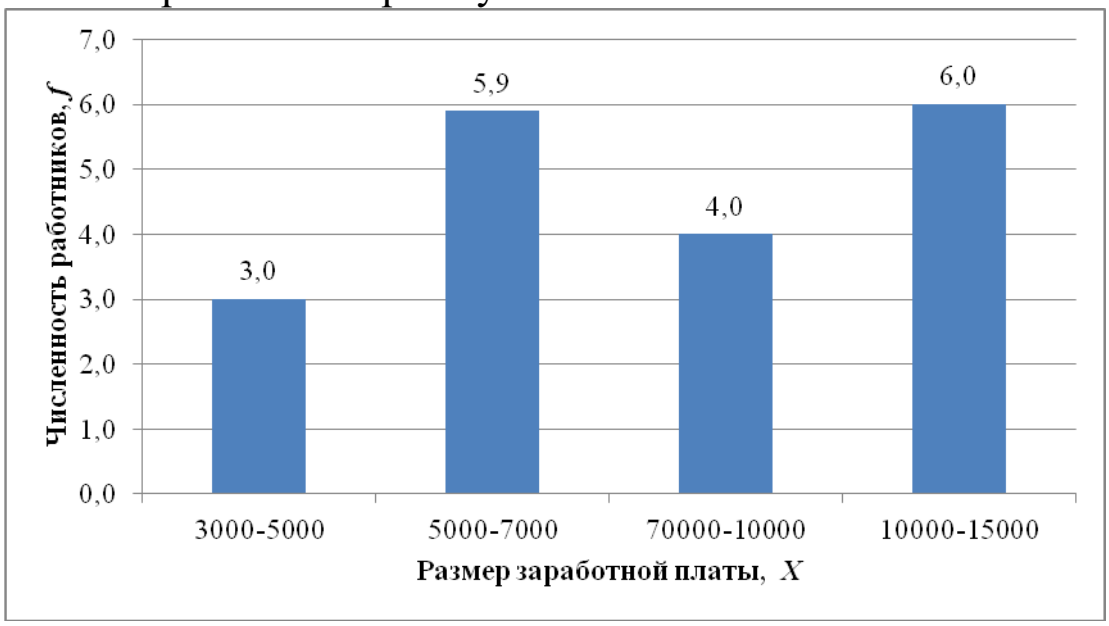
Задача: Изобразить интервальный вариационный ряд графически в виде гистограммы и кумуляты.

Решение:

1. Неизвестная граница открытого (первого) интервала определяется по величине второго интервала: 7000 - 5000 = 2000 сум. С той же величиной находим нижнюю границу первого интервала: 5000 - 2000 = 3000 сўм.

2. Для построения гистограммы в прямоугольной системе координат по оси абсцисс откладываем отрезки, величины которых соответствуют интервалам вариационного ряда. Эти отрезки служат нижним основанием, а соответствующая частота (частость) — высотой образуемых прямоугольников.

3. Построим гистограмму:



Для построения кумуляты необходимо рассчитать накопленные частоты (частости). Они определяются путем последовательного суммирования частот (частостей)

предшествующих интервалов и обозначаются S. Накопленные частоты показывают, сколько единиц совокупности имеют значение признака не больше, чем рассматриваемое.

Кумулята.

Распределение признака в вариационном ряду по накопленным частотам (частостям) изображается с помощью кумуляты.

Кумулята или кумулятивная кривая в отличие от полигона строится по накопленным частотам или частостям. При этом на оси абсцисс помещают значения признака, а на оси ординат – накопленные частоты или частости (рис. 4.7).

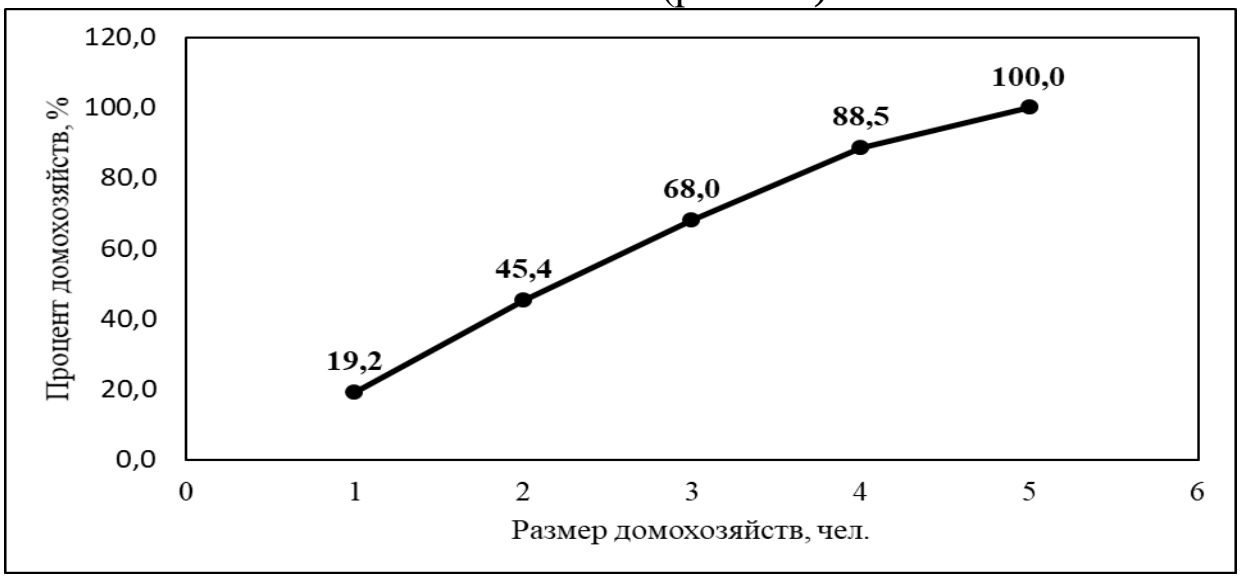
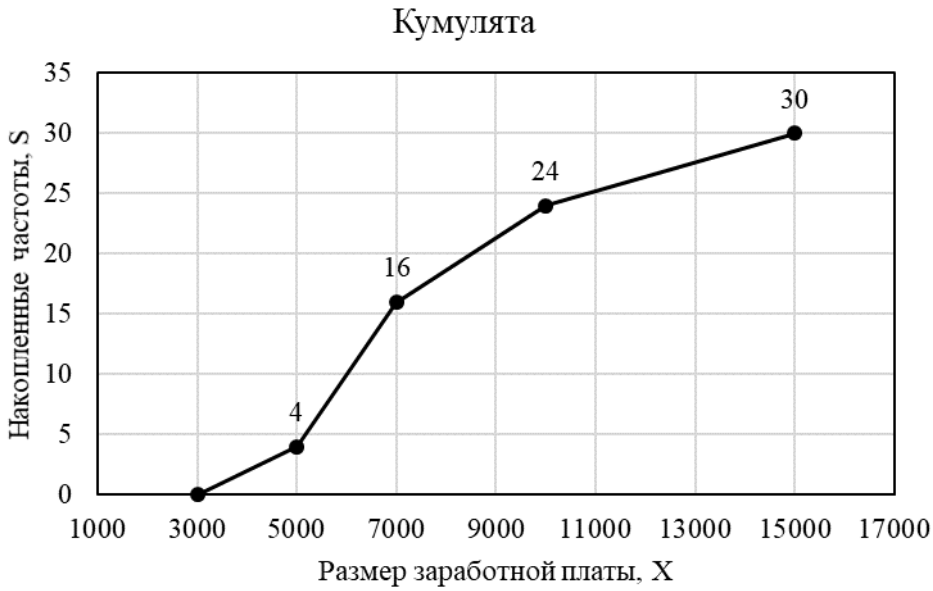


Рис.4.7. Кумулята распределения домохозяйств по размеру

4. Рассчитаем накопленные частоты: Наколенная частота первого интервала рассчитывается следующим образом: 0 + 4 = 4, для второго: 4 + 12 = 16; для третьего: 4 + 12 + 8 = 24 и т.д.

Размер заработной платы, тыс. сум в месяц, X_i	Численность работников, чел., f_i	Накопленные частоты, S
до 5000	4	4
5000 - 7000	12	16
7000 - 10000	8	24
10000 - 15000	6	30
Итого:	**30**	**-**

При построении кумуляты накопленная частота (частость) соответствующего интервала присваивается его верхней границе:



Огива строится аналогично кумуляте с той лишь разницей, что накопленные частоты помещают на оси абсцисс, а значения признака – на оси ординат.

Разновидностью кумуляты является кривая концентрации или график Лоренца. Для построения кривой концентрации на обе оси прямоугольной системы координат наносится масштабная шкала в процентах от 0 до 100. При этом на оси абсцисс указывают накопленные частости, а на оси ординат — накопленные значения доли (в процентах) по объему признака.

Равномерному распределению признака соответствует на графике диагональ квадрата (рис. 4.8). При неравномерном распределении график представляет собой вогнутую кривую в зависимости от уровня концентрации признака.

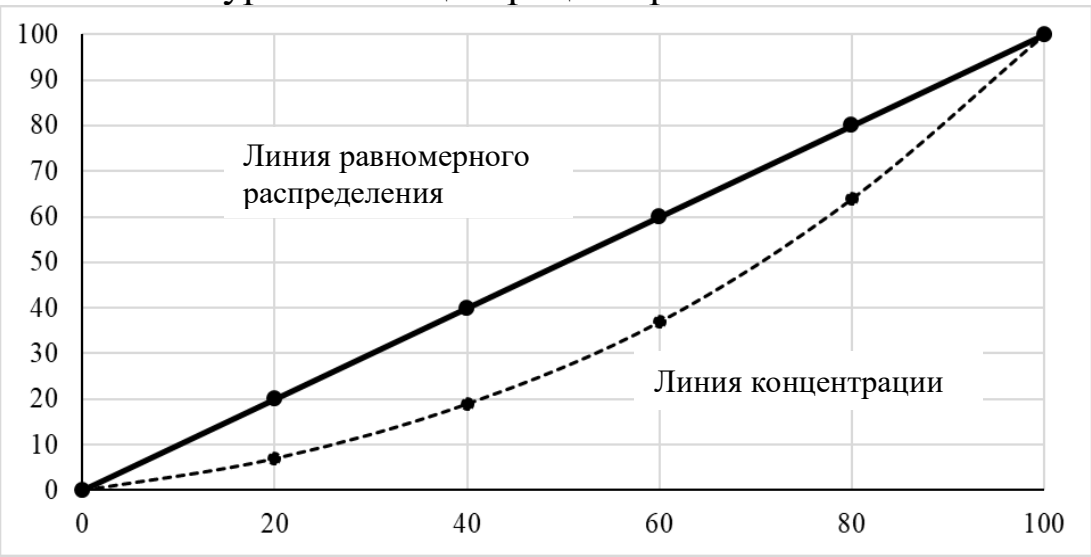


Рис.4.8. Кривая концентрации

Тема 5. ПАРНЫЙ КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

1. Понятие о парных связях в экономических процессах.
2. Коэффициент ковариации и корреляции. Методы их расчета.
3. Понятие о парной линейной регрессии (эконометрическая модель). Коэффициенты регрессии.
4. Расчет коэффициентов регрессии с помощью метода наименьших квадратов. Экономический смысл коэффициентов регрессии.

1. Понятие о парных связях в экономических процессах

Корреляционно-регрессионный анализ как общее понятие включает в себя измерение тесноты, направления связи и установление аналитического выражения (формы) связи (регрессионный анализ). Этот метод содержит две составляющие части - корреляционный анализ и регрессионный анализ (рис.5.1).

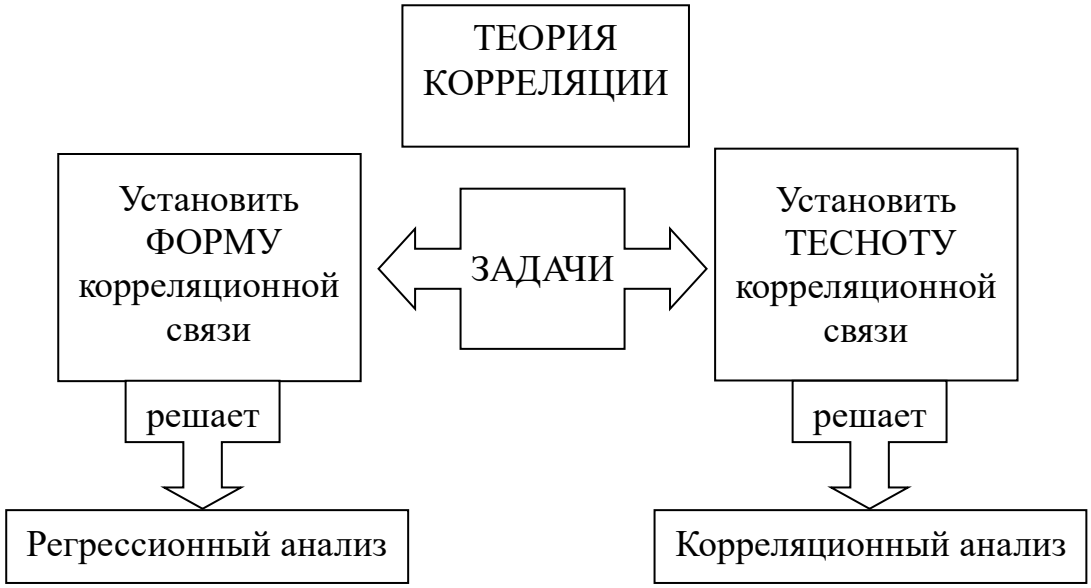


Рис.5.1. Метод корреляционно-регрессионного анализа[15]

Между социально-экономическими процессами взаимозависимости делятся на несколько типов:

а) Функциональная зависимость – это зависимость, при которой каждому возможному значению переменной x ставится в соответствие единственное значение переменной y.

[15]Christopher Dougherty. Introduction to Econometrics. Oxford University Press, 2011. – 573 pp.

б) Стохастическая зависимость – это зависимость, при которой изменение одной из величин влечет изменение распределения другой.

в) Корреляционная зависимость – это зависимость, при которой изменение одной из величин влечет изменение среднего значения другой.

Закономерности в экономике проявляются как взаимосвязи между экономическими показателями. Изучая объем выпуска продукции Y на некотором предприятии, естественно полагать, что он зависит от затрат различных видов ресурсов X_i и записать: $Y = f(X_1, X_2, ..., X_n)$. Данное соотношение представляет собой модель, которая устанавливает, каким образом переменные связаны между собой. В общем случае связь между зависимой переменной Y (результативным показателем) и n независимыми переменными можно записать: $Y = f(X_1, X_2, X_i, ..., X_n)$.

Если каждому набору $\overline{X} = f(X_1, X_2, X_i, ..., X_n)$ соответствует одно определенное значение Y, то связь называется функциональной. Характерной особенностью функциональной связи является то, что в каждом отдельном случае известен полный перечень факторов, определяющих величину результативного показателя, а также точный механизм этого влияния, выраженный определенным уравнением. Функциональные связи имеют место и в экономике (например, связь между оплатой труда Y и выработкой X при простой сдельной оплате труда).

Однако в большинстве случаев экономические величины складываются под влиянием множества факторов, одни из которых действуют объективно, т.е. независимо от воли людей, другие являются результатом целенаправленной деятельности, не исключены и чисто случайные воздействия. Кроме того, при изучении экономических зависимостей мы чаще всего имеем дело с неполной информацией: не известен полный перечень факторов, влияющих на исследуемый показатель, эти факторы могут быть качественно неоднородны и их действие проявляется неоднозначно.

Значения зависимой переменной в этом случае подвержены случайному разбросу, они не могут быть предсказаны точно, а

только с определенной вероятностью. Такие связи называются стохастическими и могут быть записаны следующим образом:

$$Y = f(X_1,\ X_2,\ X_i, ...,\ X_n) + \varepsilon,$$

где X_i, $i = \overline{1,n}$ - независимые (факторные, объясняющие) переменные;

$f(X_1,\ X_2,\ X_i, ...,\ X_n)$ – часть результативного показателя, сформировавшаяся под влиянием учтенных факторных признаков, находящихся в стохастической связи с Y.

ε - часть результативного показателя, возникшая вследствие действия неконтролируемых или неучтенных факторов, а также неточности измерения учтенных переменных) X_i, $i = \overline{1,n}$ и прочих случайных явлений.

Таким образом, главным допущением при построении эконометрических моделей является выполнение требования случайности изучаемой величины.

2. Коэффициент ковариации и корреляции. Методы их расчета

Корреляционный анализ – это раздел математической статистики, посвященный изучению взаимосвязей между случайными величинами.

Корреляция – это статистическая зависимость между случайными величинами, при которой изменение одной из случайных величин приводит к изменению математического ожидания другой.

Корреляция (**корреляционная связь**) – это согласованное изменение двух признаков, отражающее тот факт, что изменчивость одного признака находится в соответствии с изменчивостью другого.

Если при изменении одной величины изменяется другая, то между показателями этих величин будет наблюдаться корреляция.

Корреляция является **отрицательной**, если с увеличением переменной X переменная Y имеет в среднем тенденцию к уменьшению.

Корреляция является **положительной**, если увеличение одной переменной связано с увеличением другой переменной.

Корреляция, при которой отсутствуют связи между переменными, является нулевой (связь между ростом учеников и их успеваемостью).

Корреляции также могут быть линейными и нелинейными. Если с увеличением или уменьшением одной переменной вторая переменная в среднем также либо растет, либо убывает, то связь линейна.

Частным случаем статистической зависимости является **корреляционная зависимость.**

Корреляционная зависимость – это связь, при которой каждому значению независимой переменной X соответствует определенное математическое ожидание (среднее значение) зависимой переменной Y.

Корреляционная связь является «неполной» зависимостью, которая проявляется не в каждом отдельном случае, а только в средних величинах при достаточно большом числе случаев.

Наиболее разработанной в эконометрике является методология **парной линейной корреляции**, рассматривающая влияние вариации переменной X на переменную Y и представляющая собой однофакторный корреляционный и регрессионный анализ.

Теснота связи количественно выражается величиной коэффициентов ковариации и корреляции.

Формула определения ковариации:

$$\operatorname{cov}(y,x)=\frac{\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{n}$$

Формула расчета линейного (парного) коэффициента корреляции:

$$r_{yx}=\frac{\overline{x\cdot y}-\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sigma_x\cdot\sigma_y},$$

где σ_x, σ_y - среднеквадратические отклонения случайных величин x и y. Они определяются следующим образом:

$$\sigma_x=\sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}}\quad \sigma_y=\sqrt{\frac{\sum(y_i-\bar{y})^2}{n}}.$$

Коэффициент корреляции принимает значение от -1 до +1. Положительное значение коэффициента свидетельствует о наличии прямой связи, отрицательное – обратной связи.

Если $r_{yx} = \pm 1$, корреляционная связь представляется линейной функциональной зависимостью.

При $r_{yx} = 0$ линейная корреляционная связь отсутствует.

Существуют следующие границы изменения коэффициента корреляции:

1) от 0 до $|\pm 0{,}3|$ - связь практически отсутствует

2) от $|\pm 0{,}3|$ до $|\pm 0{,}5|$- связь слабая

3) от $|\pm 0{,}5|$ до $|\pm 0{,}7|$ - связь умеренная

4) от $|\pm 0{,}7|$ до $|\pm 1|$ - связь сильная.

Наиболее простым, приближенным способом выявления корреляционной связи является графический метод (рис. 5.2).

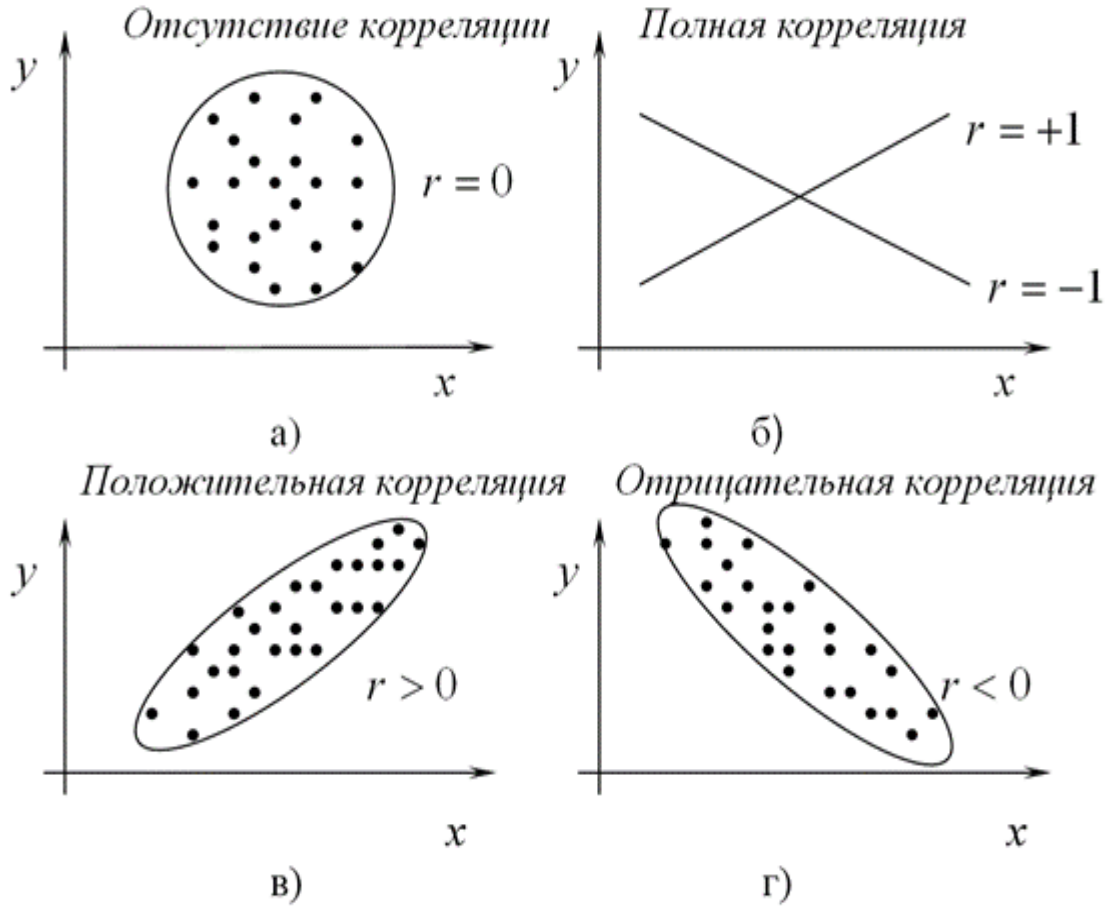


Рис.5.2. Графический метод определения корреляционной связи[16]

В статистике принято различать следующие варианты зависимостей:

• Парная корреляция - связь между двумя признаками (результативным и факторным или двумя факторными).

[16]Абдуллаев О.М. и др.. Эконометрика. Учебник. –Т.: Fan va texnologiya. 2007. – 658 с.

• Частная корреляция - зависимость между результативным и одним факторным признаками при фиксированном значении других факторных признаков.

• Множественная корреляция - зависимость результативного и двух или более факторных признаков, включенных в исследование.

3. Понятие о парной линейной регрессии (эконометрическая модель). Коэффитциенты регрессии

Корреляционный анализ может дать представление о степени связи, но не о ее виде.

Для анализа воздействия на результативный признак одного или нескольких факторных признаков используется регрессионный анализ.

Регрессионный анализ - заключается в определении аналитического выражения связи, в котором изменение одной величины обусловлено влиянием одной или нескольких величин, а множество всех прочих факторов, также оказывающих влияние на зависимую величину, принимается за постоянные и средние значения. Регрессия может быть однофакторной(парной) и многофакторной(множественной).

Если выявленные на основе корреляционного анализа связи между изучаемыми признаками окажутся *существенными* (т.е. достаточно сильными и статистически значимыми), то целесообразно найти их математическое выражение в виде регрессионной модели и оценить ее адекватность.

В парной регрессии выбор вида аналитической зависимости может быть осуществлен тремя методами:

- *графическим* (на основе анализа поля корреляции);

- *аналитическим* (на основе изучения теоретической природы связи между исследуемыми признаками);

- *экспериментальным* (построение нескольких моделей различного вида с выбором наилучшей, согласно применяемому критерию качества).

Адекватная регрессионная модель может использоваться для прогнозирования изучаемого явления или показателя.

Регрессионный анализ заключается в подборе соответствующей аппроксимирующей функции для имеющегося набора наблюдений.

Аппроксимация (от лат. *approximo* – приближаюсь) – это приближенное выражение эмпирических данных в виде функции.

Полученная функциональная зависимость называется ***уравнением регрессии***, или просто ***регрессией.***

Регрессия – это зависимость *среднего* значения какого-либо признака от *среднего* значения других (одного или нескольких) признаков (рис. 5.3).

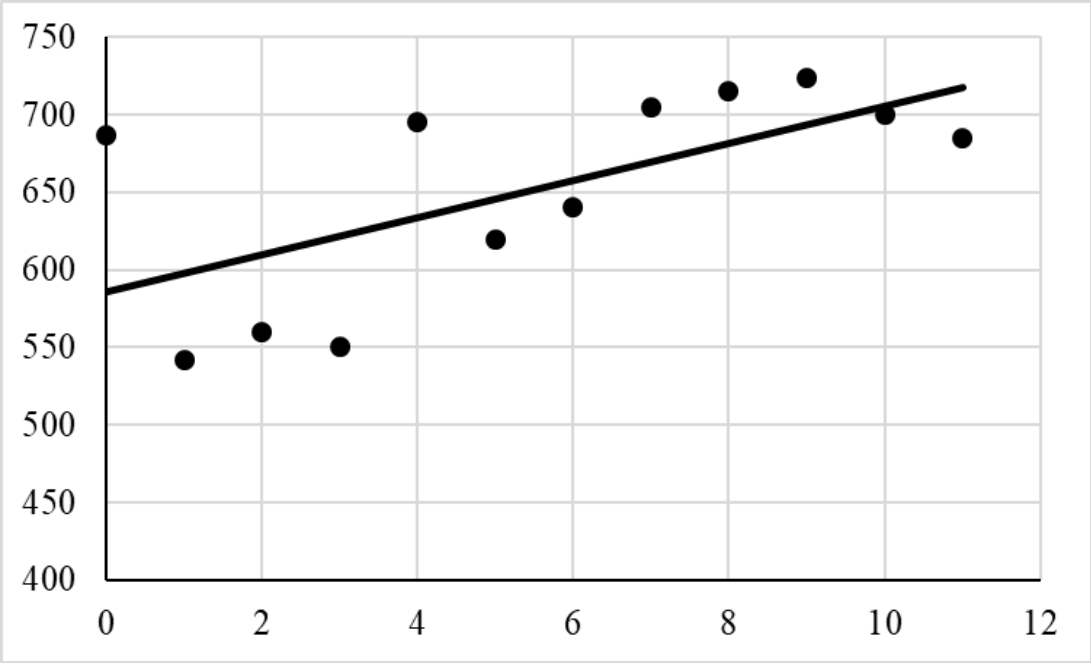


Рис.5.3. Графическое представление линии регрессии[17]

Парной регрессией называется уравнение связи двух переменных y и x вида:

$$y = f(x),$$

где y – зависимая переменная (результативный признак); x – независимая, объясняющая переменная (признак-фактор). Различают линейные и нелинейные регрессии.

Линейная регрессия описывается уравнением (рис.5.4):

$$y = f(x) + \varepsilon$$

часть значения y, которая объяснена уравнением регрессии	Необъясненная часть значения y (или возмущений)

Рис.5.4. Уравнение парной регрессии[18]

[17] Кремер Н.Ш. Эконометрика: Учебник. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2008. – 426 с/

[18] uslide.ru/ekonomika/16860-parnaya-regressiya-i-korrelyaciya-v-ekonometriches.html

Экономический смысл ε

1) Невключение объясняющих переменных в уравнение. На самом деле на переменную Y влияет не только переменная X, но и ряд других переменных, которые не учтены в модели по следующим причинам:

- мы знаем, что другая переменная влияет, но не можем ее учесть, потому как не знаем, как измерить (психологический фактор, например);
- существуют факторы, которые мы знаем, как измерить, но влияние их на Y так слабо, что их не стоит учитывать;
- существенные переменные, но из-за отсутствия опыта или знаний мы их таковыми не считаем.

2) Неправильная функциональная спецификация. Функциональное соотношение между Y и X может быть определено неправильно. Например, мы предположили линейную зависимость, а она может быть более сложной.

3) Ошибки наблюдений и измерений.

4. Расчет коэффициентов регрессии с помощью метода наименьших квадратов. Экономический смысл коэффициентов регрессии

Построение уравнения регрессии сводится к оценке ее параметров. Для оценки параметров регрессий, линейных по параметрам, используют метод наименьших квадратов (МНК). МНК позволяет получить такие оценки параметров, при которых сумма квадратов отклонений фактических значений результативного признака y_i от теоретических $\hat{y}_i$ минимальна (рис. 5.6), т.е.

$$\sum (y_i - \hat{y}_i)^2 \to \min$$

Известен набор из *н* измерений результативного признака y при разных значениях факторного признака x: (x_i, y_i), $i = 1,\ldots,n$.

Пусть имеется ряд функций (линейные, квадратичные, экспоненциальные и т.д.).

Требуется выбрать функцию $\hat{y} = f(x)$ из имеющихся, чтобы ее значения $\hat{y}_i$ для набора x_i наилучшим образом приближали значения $\hat{y}_i$.

Значения $\hat{y}_i$ называются *теоретическими (ожидаемыми) значениями*, а значения y_i – *эмпирическими (наблюдаемыми)*.

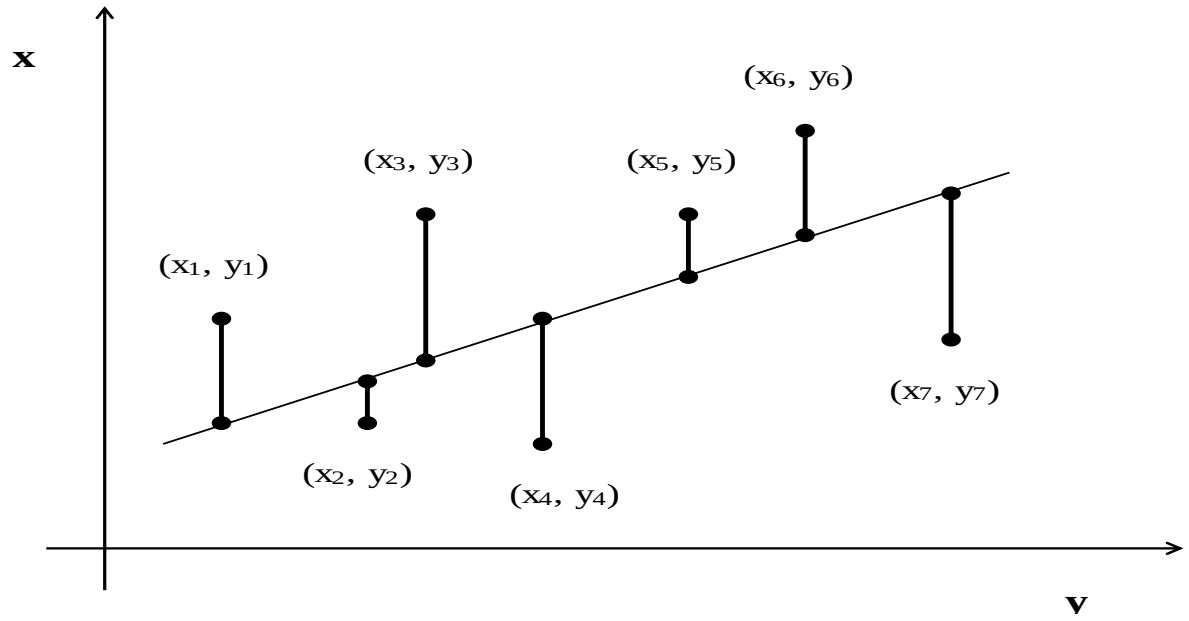


Рис.5.6. Графическое представление метода наименьших квадратов[19]

Для линейных и нелинейных уравнений, приводимых к линейным, решается следующая система относительно a и b:

$$\begin{cases} na + b\sum x = \sum y \\ a\sum x + b\sum x^2 = \sum yx \end{cases}$$

$$S = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 \to \min \text{ или } \sum \varepsilon^2 \to \min$$

$$S = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum (y - a - bx)^2$$

$$S'_a = -2\sum y + 2na + 2b\sum x = 0$$

$$S'_b = -2\sum yx + 2a\sum x + 2b\sum x^2 = 0$$

Отсюда получаем систему уравнений

$$\begin{cases} na + b\sum x = \sum y, \\ a\sum x + b\sum x^2 = \sum yx \end{cases}$$

Разделим оба уравнения на н:

$$\begin{cases} \dfrac{na}{n} + \dfrac{b\sum x}{n} = \dfrac{\sum y}{n}, \\ \dfrac{a\sum x}{n} + \dfrac{b\sum x^2}{n} = \dfrac{\sum yx}{n} \end{cases}$$

[19]Greene W.H. Econometric Analysis. Prentice Hall. 7th edition, 2011. – 821 pp.

$$a = \frac{\sum y}{n} - \frac{b\sum x}{n} = \bar{y} - b\bar{x}$$

Подставляем во второе уравнение:

$$b = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$$

Осуществляемое на основе регрессионного анализа прогнозирование обеспечивает, как правило, лучшие результаты при *интерполяции* (определение y внутри интервала изменения эмпирических значений факторных признаков), чем при *экстраполяции* (за границами этого интервала).

Ошибка прогнозирования возрастает тем сильнее, чем дальше значение любого из факторных признаков x_i, по которым строится прогноз, выходит за пределы минимального и максимального значений эмпирических данных $[x_{i\min}, x_{i\max}]$.

Независимость факторов (отсутствие сильных линейных взаимосвязей между независимыми переменными регрессионной модели $(r < 0{,}7)$.

Наличие таких связей называется *мультиколлинеарностью*.

Эффект мультиколлинеарности означает, что, по крайней мере, одна из независимых переменных, включенных в модель, является лишней (модель *избыточна*).

Мультиколлинеарность может привести к ложным корреляциям

Тема 6. НЕЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ

1. Модели нелинейной регрессии.
2. Корреляция для нелинейных зависимостей.

1. Модели нелинейной регрессии

Линейные регрессионные модели, рассмотренные в предыдущих темах, обладают тем свойством, что они *линейны по переменным* (переменные входят в модель в первой степени) *и линейны по параметрам* (параметры выступают в качестве коэффициентов при переменных). Однако не все экономические зависимости можно выразить или достаточно адекватно приблизить линейными функциями.

Многие экономические зависимости не являются линейными по своей сути, поэтому использование для их изучения линейных моделей может привести к неадекватным результатам. Так при исследовании зависимости спроса от цены часто используют логарифмические модели, при анализе издержек от объема выпуска наиболее обоснована полиномиальная (кубическая) модель, а при рассмотрении производственных функций обычно используются степенные модели.

Рассмотрим некоторые (наиболее часто используемые на практике) нелинейные модели, для которых возможно сведение к линейным. Для того чтобы свести нелинейную модель к линейной (*линеаризовать модель)* обычно с помощью некоторых преобразований переменных нелинейную модель представляют в виде линейного соотношения между преобразованными переменными, оценивают коэффициенты этого соотношения и затем, с помощью обратного преобразования, находят оценки параметров исходной нелинейной модели.

Сразу заметим, что не всякая нелинейная модель может быть оценена подобным образом, в ряде случаев невозможно подобрать подходящее преобразование, линеаризующее модель. В этом случае приходится использовать методы нелинейной оптимизации.

Говоря о нелинейных моделях, часто выделяют модели, *нелинейные по переменным (*но *линейные относительно параметров)* и модели, *нелинейные по оцениваемым параметрам*.

Оценка моделей, *нелинейных по объясняющим переменным*, *нелинейных по оцениваемым параметрам* не представляет особой сложности: в этом случае обычно используют *замену переменных* для сведения модели к линейной и оценки параметров с помощью обычного МНК (примененного к модели с замененными переменными).

Таким образом, различают линейные и нелинейные регрессии (рис. 6.1). Линейная регрессия: $y = a + bx + \varepsilon$.

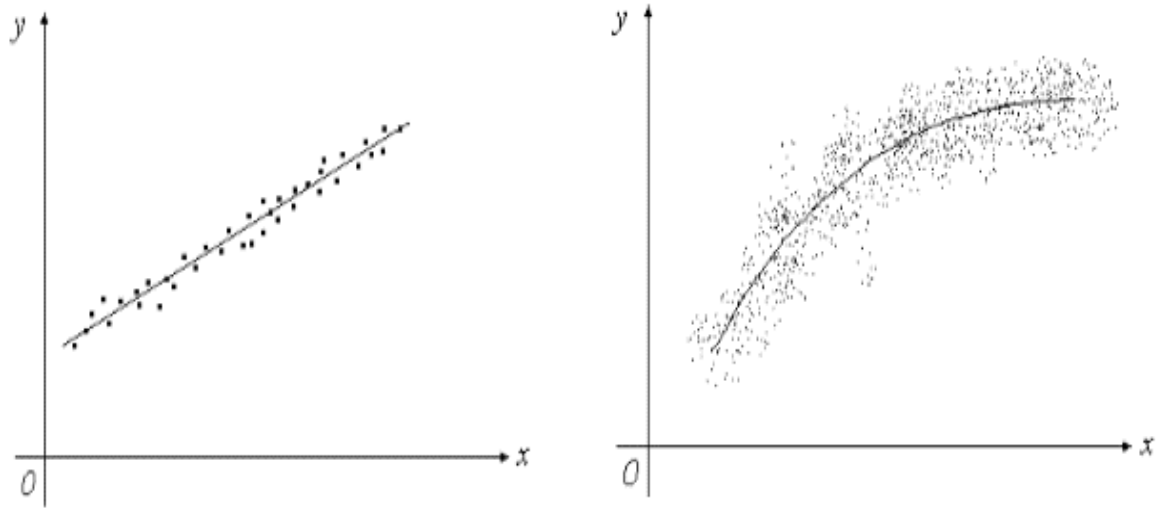


Рис. 6.1. Линейная и нелинейная регрессия[20]

Если между экономическими явлениями существуют нелинейные соотношения, то они выражаются с помощью соответствующих нелинейных функций: например, равносторонней гиперболы, параболы второй степени и др.

Как было выше сказано, нелинейные регрессии делятся на два класса: регрессии, нелинейные относительно включенных в анализ объясняющих переменных, но линейные по оцениваемым параметрам, и регрессии, нелинейные по оцениваемым параметрам.

Регрессии, нелинейные по объясняющим переменным:

- полиномы разных степеней - $y = a + b_1 x + b_1 x^2 + b_3 x^3 + \varepsilon$;
- равносторонняя гипербола - $y = a + \frac{x}{b} + \varepsilon$.

Регрессии, нелинейные по оцениваемым параметрам:

- степенная - $y = a \cdot x^b \cdot \varepsilon$;
- показательная - $y = a \cdot b^x \cdot \varepsilon$;

[20]Елисеева. И.И., КурышеваС.В. идр. Эконометрика: Учебник. - М.: Финансы и статистика, 2007.

- экспоненциальная - $y = e^{a+bx} \cdot \varepsilon$;
- логарифмическая - $y = a_0 + a_1 x + a_2 \lg X + \varepsilon$.

2. Корреляция для нелинейных зависимостей

Качество нелинейной корреляционной зависимости можно оценить с помощью индекса корреляции:

$$R = \sqrt{\left(1 - \frac{\sigma_{ост}^2}{\sigma_y^2}\right)},$$

где σ_y^2 -общая дисперсия результативного признака y;

$\sigma_{ост}^2$ - остаточная дисперсия, определяемая уравнением регрессии $\hat{y}_x = f(x)$.

Индекс корреляции может быть также записан в следующем виде:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}.$$

Индекс корреляции для нелинейных форм связи изменяется в пределах [0;1]. Чем ближе его значение к единице, тем сильнее взаимосвязь между изучаемыми переменными.

Если возвести индекс корреляции в квадрат, то полученная величина будет называться индексом детерминации.

$$R^2 = \frac{\sum (\hat{y}_x - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}.$$

Индекс детерминации показывает, какую долю от общей дисперсии результативного признака y составляет дисперсия результативного признака y, объясненная регрессионной моделью.

Помимо индексов корреляции и детерминации оценить тесноту связи между переменными x и y позволяют коэффициенты эластичности.

Общий коэффициент эластичности показывает, на сколько процентов приблизительно изменится результативный признак y при изменении факторного признака на 1%.

$$\overline{Э} = f'(x)\frac{\bar{x}}{\bar{y}}.$$

Различают обобщающие (средние) и точечные коэффициенты эластичности.

Обобщающий коэффициент эластичности рассчитывается для среднего значения $\bar{x}$ и показывает на сколько процентов изменится y относительно своего среднего уровня при росте x на 1% относительно своего среднего уровня.

Точечный коэффициент эластичности рассчитывается для конкретного значения $x = x_0$ и показывает на сколько процентов изменится y относительно уровня $y(x_0)$ при увеличении x на 1% от уровня x_0.

В зависимости от вида зависимости между x и y формулы расчета коэффициентов эластичности будут меняться. Основные формулы приведены в таблице 6.1.

Таблица 6.1

Формулы расчета коэффициентов эластичности[21]

Вид функции, $y = f(x)$	**Коэффициент эластичности**
Линейная $y = b_0 + b_1 \cdot x$	$Э(x_0) = \dfrac{b_1 \cdot x_0}{b_0 + b_1 \cdot x_0}$
Парабола $y = a + b \cdot x + c \cdot x_2$	$Э(x_0) = \dfrac{(a + 2c + bx_0) \cdot x_0}{a + b \cdot x_0 + c \cdot x_0^2}$
Равносторонняя гипербола $y = a + b / x$	$Э(x_0) = \dfrac{-b}{a \cdot x_0 + b}$
Степенная $y = a \cdot x^b$	$Э(x_0) = b$
Показательная $y = a \cdot b^x$	$Э(x_0) = x_0 \cdot \ln b$

Только для степенных функций $\left(y = a \cdot x^b\right)$ коэффициент эластичности представляет собой постоянную независящую от x величину (равную в данном случае параметру b). Именно поэтому степенные функции широко используется в эконометрических исследованиях. Параметр b в таких функциях имеет четкую экономическую интерпретацию - он показывает процентное изменение результата при увеличении фактора на 1%.

[21]https://studfiles.net/preview/2801762/page:2/

Тема 7. МНОГОФАКТОРНЫЙ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Методология выбора факторов при построении эконометрической модели.

2. Многофакторная эконометрическая (регрессионная) модель. Выбор формы уравнения регрессии.

3. Расчет коэффициентов многофакторных эконометрических моделей при помощи метода наименьших квадратов.

4. Экономический анализ параметров эконометрических моделей. Расчет коэффициентов эластичности.

1. Методология выбора факторов при построении эконометрической модели

Множественная регрессия – уравнение связи с несколькими независимыми переменными:

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_n),$$

где y - зависимая переменная (результативный признак); $x_1, x_2, ..., x_n$ - независимые переменные (факторы). Множественная регрессия применяется в ситуациях, когда из множества факторов, влияющих на результативный признак, нельзя выделить один доминирующий фактор и необходимо учитывать влияние нескольких факторов. Основная цель множественной регрессии - построить модель с большим числом факторов, определив при этом влияние каждого из них в отдельности, а также совокупное их воздействие на моделируемый показатель.

Как и в случае парной регрессии, построение уравнения множественной регрессии осуществляется в два этапа (рис. 7.1).

Рис.7.1. Схема построения уравнения множественной регрессии[22]

[22] http://bugabooks.com/book/553-yekonometrika-uchebnoe-posobie-v-sxemax-i-tablicax/4-tema1-opredelenie-yekonometriki.html

Спецификация модели включает в себя решение двух задач:

- отбор n факторов x_j, наиболее влияющих на величину Y;

- выбор вида уравнения регрессии $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$

Факторы, включаемые во множественную регрессию, должны отвечать следующим требованиям:

1. Они должны быть количественно измеримы. Если необходимо включить в модель качественный фактор, не имеющий количественного измерения, то ему нужно придать количественную определенность (например, в модели урожайности качество почвы задается в виде баллов; в модели стоимости объектов недвижимости районам присваиваются ранги);

2. Факторы не должны быть взаимно коррелированы и тем более находиться в точной функциональной связи. Если между факторами существует высокая корреляция, то нельзя определить их изолированное влияние на результативный показатель, и параметры уравнения регрессии оказываются неинтерпретируемыми. Включаемые во множественную регрессию факторы должны объяснить вариацию независимой переменной.

Основная цель множественной регрессии − построить модель с большим числом факторов, определив при этом влияние каждого из них в отдельности, а также совокупное их воздействие на моделируемый показатель.

Многофакторный корреляционный анализ состоит из нескольких этапов:

- определяются факторы, которые оказывают воздействие на изучаемый показатель, и отбираются наиболее существенные для корреляционного анализа;
- собирается и оценивается исходная информация, необходимая для корреляционного анализа;
- изучается характер и моделируется связь между факторами и результативным показателем, то есть подбирается и обосновывается математическое уравнение, которое наиболее точно выражает сущность исследуемой зависимости;
- проводится расчет основных показателей связи корреляционного анализа;
- дается статистическая оценка результатов корреляционного анализа и практическое их применение.

Отбор факторов для корреляционного анализа является очень важным моментом в экономическом анализе. От того, насколько правильно он сделан, зависит точность выводов по итогам анализа. Главная роль при отборе факторов принадлежит теории, а также практическому опыту анализа.

При этом необходимо придерживаться следующих правил:

- При отборе факторов в первую очередь следует учитывать причинно-следственные связи между показателями, так как только они раскрывают сущность изучаемых явлений. Анализ же таких факторов, которые находятся только в математических соотношениях с результативным показателем, не имеет практического смысла.
- При создании многофакторной регрессионной модели необходимо отбирать самые значимые факторы, которые оказывают решающее воздействие на результативный показатель, так как охватить все условия и обстоятельства практически невозможно. Факторы, не существенные по критерию Стьюдента, не рекомендуется принимать в расчет.
- Все факторы должны быть количественно измеримы, т.е. иметь единицу измерения, и информация о них должна содержаться в учете и отчетности.
- В регрессионную модель линейного типа не рекомендуется включать факторы, связь которых с результативным показателем имеет криволинейный характер.
- Не рекомендуется включать в регрессионную модель взаимосвязанные факторы. Если парный коэффициент корреляции между двумя факторами не меньше 0,7, то по правилам корреляционного анализа один из них необходимо исключить, иначе это приведет к искажению результатов анализа.
- Нежелательно включать в регрессионную модель факторы, связь которых с результативным показателем носит функциональный характер.

2. Многофакторная эконометрическая (регрессионная) модель. Выбор формы уравнения регрессии

Корреляционный анализ может дать представление о степени связи, но не о ее виде.

Для анализа воздействия на результативный признак нескольких факторных признаков используется регрессионный анализ.

Если выявленные на основе корреляционного анализа связи между изучаемыми признаками окажутся *существенными* (т.е. достаточно сильными и статистически значимыми), то целесообразно найти их математическое выражение в виде регрессионной модели и оценить ее адекватность.

Адекватная регрессионная модель может использоваться для прогнозирования изучаемого явления или показателя.

Регрессионный анализ заключается в подборе соответствующей аппроксимирующей функции для имеющегося набора наблюдений.

Полученная функциональная зависимость называется ***уравнением регрессии***, или просто ***регрессией.***

Анализ модели множественной регрессии требует разрешения двух весьма важных новых вопросов.

Первым является вопрос *разграничения эффектов различных независимых переменных*. Данная проблема носит название проблемы мультиколлинеарности.

Вторая, не менее важная проблема заключается в оценке *совместной (объединенной) объясняющей способности независимых переменных* в противоположность влиянию их индивидуальных предельных эффектов.

С этими двумя вопросами связана проблема *спецификации модели.* Дело в том, что среди нескольких объясняющих переменных имеются оказывающие влияние на зависимую переменную и не оказывающие такового влияния. Более того, некоторые переменные могут и вовсе не подходить для данной модели. Поэтому необходимо решить, какие переменные следует включать в модель (уравнение), а какие, напротив, исключить. Так, если в уравнение не вошла переменная, которая по природе исследуемых явлений и процессов в действительности должна была быть включена в эту модель, то оценки коэффициентов регрессии с довольно большой вероятностью могут оказаться смещенными. При этом рассчитанные по простым формулам стандартные ошибки коэффициентов и соответствующие тесты в целом становятся некорректными.

Если же включена переменная, которая не должна присутствовать в уравнении, то оценки коэффициентов регрессии будут несмещенными, но с высокой вероятностью окажутся неэффективными. Также в этом случае рассчитанные стандартные ошибки окажутся, в целом, приемлемы, но из-за неэффективности регрессионных оценок они станут чрезмерно большими.

Как и в парной зависимости, возможны разные виды уравнений множественной регрессии: линейные и нелинейные (рис. 7.2). Ввиду четкой интерпретации параметров наиболее широко используются линейная и степенная функции.

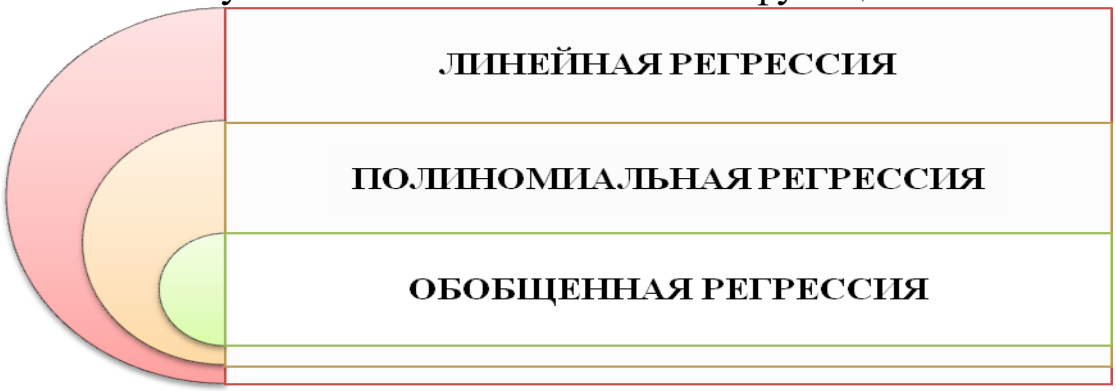


Рис.7 .2. Виды уравнений множественной регрессии[23]

Для построения уравнения множественной регрессии чаще используются следующие функции:

Линейная - $y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + ... + b_p \cdot x_p + \varepsilon$;

Степенная - $y = a \cdot x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2} \cdot ... \cdot x_p^{b_p} \cdot \varepsilon$;

Экспонента - $y = e^{a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + ... + b_p \cdot x_p + \varepsilon}$;

Гипербола - $y = \frac{1}{a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + ... + b_p \cdot x_p + \varepsilon}$.

Можно использовать и другие функции, приводимые к линейному виду.

3. Расчет коэффициентов многофакторных эконометрических моделей при помощи метода наименьших квадратов

Построение уравнения регрессии сводится к оценке ее параметров. Для оценки параметров уравнения множественной регрессии применяют *метод наименьших квадратов* (МНК).

[23]Эконометрика. Учебник./ под ред. И.И.Елисеевой. - М.: Финансы и статистика, 2003., стр.105

Для оценки параметров регрессий, линейных по параметрам, используют метод наименьших квадратов (МНК).

МНК позволяет получить такие оценки параметров, при которых сумма квадратов отклонений фактических значений результативного признака y от теоретических $\hat{y}_x$ минимальна, т.е.

$$\sum (y - \hat{y}_x)^2 \to \min$$

Пусть

$$\overline{Y} = a_0 + a_1 x + a_1 x^2 + \ldots + a_n x^n$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = \sum \left[2\left(Y - a_0 - a_1 X - a_2 X^2 - \ldots - a_n X^n \right) \right] \cdot (-1) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = \sum \left[2\left(Y - a_0 - a_1 X - a_2 X^2 - \ldots - a_n X^n \right) \right] \cdot (-X) = 0$$

.....

$$\frac{\partial S}{\partial a_n} = \sum \left[2\left(Y - a_0 - a_1 X - a_2 X^2 - \ldots - a_n X^n \right) \right] \cdot \left(-X^n\right) = 0$$

Для линейных уравнений и нелинейных уравнений, приводимых к линейным, строится следующая система нормальных уравнений, решение которой позволяет получить оценки параметров регрессии:

$$\begin{cases} \sum y = na + b_1 \sum x_1 + b_2 \sum x_2 + \ldots + b_p \sum x_p \\ \sum y x_1 = a \sum x_1 + b_1 \sum x_1^2 + b_2 \sum x_1 x_2 + \ldots + b_p \sum x_p x_1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \sum y x_p = a \sum x_p + b_1 \sum x_1 x_p + b_2 \sum x_2 x_p + \ldots + b_p \sum x_p^2. \end{cases}$$

Для ее решения может быть применён метод определителей:

$$a = \frac{\Delta a}{\Delta}, \quad b_1 = \frac{\Delta b_1}{\Delta}, \ldots, \quad b_p = \frac{\Delta b_p}{\Delta},$$

где

$$\Delta = \begin{vmatrix} n & \sum x_1 & \sum x_2 & \ldots & \sum x_p \\ \sum x_1 & \sum x_1^2 & \sum x_2 x_1 & \ldots & \sum x_p x_1 \\ \sum x_2 & \sum x_1 x_2 & \sum x_1^2 & \ldots & \sum x_p x_2 \\ \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots \\ \sum x_p & \sum x_1 x_p & \sum x_2 x_p & \ldots & \sum x_1^2 \end{vmatrix}$$

определитель системы.

$\Delta a, \Delta b_1, ..., \Delta b_p$ - частные определители; которые получаются путем замены соответствующего столбца матрицы определителя системы данными левой части системы.

Другой вид уравнения множественной регрессии – *уравнение регрессии в стандартизованном масштабе*:

$$t_y = \beta_1 t_{x_1} + \beta_2 t_{x_2} + ... + \beta_p t_{x_p},$$

где $t_y = \frac{y - \overline{y}}{\sigma_y}, t_{x_i} = \frac{x_i - \overline{x_i}}{\sigma_{x_i}}$ - стандартизованные переменные;

β_i - стандартизованные коэффициенты регрессии.

К уравнению множественной регрессии в стандартизованном масштабе применим МНК. Стандартизованные коэффициенты регрессии определяются из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} r_{yx_1} = \beta_1 + \beta_2 r_{x_2x_1} + \beta_3 r_{x_3x_1} + ... + \beta_p r_{x_px_1}, \\ r_{yx_2} = \beta_1 r_{x_2x_1} + \beta_2 + \beta_3 r_{x_3x_2} + ... + \beta_p r_{x_px_2}, \\ ..... \\ r_{yx_p} = \beta_1 r_{x_px_1} + \beta_2 r_{x_px_2} + \beta_3 r_{x_3x_p} + ... + \beta_p, \end{cases}$$

Система нормальных уравнений:

а) для полиномов k-тойстепени:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2 + ... + a_k \sum t^k = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3 + ... + a_k \sum t^{k+1} = \sum yt \\ ..... \\ a_0 \sum t^k + a_1 \sum t^{k+1} + a_2 \sum t^{k+2} + ... + a_k \sum t^{2k} = \sum yt^k \end{cases}$$

б) для экспоненциальной функции:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2 + ... + a_k \sum t^k = \sum \ln y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3 + ... + a_k \sum t^{k+1} = \sum t \ln y \\ ..... \\ a_0 \sum t^k + a_1 \sum t^{k+1} + a_2 \sum t^{k+2} + ... + a_k \sum t^{2k} = \sum t^k \ln y \end{cases}$$

4. Экономический анализ параметров эконометрических моделей. Расчет коэффициентов эластичности

Связь коэффициентов множественной регрессии β_i со стандартизованными коэффициентами β_i описывается соотношением:

$$b_i = \beta_i \frac{\sigma_y}{\sigma_{x_i}}.$$

Параметр a определяется как $a = \bar{y} - b_1\bar{x_1} - b_2\bar{x_2} - ... - b_p\bar{x_p}$.

Средние коэффициенты эластичности для линейной регрессии рассчитываются по формуле:

$$\bar{Э}_{yx_j} = b_j \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}}$$

И показывают, на сколько процентов в среднем по совокупности изменится результат y от своей величины при изменении фактора x на 1 % от своего значения при неизменных значениях других факторов. Для расчета *частных коэффициентов эластичности* применяется следующая формула:

$$Э_{yx_i} = b_i \frac{x_i}{y_{x_i \cdot x_1, x_2, ..., x_{i-1}, x_{i+1}, ..., x_p}}$$

Пусть уравнение регрессии примет вид:

$$\hat{Y} = 17{,}27 + 0{,}02645X_1 + 0{,}00054X_2.$$

Определим частные коэффициенты эластичности:

$$Э_1 = a_1 \frac{\bar{X}_1}{\bar{Y}} = 0{,}02645 \frac{108{,}51}{20{,}17} = 5{,}38 * 0{,}02645 = 0{,}14\%,$$

$$Э_2 = a_2 \frac{\bar{X}_2}{\bar{Y}} = 0{,}00054 \frac{51{,}90}{20{,}17} = 2{,}57 * 0{,}00054 = 0{,}0014\%.$$

Частные коэффициенты эластичности показывают влияние отдельных факторов на результативный показатель. Так, при изменении X_1, например балансовой прибыли, на 1% при неизменности второго фактора произойдет в среднем изменение Y, например величины начисленных дивидендов на 0,14%, а при изменении X_2 дебиторской задолженности на 1% при фиксированном положении первого фактора произойдет изменение величины начисленных дивидендов в среднем на 0,0014%.

Тема 8. ЧАСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ РЕГРЕССИИ

1. Построение частных уравнений регрессии и определение частных коэффициентов эластичности.
2. Множественная корреляция.
3. Частная корреляция.

1. Построение частных уравнений регрессии и определение частных коэффициентов эластичности

В отличие от парной **регрессии частные уравнения регрессии** характеризуют изолированное влияние фактора на результат, ибо другие факторы закреплены на неизменном уровне. Эффекты влияния других факторов присоединены в них к свободному члену **уравнения** множественной **регрессии**.

На основе линейного уравнения множественной регрессии

$$y = a + b_i \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + ... + b_p \cdot x_p + \varepsilon$$

могут быть найдены частные уравнения регрессии:

$$\begin{cases} y_{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 .... x_p} = f(x_1), \\ y_{x_2 \cdot x_1 \cdot x_3 ... x_p} = f(x_2), \\ ..... \\ y_{x_p \cdot x_1 \cdot x_2 ... x_{p-1}.} = f(x_p). \end{cases}$$

т.е. уравнения регрессии, которые связывают результативный признак с соответствующими факторами х при закреплении других учитываемых во множественной регрессии факторов на среднем уровне. Частные уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{cases} y_{x_1 \cdot x_2, x_3 ... x_p} = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot \bar{x}_2 + b_3 \cdot \bar{x}_3 + ... + b_p \cdot \bar{x}_p + \varepsilon \\ y_{x_2 \cdot x_1, x_3 ... x_p} = a + b_1 \cdot \bar{x}_1 + b_2 \cdot \bar{x}_2 + b_3 \cdot \bar{x}_3 + ... + b_p \cdot \bar{x}_p + \varepsilon \\ ..... \\ y_{x_p \cdot x_1, x_2, ... x_{p-1}} = a + b_1 \cdot \bar{x}_1 + b_2 \cdot \bar{x}_2 + ... + b_{p-1} \bar{x}_{p-1} + b_p \cdot \bar{x}_p + \varepsilon \end{cases}$$

При подстановке в эти уравнения средних значений соответствующих факторов они принимают вид парных уравнений линейной регрессии, т.е. имеем:

$$\begin{cases} \hat{y}_{x_1 \cdot x_2, x_3 ... x_p} = A_1 + b_1 \cdot x_1, \\ \hat{y}_{x_2 \cdot x_1, x_3 ... x_p} = A_2 + b_2 \cdot x_2, \\ ..... \\ \hat{y}_{x_p \cdot x_1, x_2, ... x_{p-1}} = A_p + b_p \cdot x_p \end{cases}$$

где

$$\begin{cases} A_1 = a + b_2 \cdot \bar{x}_2 + b_3 \cdot \bar{x}_3 + ... + b_p \cdot \bar{x}_p \\ A_2 = a + b_1 \cdot \bar{x}_1 + b_3 \cdot \bar{x}_3 + ... + b_p \cdot \bar{x}_p \\ ..... \\ A_p = a + b_1 \cdot \bar{x}_1 + b_2 \cdot \bar{x}_2 + ... + b_{p-1} \bar{x}_{p-1} \end{cases}$$

В отличие от парной регрессии частные уравнения регрессии характеризуют изолированное влияние фактора на результат, ибо другие факторы закреплены на неизменном уровне. Эффекты влияния других факторов присоединены в них к свободному члену уравнения множественной регрессии.

Это позволяет на основе частных уравнений регрессии определять частные коэффициенты эластичности:

$$\acute{Y}_{yx_i} = b_i \frac{x_i}{\hat{y}_{x_i \cdot x_1 x_1 ... x_{i-1} \cdot x_{i+1} \cdot x_p}},$$

где b_i – коэффициенты регрессии для фактора x_i в уравнении множественной регрессии;

$\hat{y}_{x_i \cdot x_1 \cdot x_2 ... x_{i-1} \cdot x_{i+1} \cdot x_p}$ – частное уравнение регрессии.

2. Множественная корреляция

Любая экономическая политика заключается в регулировании определенных экономических параметров и поэтому должна основываться на знании того, как эти параметры влияют на другие составляющие экономической среды. В экономических исследованиях, как правило, встречаются стохастические зависимости, которые отличаются приблизительностью, неопределенностью. Они проявляются только в среднем по значительному количеству объектов (наблюдений). Здесь каждой величине факторного показателя (аргумента) может соответствовать несколько значений результативного показателя (функции). Взаимосвязь между исследуемыми факторами и результативным показателем проявится, если взять для исследования большое количество наблюдений (объектов) и сравнить их значения. Тогда в соответствии с законом больших чисел влияние других факторов на результативный показатель сглаживается, что дает возможность установить связь, соотношения между изучаемыми явлениями.

Корреляционная (стохастическая) связь – это неполная, вероятностная зависимость между показателями, которая проявляется только в массе наблюдений. Стохастические взаимосвязи экономических переменных можно описать с помощью так называемых корреляционных характеристик. Отличают парную и множественную корреляцию. Парная корреляция – это связь между двумя показателями, один из которых является факторным, а другой – результативным. Множественная корреляция возникает от взаимодействия нескольких факторов с результативным показателем.

Необходимые условия применения корреляционного анализа.

1. Наличие достаточно большого количества наблюдений о величине исследуемых факторных и результативных показателей (в динамике или за текущий год по совокупности однородных объектов).

2. Исследуемые факторы должны иметь количественное измерение и отражение в тех или иных источниках информации.

Применение корреляционного анализа позволяет решить следующие задачи:

1) определить изменение результативного показателя под воздействием одного или нескольких факторов (в абсолютном измерении), т. е. определить, на сколько единиц изменяется величина результативного показателя при изменении факторного на единицу;

2) установить относительную степень зависимости результативного показателя от каждого фактора.

Исследование корреляционных зависимостей имеет огромное значение. Это проявляется в том, что устанавливаются место и роль каждого фактора в формировании уровня исследуемых показателей, углубляются знания об изучаемых явлениях, определяются закономерности их развития и как итог – точнее обосновываются планы и управленческие решения, более объективно оцениваются итоги деятельности предприятий.

Одной из основных задач корреляционного анализа является определение влияния факторов на величину результативного показателя (в абсолютном измерении). Для решения этой задачи подбирается соответствующий тип математического уравнения, которое наилучшим образом отражает характер изучаемой связи (прямолинейной, криволинейной и т. д.). Подбор уравнения играет

важную роль в корреляционном анализе, потому что от правильного выбора уравнения регрессии зависит ход решения задачи и результаты расчетов.

Множественная корреляция - это вероятностная зависимость между одной величиной Y с одной стороны, и одновременно несколькими другими $X_1, X_2, ..., X_m$, с другой стороны. То есть, в отличие от парной корреляции, при которой на изменения зависимой (результирующей) переменной влияет одна независимая (объясняющая) переменная, при множественной корреляции независимых (объясняющих) переменных две или больше.

Цель корреляционного анализа в случае множественной корреляции - установить, есть ли зависимость между переменными и насколько тесно связаны между собой зависимая переменная, с одной стороны, и независимые переменные, с другой стороны, и зависят ли друг от друга независимые переменные $X_1, X_2, ..., X_m$.

Для того чтобы можно было бы применять модель множественной линейной регрессии, прежде, при анализе множественной корреляции должны быть установлены следующие факты:

- зависимая переменная тесно зависит от независимых переменных (тесноту связи, как и в случае парной корреляции, показывают значения коэффициента корреляции);
- нет тесной зависимости между независимыми переменными.

Тесноту совместного влияния факторов на результат оценивает *индекс множественной корреляции:*

$$R_{yx_1x_2,...,x_p} = \sqrt{1 - \frac{\sigma^2_{y_{ост}}}{\sigma^2_y}} \ .$$

Значение индекса множественной корреляции лежит в пределах от 0 до 1 и должно быть больше или равно максимальному парному индексу корреляции:

$$R_{yx_1x_2,...,x_p} \geq r_{yx_i}, \quad (i = \overline{1, p}).$$

При линейной зависимости *коэффициент множественной корреляции* можно определить через матрицу парных коэффициентов корреляции:

$$R_{yx_1x_2,...,x_p} = \sqrt{1 - \frac{\Delta r}{\Delta r_{11}}},$$

где

$$\Delta r = \begin{vmatrix} 1 & r_{yx_1} & r_{yx_2} & ... & r_{yx_p} \\ r_{yx_1} & 1 & r_{x_1x_2} & ... & r_{x_1x_p} \\ r_{yx_2} & r_{yx_1} & 1 & ... & r_{x_2x_p} \\ ... & .... & ... & ... & ... \\ r_{yx_p} & r_{x_px_1} & r_{x_px_2} & ... & 1 \end{vmatrix}$$

- определитель матрицы парных коэффициентов корреляции.[24]

3. Частная корреляция

Частная корреляция - анализ взаимосвязи между двумя величинами при фиксированных значениях остальных величин.

Целесообразность внесения того или иного фактора в модель доказывается величиной показателя частной корреляции. Частные коэффициенты корреляции характеризуют тесноту связи между результатом и соответствующим фактором при устранении влиянии других факторов, включённых в уравнение регрессии.

Если рассматривается регрессия с n факторами, то возможны частные коэффициенты корреляции первого, второго и так далее n - порядка.

Сопоставление коэффициентов частной корреляции разного порядка по мере увеличении числа внешних факторов показывает процесс “очищения” зависимости результатного признака с наследственным фактором. Хотя частная корреляция разных порядков удобна при анализе, в практических исследованиях предпочтение отдают показателям частной корреляции самого высокого порядка, так как эти порядки являются дополнительными к уравнению множественной регрессии.

Порядок частного коэффициента корреляции определяется количеством факторов, влияние которых исключается.

Коэффициенты парной корреляции называют коэффициентами нулевого порядка.

Коэффициенты частной корреляции более высоких порядков можно определить через коэффициент частной корреляции более низких порядков по *рекуррентной формуле*.

[24]Эконометрика. Учебник/ Под ред. И.И.Елисеевой. - М.: Финансы и статистика, 2003. -с. 97

Подсчитанные по рекуррентной формуле частные коэффициенты корреляции изменяются в пределах от –1 до +1. А по формуле через множественные коэффициенты детерминации от 0 до 1.

В эконометрике частные коэффициенты корреляции не имеют самостоятельного значения. В основном их используют на стадии формирования модели в процедуре отсева факторов: строя многофакторную модель методом исключения переменных на первом шаге определяется уравнение регрессии с полным набором факторов и рассчитывается матрица частных коэффициентов корреляции. Далее выбирается фактор с наименьшей несущественной по m - критерию величиной частного коэффициента корреляции.

Исключив данный фактор из модели, строится новое уравнение регрессии, и процедура продолжается до тех пор, пока не окажется, что все частные коэффициенты корреляции существенно отличаются от нуля.

Существуют случаи, когда две переменные связаны между собой, не за счет внутренних связей, а за счет взаимосвязи с третьей переменной, или влияния на них неученых факторов. Обнаружение и исключение таких факторов, влияющих на корреляции переменных, и расчет частных коэффициентов корреляции задача многомерного корреляционного анализа.

При вычислении частных корреляций алгоритм работы следующий: предварительно фиксируется значение некоторой случайной величины (влияющих факторов), если корреляция между интересующими нас переменными уменьшается, то это значит, что из связь частично возникает под воздействием этой фиксированной величины. В случае же если частный коэффициент корреляции между исследуемыми нами переменными равен нулю или близок к нему, то делается вывод о том, что взаимосвязь между исследуемыми переменными обусловлена их собственным воздействием.

Показатели частной корреляции определяются как отношение сокращения остаточной дисперсии за счет дополнительного включения в анализ нового фактора к остаточной дисперсии, имевшей место до введения его в регрессионную модель.

Частные коэффициенты корреляции, измеряющие влияние на y фактора x_i при неизменном уровне других факторов, можно определить по формуле

$$r_{yx_i \cdot x_1 x_2 \dots x_{i-1} x_{i+1} \dots x_p} = \sqrt{1 - \frac{1 - R^2_{yx_i \cdot x_1 x_2 \dots x_i \dots x_p}}{1 - R^2_{yx_i \cdot x_1 x_2 \dots x_{i-1} x_{i+1} \dots x_p}}}.$$

или по рекуррентной формуле:

$$r_{yx_i \cdot x_1 x_2 \dots x_p} = \frac{r_{yx_i \cdot x_1 x_2 \dots x_{p-1}} - r_{yx_p \cdot x_1 x_2 \dots x_{p-1}} r_{x_i x_p \cdot x_1 x_2 \dots x_{p-1}}}{\sqrt{(1 - r^2_{yx_i \cdot x_1 x_2 \dots x_{p-1}})(1 - r^2_{x_i x_p \cdot x_1 x_2 \dots x_{p-1}})}}.$$

Качество построенной модели в целом оценивает коэффициент детерминации. *Коэффициент множественной детерминации* рассчитывается как квадрат индекса множественной корреляции:

$$R^2_{yx_1 x_2, \dots, x_p}.$$

Скорректированный индекс множественной детерминации содержит поправку на число степеней свободы и рассчитывается по формуле

$$\widehat{R}^2 = 1 - (1 - R^2)\frac{(n-1)}{(n-m-1)},$$

где n – число наблюдений;

m – число факторов.

Для вычисления частного коэффициента корреляции между тремя переменными требуется знать их коэффициенты корреляции Пирсона.

Формула частного коэффициента корреляции для коэффициента корреляции Пирсона следующая:

$$r_{xyz} = \frac{r_{xy} - r_{xz} \cdot r_{yz}}{\sqrt{(1 - r^2_{xz})(1 - r^2_{yz})}},$$

где r_{xy}, r_{xz}, r_{yz} коэффициенты корреляции r-Пирсона исследуемых переменных между собой.

Однако следует помнить, что частная корреляция не обязательно говорит о причинности существующей между переменными, для этих целей лучше использовать дисперсионный анализ.

Тема 9. ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

1. Стадия верификации. Оценка качества формы зависимости эконометрических моделей при помощи ошибки аппроксимации и критерия Фишера.

2. Оценка предпосылок «МНК» по критерию Дарбина-Уотсона. Автокорреляция остатков.

3. Оценка статистической значимости параметров эконометрической модели по критерию Стьюдента.

4. Расчет доверительных границ значений коэффициентов эконометрической модели для генеральной совокупности.

1.Стадия верификации. Оценка качества формы зависимости эконометрических моделей при помощи ошибки аппроксимации и критерия Фишера

На стадии верификации качество модели регрессии оценивается по следующим направлениям:

- проверка качества всего уравнения регрессии;
- проверка значимости всего уравнения регрессии;
- проверка статистической значимости коэффициентов уравнения регрессии;
- проверка выполнения предпосылок МНК.

Оценку качества построенной модели даст коэффициент (индекс) детерминации, а также средняя ошибка аппроксимации (рис.9.1).

Коэффициент детерминации характеризует долю вариации (дисперсии) результативного признака y , объясняемую регрессией, в общей вариации (дисперсии) y

$$R^2 = 1 - \frac{y^2_{\text{ост.}}}{y^2} = 1 - \frac{RSS}{TSS} = \frac{ESS}{TSS} = \frac{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2}$$

Рис. 9.1. Оценка качества модели коэффициентом детерминации[25]

[25]Gujarati D.N. Basic Econometrics. McGraw-Hill, 4th edition, 2003 (Gu),Inc.p. 315

Основные свойства коэффициента детерминации:

1. $0 \le R^2 \le 1$.

2. Чем ближе R^2 к 1, тем лучше регрессия аппроксимирует статистические данные, тем теснее линейная связь между зависимой и объясняющими переменными.

3. Если $R^2 = 1$, то статистические данные лежат на линии регрессии, т.е. между зависимой и объясняющими переменными имеется функциональная зависимость. Если $R^2 = 0$, то вариация зависимой переменной полностью обусловлена воздействием неучтенных в модели переменных.

4. В случае парной регрессии

$$R^2 = r_{xy}^2 .$$

Оценку качества модели дает также **средняя ошибка аппроксимации** – среднее отклонение расчетных значений зависимой переменной от фактических значений:

$$A = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i}\right| \cdot 100\%.$$

Допустимый предел значений A – не более 10%. Чем меньше значение A, тем лучше.

Проверка значимости всего уравнения регрессии проводится с помощью F -критерия Фишера(рис. 9.2)

F-критерий Фишера заключается в проверке гипотезы H_0 о статистической незначимости уравнения регрессии.

$$F_{\text{факт}} = \frac{y^2_{\text{факт}}}{y^2_{\text{ост.}}}$$

Если $F_{\text{табл.}} < F_{\text{факт.}}$, то H_0 - гипотеза о случайной природе оцениваемых характеристик отклоняется и признается их статистическая значимость и надежность.

Рис. 9.2. Оценка значимости уравнения регрессии с помощью F -критерия Фишера[26]

[26]Елисеева. И.И., Курышева С.В. и др. Эконометрика: Учебник. - М.: Финансы и статистика, 2007

Основан на основном тождестве дисперсионного анализа

$$Var(y) = Var(y) + Var(e) \times n \Rightarrow$$
$$\underbrace{\sum (y_i - \bar{y})^2}_{TSS} = \underbrace{\sum (y_i - \bar{y})^2}_{ESS} + \underbrace{\sum e_i^2}_{RSS}.$$

где: TSS – общая сумма квадратов отклонений;

ESS – объясненная сумма квадратов отклонений;

RSS – необъясненная сумма квадратов отклонений.

F -статистика представляет собой отношение объясненной суммы квадратов (в расчете на одну независимую переменную) к остаточной сумме квадратов (в расчете на одну степень свободы)

$$F = F_{факт} = \frac{\frac{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{m}}{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-m-1}} = \frac{\frac{ESS}{m}}{\frac{RSS}{n-m-1}},$$

где n – число выборочных наблюдений, m – число объясняющих переменных.

При отсутствии линейной зависимости между зависимой и объясняющими(ей) переменными F -статистика имеет F -распределение Фишера-Снедекора со степенями свободы $k_1 = m$, $k_2 = n - m - 1$.

В парной $(m = 1)$ регрессии F -статистика является отношением объясненной суммы квадратов к остаточной сумме квадратов (в расчете на одну степень свободы), причем $m = 1$, $n - m - 1 = n - 2$.

$$F = \frac{ESS/m}{RSS/(n-m-1)} = \frac{(ESS/TSS)/m}{(RSS/TSS)/(n-m-1)} = \frac{R^2}{(1-R^2)/(n-2)}.$$

F -статистика в парной регрессии по n наблюдениям имеет F -распределение с 1 и $(n-2)$ степенями свободы

Порядок работы при проверке значимости парного уравнения по F -статистике:

1. Выбираем уровень значимости α (1% или 5%).

2. Вычисляем число степеней свободы 1 и $(n-2)$.

3. По таблицам F -распределения определяем критическое значение $F_{\alpha;1;n-2}$ (всегда одностороннее).

4. Если F -статистика больше $F_{\alpha;1;n-2}$, то уравнение в целом является значимым на уровне значимости α.

5. В противном случае уравнение в целом не значимо (на данном уровне α).

Связь между значимостью коэффициента регрессии и уравнения в целом в парной регрессии F -статистика равна квадрату t -статистики; то же верно и для их критических уровней (односторонний для t -статистики):

$$t^2 = F(t_{\alpha;n-2})^2 = F_{\alpha;1;n-2}$$

В парной регрессии значимость коэффициента регрессии и значимость уравнения в целом эквивалентны F -статистики в разных моделях с разным числом наблюдений и (или) переменных несравнимы.

2. Оценка предпосылок «МНК» по критерию Дарбина-Уотсона. Автокорреляция остатков

Критерий Дарбина-Уотсона или d – критерий (свойство независимости остатков, т.е. отсутствие автокорреляции):

$$d = \frac{\sum_{i=2}^{n}(\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2},$$

где $\varepsilon_i = y_i^{\text{факт.}} - y_i^{\text{расч.}}$.

Критерий d – распределен в интервале от 0 до 4.

Если d <2, то присутствует положительная автокорреляция между остатками уровней и отрицательная - если d >2.

Если $0 < d < d_1$, то остатки содержат автокорреляцию.

Если $d_1 < d < d_2$, то имеется неопределенность и тогда рассчитывается первый коэффициент автокорреляции по формуле:

$$r(1) = \frac{\sum_{i=2}^{n}\varepsilon_i \cdot \varepsilon_{i-1}}{\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2}$$

Рассчитанное значение $r(1)$ сопоставляется с $r(1)_{\text{табл.}}$ табличным, и если $r(1) < r(1)_{\text{табл.}}$, то автокорреляция отсутствует, в противном случае присутствует ($r(1)_{\text{табл.}} = 0{,}36$).

Если $d_2 < d < 2$, то ряд остатков не коррелирован.

Если $d > 2$, то d - критерий пересчитывается по формуле: $d' = 4 - d$ и дальнейшие выводы делают по d'.

Тест Дарбина-Уотсона обычно используется для установления факта наличия автокорреляционной зависимости первого порядка в ряду ошибки ε_t, т.е. между соседними ее значениями, ε_i и ε_{i+1}, $i = 1,2,...,n$. Обычно соседние значения ошибки связаны более сильной зависимостью, чем значения ε_i и ε_{i+2}, ε_i и ε_{i+3} и т.д. Вследствие этого отсутствие автокорреляционной связи между рядами значений выборочной ошибки ε_i и ε_{i-1}, $i = 1,2,...,n-1$; позволяет с большой степенью уверенности утверждать, что в ряду истинной ошибки модели ε_i отсутствуют вообще какие-либо автокорреляционные взаимосвязи.

Значение критерия Дарбина-Уотсона рассчитывается по следующей формуле:

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2}.$$

Раскрывая квадрат в числители выражения, получим:

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (\varepsilon_{i+1} - 2\varepsilon_i + \varepsilon_i + \varepsilon_i^2)^2}{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2} \approx 2(1 - r_1),$$

где r_1 – коэффициент автокорреляции первого порядка ошибки ε_i, т. е. корреляции между рядами ε_i и ε_{i1}.

Из выражения непосредственно вытекает, что

$$0 \le d \le 4.$$

Значение $d = 0$ соответствует случаю, когда между рядами ε_i и ε_{i+1} существует строгая положительная линейная зависимость, т.е. $r_1 = +1$, и значение $d = 4$ соответствует строгой отрицательной связи, $r_1 = -1$. Если ряды ε_i и ε_{i+1} независимы, то $r_1 = 0$ и $d = 2$.

Точки $d = 0;\ 2;\ 4$ и определяют границы критерия Дарбина-Уотсона, в пределах которых гипотеза о наличии автокорреляции первого порядка в последовательности ошибок либо принимается (в областях близких к 0 или 4), либо отвергается (в области $d = 2$), либо решение по данному критерию остается неопределенным (в промежутках между отмеченными областями). Иными словами, на отрезке [0,4] выделяются четыре промежуточные точки, таким образом, что $0 \le d_1 \le d_2 \le 2 \le d_2 \le d_4 \le 4$. Если расчетное значение критерия Дарбина-Уотсона находится на отрезках $[0, d_1]$, $[d_4, 4]$, то гипотеза о наличии автокорреляции первого порядка в ряду ошибок модели принимается, если расчетное значение d находится в интервале $[d_2, d_3]$, – то отвергается. Значения d, приходящиеся на полуинтервалы $[d_1, d_2]$ и $[d_3, d_4]$, не позволяют сделать однозначного суждения по данной гипотезе. В последнем случае необходимо проводить более глубокий анализ зависимостей между значениями ошибки ε_i, $i = 1,2,...,n$.

3. Оценка статистической значимости параметров эконометрической модели по критерию Стьюдента

Проверка значимости на основе t-статистик.

Проверка значимости на основе t-статистик заключается в установлении наличия линейной зависимости между Y и X. Данный анализ осуществляется по схеме проверки статистических гипотез. Проверяются альтернативные гипотезы:

$$H_0 : \beta_1 = 0,\ H_1 : \beta_1 \neq 0.$$

Если принимается гипотеза H_0, то считают, что величина Y не зависит от X. В этом случае говорят, что коэффициент b_1 ***статистически незначим*** (т.к. слишком близок к нулю).

В противном случае говорят, что коэффициент b_1 ***статистически значим***, что указывает на наличие линейной зависимости между Y и X.

Для парной линейной регрессии более важным является анализ статистической значимости коэффициента b_1, т.к. именно в нем скрыто влияние объясняющей переменной X на зависимую переменную Y.

t-статистика соизмеряет значение коэффициента с его стандартной ошибкой:

$$t(b_0) = \frac{b_0}{S_{b_0}} \; t(b_1) = \frac{b_1}{S_{b_1}}$$

t-статистики в парной регрессии по n наблюдениям при справедливости гипотезы H_0 имеют распределение Стьюдента с числом степеней свободы $df = n - 2$.

Порядок работы при проверке значимости коэффициента по t-статистике

1. Выбираем уровень значимости α (1% или 5%).

2. Вычисляем число степеней свободы ($n-2$).

3. По таблицу распределения Стьюдента определяем критическое значение $t_{\alpha/2;n-2}$ (двухсторонний критерий) или $t_{\alpha;n-2}$ (односторонний критерий).

4. Если модуль t-статистики больше критического значения, то коэффициент является значимым на уровне значимости α.

5. В противном случае коэффициент не значим (на данном уровне α).

Для оценки *статистической значимости коэффициентов регрессии и корреляции* рассчитываются *t-критерий Стьюдента и доверительные интервалы* каждого из показателей. Выдвигается гипотеза H_0 о случайной природе показателей, т.е. о незначимом их отличии от нуля. Оценка значимости коэффициентов регрессии и корреляции с помощью *t-критерия Стьюдента* проводится путем сопоставления их значений с величиной их случайной ошибки:

$$t_b = \frac{b}{m_b}; \; t_a = \frac{a}{m_a}; \; t_r = \frac{r}{m_r}.$$

Случайные ошибки параметров линейной регрессии и коэффициента корреляции определяются по формулам:

$$m_b = \sqrt{\frac{\sum (y - y_x)^2 / (n-2)}{\sum (x - \bar{x})^2}} = \sqrt{\frac{S_{ост}^2}{\sum (x - \bar{x})^2}} = \frac{S_{ост}}{\sigma_x \sqrt{n}};$$

$$m_a = \sqrt{\frac{\sum (y - y_x)^2}{(n-2)} \frac{\sum x^2}{n \sum (x - \bar{x})^2}} = \sqrt{S_{ост}^2 \frac{\sum x^2}{n^2 \sigma_x^2}} = S_{ост} \frac{\sqrt{\sum x^2}}{n \sigma_x};$$

$$m_{r_{xy}} = \sqrt{\frac{1 - r_{xy}^2}{n-2}}.$$

Сравнивая фактическое и критическое (табличное) значение т-статистики - $t_{табл}$ и $t_{табл}$ - принимаем или отвергаем гипотезу H_0.

Связь между F-критерием Фишера и t-статистикой Стьюдента выражается равенством $t_r^2 = t_b^2 = \sqrt{F}.$

Если $t_{табл} < t_{факт}$, то H_0 отклоняется, т.е. a, b и r_{xy} не случайно отличаются от нуля и сформировались под влиянием систематически действующего фактора x. Если $t_{табл} > t_{факт}$, то гипотеза H_0 не отклоняется и признается случайная природа формирования a, b и r_{xy}.

4. Расчет доверительных границ значений коэффициентов эконометрической модели для генеральной совокупности.

Построение доверительных интервалов для коэффициентов линейной регрессии при заданном уровне значимости α:

$$\text{для } \beta_0: \left(b_0 - t_{\frac{\alpha}{2},n-2} \cdot S_{b_0}; b_0 + t_{\frac{\alpha}{2},n-2} \cdot S_{b_0} \right),$$

$$\text{для } \beta_1: \left(b_1 - t_{\frac{\alpha}{2},n-2} \cdot S_{b_1}; b_1 + t_{\frac{\alpha}{2},n-2} \cdot S_{b_1} \right).$$

Доверительные интервалы с надежностью $(1-\alpha)$ накрывают истинные значения β_0 и β_1.

Порядок работы при проверке значимости коэффициента по доверительному интервалу

1. Выбираем уровень значимости α (1% или 5%).
2. Вычисляем число степеней свободы $(n-2)$.
3. По таблицам распределения Стьюдента определяем критическое значение $t_{\alpha/2;n-2}$ (двухсторонний критерий).
4. Вычисляем границы доверительного интервала.
5. Если точка 0 (ноль) не лежит внутри доверительного интервала, то коэффициент является значимым на уровне значимости α.
6. В противном случае коэффициент не значим (на данном уровне α).

Для расчета доверительного интервала определяем *предельную ошибку* Δ для каждого показателя:

$$\Delta_a = t_{табл} m_a, \quad \Delta_b = t_{табл} m_b,$$

Формулы для расчета *доверительных интервалов* имеют следующий вид:

$$\gamma_a = a \pm \Delta_a;\ \gamma_{a_{\min}} = a - \Delta_a;\ \gamma_{a_{\max}} = a + \Delta_a;$$

$$\gamma_b = b \pm \Delta_b;\ \gamma_{b_{\min}} = b - \Delta_b;\ \gamma_{b_{\max}} = b + \Delta_b;$$

Если в границы доверительного интервала попадает ноль, т.е., нижняя граница отрицательна, а верхняя положительна, то оцениваемый параметр принимается нулевым, так как он не может одновременно принимать и положительное, и отрицательное значения.

Прогнозные значения y_p определяется путем подстановки в уравнение регрессии $\hat{y}_x = a + bx$ соответствующего (прогнозного) значения x_p. Вычисляется средняя стандартная ошибка прогноза $m_{\hat{y}_p}$:

$$m_{\hat{y}_p} = \sigma_{îñò} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2}},$$

где $\sigma_{ост} = \sqrt{\dfrac{\sum (y - y)^2}{n - m - 1}}$.

И строится *доверительный интервал прогноза*:

$$\gamma_{y_p} = y_p \pm \Delta_{y_p};\ \gamma_{y_{p\min}} = y_p - \Delta_{y_p};\ \gamma_{y_{p\max}} = y_p + \Delta_{y_p},$$

где

$$\Delta_{y_p} = t_{табл} \cdot m_{y_p}.$$

Тема 10. ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ

План:

1. Классификация временных рядов.
2. Аддитивные и мультипликативные модели.
3. Предварительный анализ временных рядов.
4. Расчет динамических характеристик временного ряда.
5. Основные типы трендов.
6. Критерий Дарбина-Уотсона.

1. Классификация временных рядов

Как было сказано ранее, эконометрическая модель является главным инструментом эконометрики и предназначена для анализа и прогноза экономических явлений и объектов. В связи с этим все эконометрические модели условно делят на три класса:

1. **Регрессионные модели с одним уравнением** (модель цены от объёма поставки; модель зависимости объёма производства от производственных факторов).

2. Системы одновременных уравнений (модель спроса и предложения, Кейнсианская модель формирования доходов).

3. Модели временных рядов (модели, описывающие зависимость результативного признака от времени).

Эконометрические модели отражают свойства изучаемых объектов или явлений, например:

- свойство времени двигаться вперед (экономические явления происходят в пространстве и во времени) используется в моделях временных рядов;
- свойство динамического равновесия многих экономических явлений применяется в решении систем одновременных уравнений;
- свойство прошлых, настоящих и будущих значений переменных влиять на текущее состояние экономического явления реализуется в моделях авторегрессии и автокорреляции, в моделях адаптивного прогноза;
- свойство временной задержки (лага) между причиной и следствием экономического явления проявляется в моделях с распределенным лагом;

• свойство цикличности большого количества экономических явлений находит место в моделях временных рядов с сезонной составляющей.

Динамика финансово-экономических показателей обычно отражается динамическими и временными рядами.

Динамические ряды – упорядоченная совокупность последовательных наблюдений одного показателя y в зависимости от последовательно возрастающих или убывающих значений другого показателя x.

Временные ряды – динамические ряды, у которых в качестве признака упорядочения выбрано время t.

Временные ряды можно классифицировать (рис. 10.1):

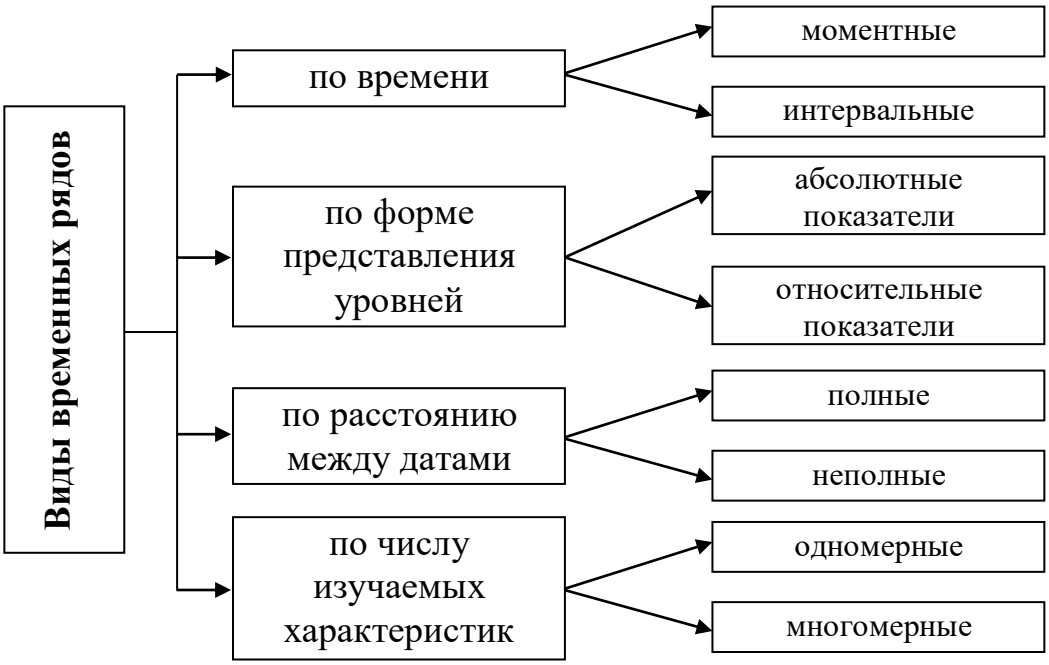


Рис. 10.1. Классификация временных рядов

•по времени – моментные и интервальные.

В интервальном ряду уровень ряда характеризует результат, накопленный или вновь произведенный за определенный интервал времени.

В моментном ряду уровень ряда характеризует изучаемое явление в конкретный момент времени.

• по форме представления уровней – ряды абсолютных, относительных и средних величин.

• по расстоянию между датами или интервалами выделяют полные (измерения сделаны в равноотстоящие моменты времени) и неполные (в неравноотстоящие) временные ряды.

• по количеству фиксируемых характеристик изучаемого явления выделяют одномерные временные ряды (одна характеристика/один объект), и многомерные временные ряды (при наблюдении нескольких характеристик выделенного объекта).

Важное значение для исследования процесса имеет выбор ширины интервалов между соседними членами ряда.

Если выбрать слишком большой интервал, можно упустить существенные закономерности в динамике показателей, в то же время слишком малый интервал может привести к появлению ненужных деталей, то есть к засорению общей тенденции.

Важнейшим условием правильного формирования временных рядов является сопоставимость уровней, образующих ряд.

Уровни ряда, подлежащие изучению, должны быть однородны по экономическому содержанию, и учитывать существо изучаемого явления и цель исследования.

2. Аддитивные и мультипликативные модели

Изучение структуры временных рядов строится на основе компонентного анализа - разложения исходного ряда на составляющие компоненты:

f_t – ***тренд*** (систематическая) составляющая или тенденция;

c_t – ***циклическая составляющая*** – нестрого периодические циклические колебания, которые совершаются в течение ряда лет и вызваны политическими, военными, экономическими причинами;

s_t – ***сезонная составляющая*** – строго периодические циклические колебания, которые совершаются в течение года и вызваны природно-климатическими условиями;

ε_t – ***случайная составляющая*** **(**несистематическая) – все то, что осталось от временного ряда после выделения из него f_t, c_t, s_t.

Экономические процессы могут быть представлены в виде различных моделей:

• одной из названных составляющих компонент: $y_t = f_t, s_t ...,$;

• ***аддитивной модели*** (сумма составляющих компонент):

$$y_t = f_t + c_t + s_t + \varepsilon_t ;$$

• ***мультипликативной модели*** (произведение составляющих компонент):

$$y_t = f_t \cdot c_t \cdot s_t \cdot \varepsilon_t .$$

Любой ряд можно описать в виде композиции этих составляющих. Надо, однако, помнить, что операция разложения временного ряда, допустимая с математической точки зрения и часто полезная для моделирования изучаемого явления, может в некоторых случаях ввести в заблуждение. В частности, при таком подходе чрезмерным упрощением может оказаться предположение о независимом влиянии указанных компонент.

Наиболее простым для обнаружения и выделения является эффект сезонности. Под *сезонностью* понимают влияние внешних факторов, действующих с заранее известной периодичностью. Так, в ряду ежемесячных данных естественно ожидать наличие сезонных эффектов с периодом 12, в квартальных рядах – с периодом 4. В свою очередь, в информации, собираемой с интервалом 1 час, вполне могут возникнуть сезонные эффекты с периодом 24. Распространенный пример сезонности – колебания цен на сельхозпродукцию в течение года. Всегда цены на овощи, например, минимальны летом и максимальны зимой.

Если все компоненты в ряду выявлены верно, то ε_t должна:

- подчиняться нормальному закону распределения;
- представляться случайными числами;
- быть независима от остатков других уровней ряда;
- математическое ожидание $M(\varepsilon_t) \approx 0$.

3. Предварительный анализ временных рядов

Этапы построения прогнозов экономических показателей, представленных временными рядами:

- Предварительный анализ временных рядов
- Построение моделей
- Оценка качества моделей
- Выбор лучшей модели
- Получение прогноза.

Предварительный анализ временных рядов состоит из нескольких составляющих (рис. 10.2)

На этапе предварительного анализа уровни временные ряды должны проверяться:

- на сопоставимость;
- на однородность;

- на устойчивость;
- на полноту (представительность, репрезентативность) данных.

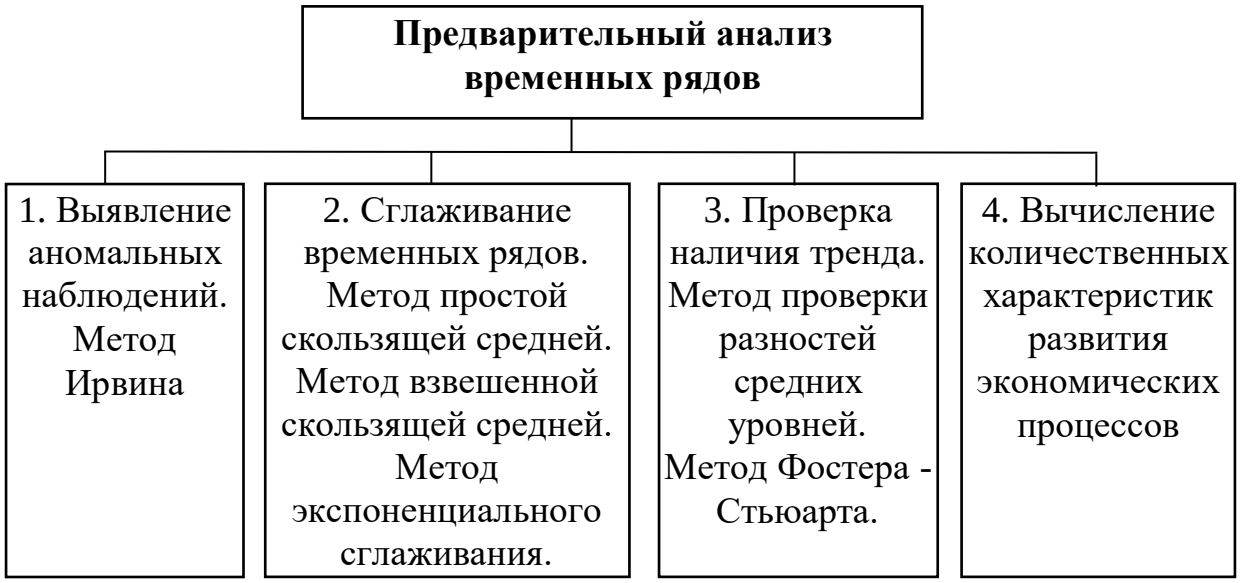


Рис. 10.2. Предварительный анализ временных рядов

Сопоставимость означает, что уровни ряда должны отвечать ряду требований:

1) выражаться в одних и тех же единицах измерения;

2) иметь одинаковый шаг наблюдения;

3) рассчитываться по одной и той же методике;

4) охватывать одни и те же единицы совокупности;

5) соответствовать одинаковым интервалам или моментам времени.

Несопоставимость чаще всего проявляется в стоимостных показателях.

Полнота данных означает достаточное число наблюдений для выполнения прогноза, из условий обнаружения закономерностей.

Однородность предполагает отсутствие нетипичных и аномальных наблюдений и изломов тенденций.

Устойчивость характеризует преобладание закономерности над случайностью в изменении уровней ряда.

4. Расчет динамических характеристик временного ряда

Расчет динамических характеристик временных рядов включает в себя (рис. 10.3)

- Расчет абсолютных приростов:
  - цепных $\Delta y_{\text{цепн.}} = y_t - y_{t-1}$;

- базисных $\Delta y_{\text{базисн.}} = y_t - y_1$;

- средних $CAP = (y_n - y_1)/(n-1)$,

где y_1, y_t, y_{t-1}, y_n – первый, текущий, предшествующий и последний уровни временного ряда, соответственно.

	Абсолютный прирост	Темп роста	Темп прироста
Цепной	$\Delta y = y_t - y_{t-1}$	$T_t = \frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot 100\%$	$T(np)_t = T_t - 100\%$
Базисный	$\Delta y_{\text{базисн.}} = y_t - y_{\text{базисн.}}$	$T_{\text{базисн.}} = \frac{y_t}{y_{\text{базисн.}}} \cdot 100\%$	$T(np)_{\text{базисн.}} = T_{\text{базисн.}} - 100\%$
Средний	$CAP = \frac{(y_n - y_1)}{(n-1)}$	$\overline{T} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \cdot 100\%$	$\overline{T(np)} = \overline{T} - 100\%$

Рис. 10.3. Расчет динамических характеристик временных рядов

CAP может использоваться для прогнозирования:

$$y_{n+k} = y_n + k \cdot CAP,$$

где k – шаг прогнозирования.

Недостаток *CAP* – нельзя опираться только на последнее наблюдение, поскольку оно имеет случайное значение, поэтому низкое качество прогноза, нельзя построить доверительный интервал прогноза.

- Расчет темпов роста:

  - цепных $T_{\text{цепн.}} = y_t / y_{t-1}$;

  - базисных $T_{\text{базисн.}} = y_t / y_1$;

  - средних $T_{\text{средн.}} = \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_1}}$.

5. Основные типы трендов

Тренд – долговременная устойчивая тенденция изменения показателя во времени.

Существует три вида линий тренда:

Восходящая - строится по минимумам волн восходящего тренда и выступает в роли линии поддержки.

Нисходящая - строится по вершинам волн медвежьего тренда и выступающая в роли линии сопротивления.

Горизонтальная - соединяет равные по значению максимумы или минимумы, которые зачастую поочередно меняют один одного. Выступает одновременно в роли горизонтальны линий поддержки и сопротивления.

Для выявления тренда используются:

- Знаковый критерий Кокса и Стьюарта;
- метод Фостера-Стьюарта;
- метод проверки разностей средних уровней:
- метод автокорреляционных функций и другие.

Метод обнаружения тренда - сравнение средних уровней ряда.

Временной ряд разбивают на две примерно равные по числу уровней части, каждая из которых рассматривается как некоторая самостоятельная выборочная совокупность, имеющая нормальное распределение. Если временной ряд имеет тенденцию к тренду, то средние, вычисленные для каждой совокупности, должны существенно (значимо) различаться между собой. Если же расхождение незначительно, несущественно (случайно), то временной ряд не имеет тенденции. Таким образом, проверка наличия тренда в исследуемом ряду сводится к проверке гипотезы о равенстве средних двух нормально распределенных совокупностей.

Формирование уровней ряда определяется закономерностями трех основных типов: инерцией тенденции, инерцией взаимосвязи между последовательными уровнями ряда и инерцией взаимосвязи между исследуемым показателем и показателями-факторами, оказывающими на него причинное воздействие. Соответственно различают задачи анализа и моделирования тенденций, взаимосвязи между последовательными уровнями ряда; причинных взаимодействий между исследуемым показателем и показателями - факторами. Первая из них решается с помощью *моделей кривых роста*, вторая - с помощью *адаптивных методов и моделей*, а третья с помощью *регрессионных моделей.*

Плавную кривую (гладкую функцию), аппроксимирующую временной ряд принято называть *кривой роста*.

Аналитические методы выделения (оценки) неслучайной составляющей временного ряда с помощью кривых роста реализуются в рамках моделей регрессии, в которых в роли

зависимой переменной выступает переменная y_t, а в роли единственной объясняющей переменной - время t.

В качестве кривых роста для описания тренда могут выбираться различные функции:

1. Полиномиальные (полином q-й степени):

$$y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + ... + a_q t^q.$$

2. Экспоненциальные:

- простая экспонента $y_t = a_0 \cdot e^{a_1 t}$,
- модифицированная $y_t = a_0 + a_1 \cdot e^{a_2 t}$.

3. S – образные:

- Гомперца $y_t = a_0 \cdot a_1^{a_2 t}$.
- логистическая $y_t = \dfrac{a_0}{(1 + a_1 \cdot e^{-a_2 t})}$.

6. Критерий Дарбина-Уотсона

Критерий Дарбина-Уотсона или d – критерий (свойство независимости остатков, т.е. отсутствие автокорреляции):

$$d = \frac{\sum_{i=2}^{n} (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2},$$

где $\varepsilon_i = y_i^{\text{факт.}} - y_i^{\text{расч.}}$.

Критерий d –распределен в интервале от 0 до 4.

Если $d < 2$, то присутствует положительная автокорреляция между остатками уровней и отрицательная - если $d > 2$.

Если $0 < d < d_1$, то остатки содержат автокорреляцию.

Если $d_1 < d < d_2$, то имеется неопределенность и тогда рассчитывается первый коэффициент автокорреляции по формуле:

$$r(1) = \frac{\sum_{i=2}^{n} \varepsilon_i \cdot \varepsilon_{i\text{-}1}}{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2}.$$

Рассчитанное значение $r(1)$ сопоставляется с $r(1)_{\text{табл.}}$ табличным, и если $r(1) < r(1)_{\text{табл.}}$, то автокорреляция отсутствует, в противном случае присутствует ($r(1)_{\text{табл.}} = 0{,}36$).

Если $d_2 < d < 2$, то ряд остатков не коррелирован.

Если $d > 2$, то d - критерий пересчитывается по формуле: $d' = 4 - d$ и дальнейшие выводы делают по d'.

Значение критерия Дарбина-Уотсона рассчитывается по следующей формуле:

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2}.$$

Раскрывая квадрат в числители выражения, получим:

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (\varepsilon_{i+1} - 2\varepsilon_i + \varepsilon_i + \varepsilon_i^2)^2}{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2} \approx 2(1 - r_1),$$

где r_1 – коэффициент автокорреляции первого порядка ошибки ε_i, т.е. корреляции между рядами ε_i и ε_{i+1}.

Из выражения непосредственно вытекает, что

$$0 \le d \le 4.$$

Анализ автокорреляционной функции и коррелограммы:

1. Если наиболее высоким оказался коэффициент автокорреляции первого порядка, то исследуемый ряд содержит только тенденцию.

2. Если наиболее высоким оказался коэффициент автокорреляции порядка m, то ряд содержит циклические колебания с периодичностью в m моментов времени.

3. Если ни один из коэффициентов автокорреляции не является значимым, можно сделать предположение относительно структуры этого ряда: либо ряд не содержит тенденции и циклических колебаний и присутствуют только случайные колебания, либо ряд содержит сильную нелинейную тенденцию, для выявления которой нужно провести дополнительный анализ.

Тема 11. ЭКОНОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ В ВИДЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

1. Понятие о системах уравнений. Системы независимых уравнений и системы взаимозависимых уравнений.
2. Структурная и приведенная формы модели.
3. Проблема идентификации модели.
4. Методы оценки систем одновременных уравнений
5. Применение систем уравнений для построения макроэкономических моделей и моделей спроса-предложения.

1. Понятие о системах уравнений. Системы независимых уравнений и системы взаимозависимых уравнений

Не всегда получается описать адекватно сложное социально-экономическое явление с помощью только одного соотношения (уравнения). Кроме того, некоторые переменные могут оказывать взаимные воздействия и трудно однозначно определить какая из них является зависимой, а какая независимой переменной. Поэтому при построении эконометрической модели прибегают к системам уравнений.

Выделяют следующие 3 вида систем уравнений.

1. ***Система независимых уравнений (когда каждая зависимая переменная й рассматривается как функция одного и того же набора факторов*** x***):***

$$\begin{cases} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m + \varepsilon_1, \\ y_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m + \varepsilon_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m + \varepsilon_n. \end{cases}$$

2. ***Система рекурсивных уравнений,*** когда в каждом последующем уравнении системы зависимая переменная представляет функцию от всех зависимых и предопределенных переменных предшествующих уравнений:

$$\begin{cases} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m + \varepsilon_1, \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m + \varepsilon_2, \\ y_3 = b_{31}y_1 + b_{32}y_2 + a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + \ldots + a_{3m}x_m + \varepsilon_3, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_n = b_{n1}y_1 + b_{n2}y_2 + \ldots + b_{nn-1}y_{n-1} + a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m + \varepsilon_n. \end{cases}$$

В рассмотренных двух видах систем каждое уравнение может рассматриваться самостоятельно, и параметры уравнения определяются с помощью метода наименьших квадратов (МНК).

3. ***Система взаимозависимых (совместных, одновременных) уравнений,*** когда одни и те же зависимые переменные в одних уравнениях входят в левую часть, а в других уравнениях - в правую часть системы (т.е. выступают в роли факторов):

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}\cdot y_1 + b_{13}\cdot y_3 + \ldots + b_{1n}\cdot y_n + a_{11}\cdot x_1 + a_{12}\cdot x_2 + \ldots + a_{1m}\cdot x_m + \varepsilon_1, \\ y_2 = b_{21}\cdot y_1 + b_{23}\cdot y_3 + \ldots + b_{2n}\cdot y_n + a_{21}\cdot x_1 + a_{22}\cdot x_2 + \ldots + a_{2m}\cdot x_m + \varepsilon_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_n = b_{n1}\cdot y_1 + b_{n2}\cdot y_2 + \ldots + b_{nn-1}\cdot y_{n-1} + a_{n1}\cdot x_1 + a_{n2}\cdot x_2 + \ldots + a_{nm}\cdot x_m + \varepsilon_n. \end{cases}$$

2. Структурная и приведенная формы модели

Название «система одновременных уравнений» подчеркивает тот факт, что в системе одни и те же переменные одновременно рассматриваются как зависимые в одних уравнениях и как независимые в других.

В эконометрике эта система уравнений также называется ***структурной формой*** модели.

В отличие от предыдущих систем каждое уравнение системы одновременных уравнений не может рассматриваться самостоятельно, и для нахождения его параметров традиционный МНК неприменим, т.к. нарушаются предпосылки, лежащие в основе МНК. В результате оценки получаются смещенными.

Некоторые из уравнений системы могут быть представлены в виде тождеств, т.е. параметры этих уравнений являются константами.

От структурной формы легко перейти к так называемой ***приведенной форме*** модели, в которой все эндогенные переменные выражены через предопределенные переменные. **Приведенная форма модели** представляет собой систему линейных функций эндогенных переменных от экзогенных:

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = \delta_{11}\cdot x_1 + \delta_{12}\cdot x_2 + \ldots + \delta_{1m}\cdot x_m, \\ \hat{y}_2 = \delta_{21}\cdot x_1 + \delta_{22}\cdot x_2 + \ldots + \delta_{2m}\cdot x_m, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \hat{y}_n = \delta_{n1}\cdot x_1 + \delta_{n2}\cdot x_2 + \ldots + \delta_{nm}\cdot x_m, \end{cases}$$

δ_i - коэффициенты приведенной формы модели.

Особенность приведенной формы: так как правая часть каждого из уравнений модели содержит только предопределенные переменные и остатки, а левая часть только одну из эндогенных переменных, то такие системы относят к независимым. Тогда параметры каждого из уравнений системы в приведенной форме можно определить независимо обычным МНК.

Зная оценки этих коэффициентов можно определить параметры структурной формы модели (косвенный МНК).

3. Проблема идентификации модели

Параметры структурной формы модели по оценкам приведенных коэффициентов можно определить не всегда. Для этого необходимо, чтобы модель была идентифицируемой (рис. 11.1).

Идентификация - единственность соответствия между приведенной и структурной формами модели.

Рис. 11.1. Признаки идентификации

С позиции идентифицируемости структурные модели можно подразделить на три вида:

- идентифицируемые;
- неидентифицируемые;
- сверхидентифицируемые.

Обозначим:

H - число эндогенных переменных в j-м уравнении системы,

D - число экзогенных переменных, которые содержатся в системе, но не входят в данное уравнение,

Тогда условие идентифицируемости модели может быть записано в виде:

$D+1=H$ – уравнение идентифицируемо;

$D+1<H$ – уравнение неидентифицируемо;

$D+1>H$ – уравнение сверхидентифицируемо.

Модель считается идентифицируемой, если каждое уравнение системы идентифицируемо.

Если хотя бы одно из уравнений системы неидентифицируемо, то и вся модель считается неидентифицируемой.

Сверхидентифицируемая модель содержит хотя бы одно сверхидентифицируемое уравнение.

Модель считается точно идентифицированной, если все ее уравнения точно идентифицированы.

Если среди уравнений модели есть хотя бы одно сверхидентифицированное уравнение, то вся модель считается сверхидентифицированной.

Если среди всех уравнений модели есть хотя бы одно неидентифицированное, то вся модель считается неидентифицированной.

Уравнение называется неидентифицированным, если оценки его структурных параметров невозможно найти по коэффициентам приведенной модели.

Уравнение называется точно идентифицированным, если оценки структурных параметров можно однозначно (единственным способом) найти по коэффициентам приведенной модели.

Уравнение сверхидентифицировано, если для некоторых структурных параметров можно получить более одного численного значения.

4. Методы оценки систем одновременных уравнений

Оценка точно идентифицированного уравнения осуществляется с помощью ***косвенного метода наименьших квадратов (КМНК).***

Алгоритм КМНК включает 3 шага (рис. 11.2):

1) составление приведенной формы модели и выражение каждого коэффициента приведенной формы через структурные параметры;

2) применение обычного МНК к каждому уравнению приведенной формы и получение численных оценок приведенных параметров;

3) определение оценок параметров структурной формы по оценкам приведенных коэффициентов, используя соотношения, найденные на шаге 1.

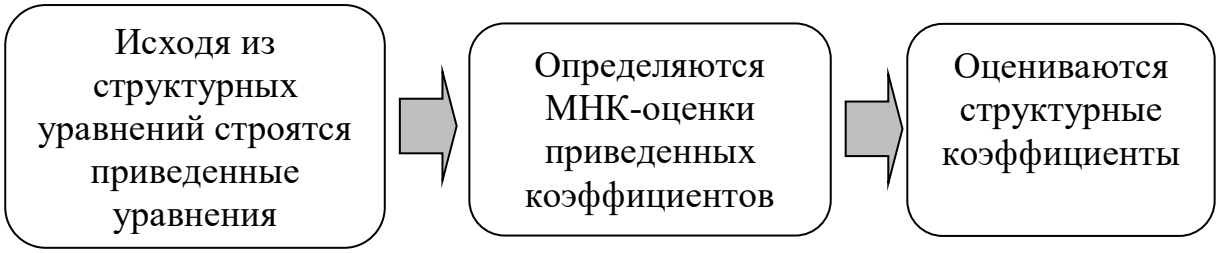


Рис. 11.2. Этапы косвенного МНК

Оценка сверхидентифицированного уравнения осуществляется при помощи ***двухшагового метода наименьших квадратов*** (рис. 11.3):

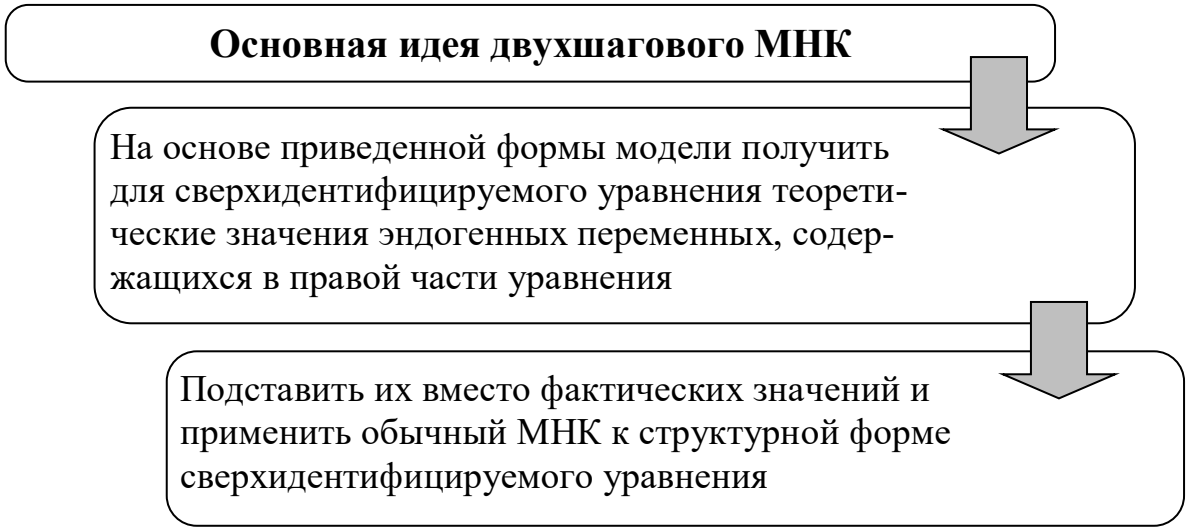


Рис. 11.3. Основная идея двухшагового метода наименьших квадратов

Алгоритм двухшагового МНК включает следующие шаги:

1) составление приведенной формы модели;

2) применение обычного МНК к каждому уравнению приведенной формы и получение численных оценок приведенных параметров;

3) определение расчетных значений эндогенных переменных, которые фигурируют в качестве факторов в структурной форме модели;

4) определение структурных параметров каждого уравнения в отдельности обычным МНК, используя в качестве факторов входящие в это уравнение предопределенные переменные и расчетные значения эндогенных переменных, полученные на шаге 1.

Таким образом, метод наименьших квадратов используется дважды:

1) При определении приведенной формы модели и нахождении на ее основе оценок эндогенной переменной

2) При определении структурных коэффициентов структурного сверхидентифицируемого уравнения на основе оценок эндогенных переменных.

Основные направления использования систем эконометрических уравнений представлена на рис. 11.4.

Рис. 11.4. Основные направления использования систем эконометрических уравнений

5. Применение систем уравнений для построения макроэкономических моделей и моделей спроса – предложения

Статическая модель Кейнса:

$$\begin{cases} C = a + b \cdot y + \varepsilon, \\ y = C + I. \end{cases}$$

где C – личное потребление в постоянных ценах;

y – национальный доход в постоянных ценах;

ε – случайная составляющая;

I – инвестиции в постоянных ценах.

В силу наличия тождества в модели структурный коэффициент b не может быть больше 1. Он характеризует предельную склонность к потреблению. Так, если $b = 0{,}65$, то из каждой дополнительной 1 тыс. дол. дохода на потребление расходуется в среднем 650 дол. и 350 дол. инвестируется. Если $b > 1$, то $y < C + I$, то есть на потребление расходуются не только доходы, но и сбережения. Структурный коэффициент b используется для расчета мультипликаторов.

Динамическая модель Клейна:

$$\begin{cases} C_t = b_1 \cdot S_t + b_2 \cdot P_t + b_3 + \varepsilon_1, \\ I_t = b_4 \cdot P_t + b_5 \cdot P_{t-1} + b_6 + \varepsilon_2, \\ S_t = b_7 \cdot R_t + b_8 \cdot R_{t-1} + b_9 \cdot t + b_{10} + \varepsilon_3, \\ R_t = S_t + P_t + T_t, \\ R_t = C_t + I_t + G_t. \end{cases}$$

где C_t – функция потребления в период t; S_t – заработная плата в период t; P_t – прибыль в период t; P_{t-1} – прибыль в период $t-1$; R_t – общий доход в период t; R_{t-1} – общий доход в предыдущий период; t – время; T_t – чистые трансферты в пользу администрации в период t; I_t – капиталовложения в период t; G_t – спрос административного аппарата, правительственные расходы в период t.

Динамическая модель Кейнса:

$$\begin{cases} C_t = a + b_1 \cdot Y_t + b_2 \cdot Y_{t-1} + \varepsilon_1, \\ Y_t = C_t + G_t + I_t + L_t, \\ P_t = Y_t + Z_t. \end{cases}$$

где Y_t – имеющийся в распоряжении доход в период времени t; C_t – частное потребление в период времени t; P_t – валовой национальный продукт в период времени t; Y_{t-1} – доход предыдущего года; G_t - общественное потребление; I_t – валовые капиталовложения; L_t – изменение складских запасов; Z_t – сальдо платежного баланса. Первое уравнение динамической модели Кейнса является сверхидентифицируемым, а второе и третье – тождествами, доход является лаговой переменной.

Тема 12. ПРИКЛАДНЫЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

1. Производственные функции. Виды производственных функций. Степенная функция.
2. Функция Кобба-Дугласа. Метод преобразования степенной функции к линейной.
3. Характеристики производственной функции
4. Эконометрические модели спроса и предложения.
5. Модели экономического роста.
6. Модель Р.Солоу

1. Производственные функции. Виды производственных функций. Степенная функция

Производственная функция есть экономико-математическое выражение зависимости результатов производственной деятельности от показателей - факторов, обусловивших эти результаты. В условиях экономической действительности результат процесса производства определяется действием большого количества различных факторов - технических, экономических, социальных, природных. Все эти факторы учесть в производственной функции невозможно, т.к. одни из факторов не поддаются количественному выражению, а воздействие других практически мало. Поэтому производственная функция включает в себя те факторы, которые оказывают решающее воздействие на изучаемый показатель.

Аппаратом исследования производственных функций служат методы математической статистики. По своему содержанию производственные функции охватывают всевозможные зависимости в сфере производства на различных уровнях - предприятие, отрасль, национальная экономика. С учетом изучаемой зависимости, целей и задач исследования применяются многообразные формы производственных функций. В простом случае изменение результативного показателя ставится в связь с изменением одного из показателей - факторов. Тогда производственная функция представляет собой уравнение $y = f(x)$ с двумя переменными - независимой x (показатель фактор) и зависимой y (результативный показатель). Это уравнение может

быть линейный или нелинейным.

Чаще строятся многофакторные производственные функции, позволяющие измерить характер и силу совместного влияния нескольких показателей-факторов на величину результативного фактора.

Уравнение многофакторной производственной функции имеет вид:

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_n),$$

где y - результативный показатель (выпуск продукции и т.д.), а $x_1, x_2, ..., x_n$ - показатели - факторы (затраты труда и средств производства, природные условия и т.д.).

Многофакторное уравнение может быть линейным или нелинейным. Многофакторная производственная функция может быть представлена в виде системы взаимосвязанных уравнений, когда это необходимо.

Различают статистические и динамические производственные функции. В статистических функциях не учитывается время как фактор, изменяющий основные характеристики изучаемой зависимости.

Динамические производственные функции включают фактор времени: время может в них рассматриваться как самостоятельная переменная, влияющая на результат; параметры и показатели-факторы могут рассматриваться как функции времени.

Экономико-математическое исследование производственных функций позволяет получить ряд показателей, связанных с содержанием и формой функции и дают возможность анализа о характере изучаемой зависимости. Рассмотрим эти показатели на примере одной из производственных функций - функции Кобба-Дугласа.

Предположим, что в масштабах национальной экономики изучается зависимость величины валовой продукции от двух факторов: затрат живого труда и производственных фондов. Эта зависимость имеет вид:

$$y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2}$$

где: y - величина валовой продукции;

x_1 - затраты труда;

x_2 - объем производственных фондов;

a_0, a_1, a_2 - параметры производственной функции;

$0 < a_i < 1$, где $i = 1, 2$.

2. Функция Кобба-Дугласа. Метод преобразования степенной функции к линейной

Производственная функция представляет собой математическую модель, характеризующую зависимость объема выпускаемой продукции от объема трудовых и материальных затрат. При этом модель может быть построена как для отдельной фирмы и отрасли, так и всей национальной экономики. Рассмотрим производственную функцию, включающую два фактора производства: затраты капитала (K) и трудовые затраты (L), определяющих объем выпуска Y. Тогда можно записать:

$$Y = f(K, L).$$

Определенного уровня выпуска можно достигнуть с помощью различного сочетания капитальных и трудовых затрат, а кривые, описываемые условиями $f(K, L) = const$, обычно называют изоквантами. Обычно предполагается, что по мере роста значений одной из независимых переменных предельная норма замещения данного фактора производства уменьшается. Поэтому при сохранении постоянного объема производства экономия одного вида затрат, связанная с увеличением затрат другого фактора, постепенно уменьшается. На примере производственной функции Кобба-Дугласа рассмотрим основные выводы, которые можно получить, исходя из предположений о том или ином виде производственной функции.

Производственная функция Кобба-Дугласа, включающая два фактора производства, имеет вид:

$$Y = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta},$$

где A, α, β – параметры модели. Величина A зависит от единиц измерения Y, K и L, а также от эффективности производственного процесса.

При фиксированных значениях K и L функции, характеризующейся большей величиной параметра A, соответствует большее значение Y, следовательно, и производственный процесс, описываемый такой функцией, более эффективен. Описываемая функция однозначна и непрерывна (при

положительных K и L). Параметры α и β называют коэффициентами эластичности. Они показывают, на какую величину в среднем изменится Y, если α или β увеличить соответственно на один процент.

Рассмотрим поведение функции при изменении масштабов производства. Предположим для этого, что затраты каждого фактора производства увеличились в C раз. Тогда новое значение будет определяться следующим образом:

$$Y_1 = A \cdot (CK)^{\alpha} \cdot (CL)^{\beta} = C^{\alpha+\beta} \cdot Y,$$

При этом, если $\alpha + \beta = 1$, то уровень эффективности не зависит от масштабов производства.

Если $\alpha + \beta < 1$, то средние издержки, рассчитанные на единицу продукции растут, а при $\alpha + \beta > 1$ – убывают по мере расширения масштабов производства.

Следует отметить, что эти свойства не зависят от численных значений K, L и сохраняют силу в любой точке производственной функции. Для определения параметров и вида производственной функции необходимо провести дополнительные наблюдения. Как правило, пользуются двумя видами данных – динамическими рядами и данными одновременных наблюдений (пространственной информацией). Динамические ряды данных характеризуют поведение одной и той же фирмы во времени, тогда как данные второго вида обычно относятся к одному и тому же моменту, но к различным фирмам. В случаях, когда исследователь располагает временным рядом, например, годовыми данными, характеризующими деятельность одной и той же фирмы, возникают трудности, с которыми не пришлось бы столкнуться при работе с пространственными данными. Так, относительные цены со временем становятся иными, а следовательно, меняется и оптимальное сочетание затрат отдельных факторов производства. Кроме того, с течением времени меняется и уровень административного управления. Однако основные проблемы при использовании временных рядов порождают последствия технического процесса, в результате которого меняются нормы затрат производственных факторов, соотношения, в которых они могут замещать друг друга, и параметры эффективности. Отсюда с течением времени могут меняться не только параметры, но и формы производственной

функции. Технический прогресс может быть учтен в форме некоторого временного тренда, включаемого в состав производственной функции.

Тогда:

$$Y_t = f(K, L, t).$$

Рассмотренные выше производственные функции носили детерминированный характер и не учитывали влияние случайных возмущений, присущих каждому экономическому явлению. Поэтому в каждое уравнение, параметры которого предстоит оценить, необходимо ввести еще случайную переменную ε, которая будет отражать воздействие на процесс производства всех тех факторов, которые не вошли в состав производственной функции в явном виде. Таким образом, в общем виде производственную функцию Кобба-Дугласа можно представить как:

$$Q = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta} \cdot e^{\varepsilon}.$$

Мы получили степенную регрессионную модель, оценки параметров которой A, α и β можно найти с помощью метода наименьших квадратов, лишь прибегнув предварительно к логарифмическому преобразованию. Тогда для i-го наблюдения имеем:

$$\ln Q_i = \ln A + \alpha \ln K_i + \beta \ln L_i + \varepsilon_i,$$

где Q_i, K_i и L_i – соответственно объемы выпуска, капитальных и трудовых затрат для i-го наблюдения $(i = 1,2,...,n)$, а n-объем выборки, число наблюдений, используемых для получения оценок $\ln A$, α и β параметров производственной функции. Относительно ε_i обычно предполагается, что они взаимно независимы между собой и $\varepsilon_i \in N(0,\sigma)$. Исходя из априорных соображений значения α и β должны удовлетворять условиям: $0 < \alpha < 1$ и $0 < \beta < 1$. Если предположить, что с изменением масштабов производства уровень эффективности остается постоянным, то, приняв $\beta = 1 - \alpha$, имеем

$$Y = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha} \cdot e^{\varepsilon} = A(K/L)^{\alpha} \cdot L \cdot e^{\varepsilon},$$

или

$$Y/L = A(K/L)^{\alpha} \cdot e^{\varepsilon},$$

и

$$\ln(Q/L) = \ln A + \alpha \ln(L/K) + \varepsilon.$$

Прибегнув к такой форме выражения производственной функции можно устранить влияние мультиколлинеарности между $\ln K$ и $\ln L$.

3. Характеристики производственной функции

Определим на основании производственной функции показатель производительности труда, как отношение величины валового продукта к совокупным затратам труда:

$$\frac{y}{x_1} = a_0 \cdot x_1^{a_1 - 1} \cdot x_2^{a_2},$$

то выражение характеризует среднюю производительность труда, т.к. показывает среднее количество продукции приходящееся на единицу отработанного времени, т.к. коэффициент $0 < a_1 < 1$, то показатель степени $(a_1 - 1)$ при x_1 - отрицательная величина, т.е. с увеличением затрат труда производительность снижается.

Производительность труда снижается с ростом трудовых затрат при прочих равных условиях, т.е. при неизменном объеме других ресурсов, в том числе производственных фондов x_2.

Увеличение производственных функций помимо средних показателей большую роль играют предельные величины. Предельная производительность труда показывает, сколько дополнительных единиц продукции приносит дополнительная единица затраченного труда. Уравнение предельной производительности труда для производственной функции есть частная производная выпуска продукции по затратам труда:

$$\frac{dy}{dx_1} = a_0 \cdot a_1 \cdot x_1^{a_1 - 1} \cdot x_2^{a_2}.$$

Из этого выражения видно, что предельная производительность труда зависит от трудовых затрат x_1 и производственных фондов x_2. С увеличением затрат труда при неизменных производственных фондах предельная производительность труда снижается. С увеличением объема фондов при неизменных затратах труда предельная производительность труда увеличивается.

Одновременное изменение переменных x_1 и x_2 приводит к разным результатам - снижению, росту или неизменной величине предельной производительности труда.

Сопоставляя вышеуказанные выражения получим:

$$\frac{dy}{dx_1} = a_1 \cdot \frac{y}{x_1},$$

т.к. $0 < a_1 < 1$, то в производственной функции предельная производительность труда ниже средней производительности.

Аналогичные показатели рассчитываются по отношению ко второму фактору x_2 - производственным фондам. Объем продукции на единицу используемых фондов есть фондоотдача, рассчитаем среднюю:

$$\frac{y}{x_2} = a_0 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2 - 1}.$$

Это выражение показывает, что средняя фондоотдача увеличивается при увеличении ресурсов труда (при неизменных фондах) и уменьшается с увеличением фондов (при неизменных трудовых ресурсах).

Показатель предельной фондоотдачи есть частная производная выпуска продукции по объему фондов:

$$\frac{dY}{dx_2} = a_0 \cdot a_2 \cdot x^{a_1}_1 \cdot x^{a_2 - 1}_2,$$

т.к. $0 < a_2 < 1$, то предельная фондоотдача ниже средней.

Наряду с исчислением абсолютного прироста продукции на единицу прироста затрат исчисляют относительный прирост объема производства на единицу относительного увеличения ресурсов труда:

$$\frac{dy}{dx_1} \cdot \frac{x_1}{y} = a_1.$$

Полученный показатель называется эластичностью выпуска продукции по затратам труда. Он показывает, на сколько процентов увеличивается выпуск при увеличении затрат труда на 1%. Относительная величина не зависит от ресурсов, и при любом их сочетании увеличение трудовых затрат на 1% приводит к росту объема производства на a_1 %.

Относительная предельная фондоотдача или эластичность выпуска продукции по объему производственных фондов определяется выражением:

$$\frac{dy}{dx_2} \cdot \frac{x_2}{y} = a_2.$$

Производственная функция позволяет исследовать и вопросы соотношения, замещения, взаимодействия ресурсов. При изучении взаимодействия трудовых ресурсов и производственных фондов определяется показатель фондовооруженности труда.

Взаимодействующие в рамках производственной функции ресурсы могут замещать друг друга. Это означает, что единицу одного ресурса можно было бы заменить некоторым количеством другого ресурса так, что объем продукции при этом не изменится.

Предельная норма замещения затрат труда производственными фондами равна:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{a_1 \cdot x_2}{a_2 \cdot x_1}.$$

На основе производственной функции можно рассчитать предельную норму замещения ресурсов. Предельная норма замещения затрат производственных фондов трудовыми ресурсами равна:

$$\frac{dx_1}{dx_2} = -\frac{a_2 \cdot x_1}{a_1 \cdot x_2}.$$

Знак минус в этом выражении означает, что при фиксированном объеме производства увеличению одного ресурса соответствует уменьшение другого, и наоборот. Предельная норма замещения ресурсов зависит не только от параметров a_1 и a_2, но и от соотношения объемов ресурсов. Чем выше фондовооруженность труда, тем выше норма замещения затрат живого труда производственными фондами.

4. Эконометрические модели спроса и предложения

В условиях рынка цены большинства товаров и услуг не планируются «сверху», не регулируются государством, а свободно устанавливаются и изменяются на самом рынке. Но это не значит, что величина свободно определяемых цен совершенно произвольна, не зависит ни от каких факторов. Основными факторами, управляющими движением цен на рынке, являются спрос и предложение товаров.

Допустим вначале, что спрос и предложение данного товара являются функциями его цены. Естественно предположить, что спрос есть убывающая, а предложение - возрастающая функция от цены. Иными словами, спрос с ростом цены падает, а с

уменьшением цены - растет; предложение, наоборот, возрастает с увеличением цены и снижается с ее уменьшением.

Предположим, рыночная экономика функционирует в условиях так называемой совершенной конкуренции: производителей товара много, а производит каждый не слишком много, значит, монополизировать цену никто не может; потребителей тоже много, диктовать цену никому не удастся. Сначала цена устанавливалась довольно высокая. Что будет происходить дальше? При высокой цене предложение может превышать спрос, цена станет падать, в связи с чем предложение будет уменьшаться, а спрос расти - процесс этот в условиях совершенной конкуренции будет длиться до той поры, когда спрос и предложение сравняются при некоторой равновесной цене. Вот эта цена нас и интересует с научно-методической точки зрения.

Построим график и математическую модель для описанной процедуры образования равновесных цен. Обозначим величину спроса через D, объем предложения - через S, цену - через P. На графике (рис. 12.1.) представлены функции предложения S и спроса D в зависимости от цены $\overline{P}$. Точке равенства спроса и предложения x_0 соответствует равновесная цена.

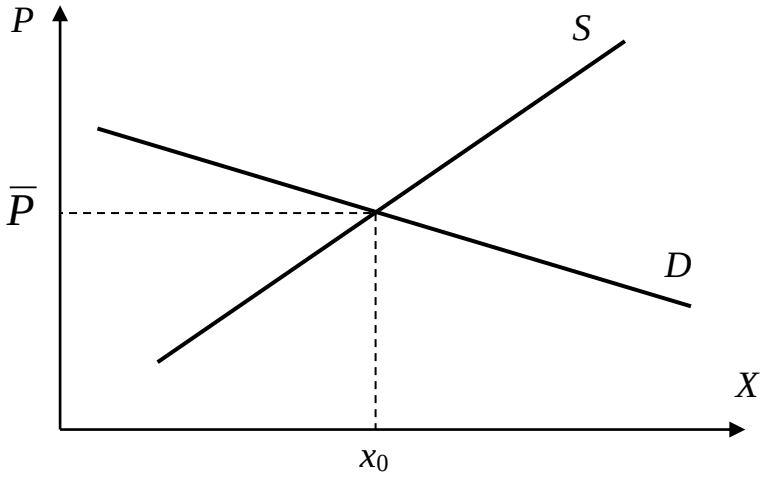


Рис. 12.1. Функции спроса и предложения

Получив на основе обработки статистических данных уравнения зависимости предложения S и спроса D от цены P, т.е. функции $S(P)$ и $D(P)$, можно приравнять обе эти функции (положив равными предложение и спрос) и получить уровень цены равновесия $\overline{P}$:

$$S(\overline{P}) = D(\overline{P})$$

Процесс формирования равновесной цены можно проследить с помощью так называемой паутинообразной модели. Будем предполагать, что в некоторый отрезок времени t спрос есть функция цены этого же периода, а предложение - функция цены предыдущего периода $t-1$, то есть:

$$D_t = D(P_t),$$

$$S_t = S(P_{t-1}).$$

При равенстве спроса и предложения в период t имеем уравнение:

$$D_t = D(P_t) = S(P_{t-1}) = S_t.$$

Совпадение спроса и предложения приводит к появлению равновесной цены, при которой:

$$D(\overline{P}) = S(\overline{P}).$$

Модель функционирует следующим образом. При цене P_0 некоторого начального для расчета периода определяется объем предложения как $S_1 = S(P_0)$. Тогда из уравнения $D(P_1) = S_1$ можно определить величину P_1. Затем следуют расчеты $S_2 = S(P_1)$ и $D(P_2) = S_2$ для нахождения P_2 и т. д.

Рассмотрим пример, предположив, что спрос и предложение являются линейными функциями цен:

$$D_t = a_0 + a_1 P_t;$$

$$S_t = b_0 + b_1 P_{t-1};$$

$$S_t = D_t.$$

Поскольку функция спроса - убывающая, то $a_1 < 0$; функция предложения - возрастающая, значит $b_1 > 0$.

Из приведенных соотношений имеем для равновесной цены p:

$$D(\overline{P}) = a_0 + a_1,\ \overline{P} = b_0 + b_1\overline{P} = S(\overline{P}),$$

$$\overline{P} = \frac{a_0 - b_0}{b_1 - a_1}.$$

Знаменатель этого выражения положителен (так как $b_1 > 0$ и $a_1 < 0$), значит, для положительности равновесной цены необходимо, $a_0 > b_0$.

5. Модели экономического роста

В экономической науке существует два основных направления теорий экономического роста: неокейнсианское и неоклассическое и соответственно два типа моделей, его характеризующих.

Неокейнсианское направление возникло на основе идей Дж.М. Кейнса об относительной нестабильности капиталистической экономики и макроэкономического равновесия.

Неоклассическое направление уходит своими корнями к взглядам Адама Смита о саморегулировании рыночной экономики, факторной теории Ж.Б. Сэя и теории предельной производительности экономических факторов Джона Бейтса Кларка.

Кейнсианство.

Центральная проблема макроэкономики для кейнсианской теории - факторы, определяющие уровень и динамику национального дохода, а также ею распределение на потребление и сбережение (оно затем трансформируется в накопление капитала, т.е. инвестиции). Именно сдвижением потребления и накопления Кейнс связывал объем и динамику национального дохода, проблему его реализации и достижение полной занятости.

Чем больше инвестиций, тем меньше размеры потребления сегодня и значительнее условия и предпосылки для его увеличения в перспективе. Поиск разумного **соотношения между сбережением и потреблением** - одно из перманентных противоречий экономического роста и вместе с тем условие для совершенствования производства, умножения национального продукта.

Если сбережения превышают инвестиции, то не полностью реализуется потенциальный экономический рост страны. Если же инвестиционный спрос опережает размеры сбережения, то это ведет к «перегреву» экономики, подстегивает инфляционный рост цен и заимствования за рубежом.

Для всех моделей кейнсианского направления характерна общая зависимость между сбережением и инвестициями. Темпы прироста национального дохода зависят от нормы накопления и эффективности инвестиций.

Неокейнсианство.

Среди неокейнсианских моделей в экономической науке наибольшую известность получили модели экономического роста,

созданные английским экономистом Роем Харродом (1900-1978) и американским экономистом российского происхождения Евсеем Домаром (1914-1997). Предложенные ими варианты моделей весьма сходны, в них анализируется длительный период устойчивого экономического роста, одним из основных условий которого является равенство сбережений и инвестиций ($S = I$). Однако в долгосрочном периоде возникает различие между сегодняшними сбережениями и завтрашними инвестициями. В силу ряда причин не все сбережения превращаются в инвестиции. Уровень и динамика сбережений и инвестиций зависят от действия разных факторов. Если сбережения определяются главным образом ростом дохода, то инвестиции зависят от многих переменных: состояния конъюнктуры, уровня процентной ставки, размеров налогообложения, ожидаемой рентабельности капиталовложений.

В полной модели экономического роста Р.Харрода анализируются соотношения между тремя величинами: фактическим (G), естественным (G_n) и гарантированным (G_w) темпами роста.

Исходным является уравнение фактического темпа роста:

$$GC = S_y,$$

где G - означает отношение приращения дохода к величине базового периода ($G = \Delta Y / Y$); C - коэффициент капиталоемкости, показывает отношение инвестиции к приросту дохода ($C = I / \Delta Y$); S_y - доля сбережений в национальном доходе (S / Y).

Устойчивый темп роста производства, который обеспечивается всем приростом населения (это один фактор экономического роста) и всеми возможностями увеличения производительности труда (это второй фактор роста), Харрод называет естественным темпом роста, т.е. таким, который имел бы место, если бы не было хронической безработицы, недогрузки мощностей и экономических кризисов. Третьим фактором роста Харрод считает размеры накопленного капитала и коэффициент капиталоемкости.

Чем больше величина сбережений, тем больше размер инвестиций и выше темпы экономического роста. Зависимость между коэффициентом капиталоемкости и темпами экономического роста обратная. Естественный темп роста

представляет (по Харроду) максимально возможный темп роста экономики приданном росте населения и технологических возможностях.

При устойчивом темпе роста экономики потребности в инвестициях будут выражены величиной $G_n C_r$, где G_n - это естественный темп роста, C_r - темп роста основного и оборотного капитала. В краткосрочном и среднесрочном периодах потребность в инвестициях может колебаться в ходе цикла за счет главным образом размеров оборотного капитала. С точки зрения длительной перспективы C_r при неизменной норме процента является величиной постоянной, при длительном понижении нормы процента C_r растет, а при длительном повышении C_r - сокращается.

Уравнение Харрода, выражающее условия равновесия или его нарушения при естественном темпе роста, имеет вид:

$$G_n \cdot C_r = \text{или} \neq S_y$$

где S_y - сбережение.

По существу, это модификация уравнения Кейнса: $I = S$. Разница в том, что, согласно Кейнсу, размеры инвестиций определяются предельной эффективностью капитала (нормой прибыли) и ставкой процента, а Харрод связывает эти размеры с ростом населения, техническим прогрессом и коэффициентом капиталоемкости, т.е. с ростом основного и оборотного капитала. Размеры сбережения S и в том, и в другом случае определяются предельной склонностью к сбережению.

Подчеркивая различие между фактическим темпом роста и естественным темпом и доказывая возможность ликвидации разрыва между ними, Харрод вводит новую категорию - «гарантированный» темп роста - G_w. «Это прогнозируемая величина, тот всеобщий темп продвижения вперед, который устраивает предпринимателей: он определяется опытным путем, исходя из оценок прошлого и ожиданий в отношении будущего».

В уравнении гарантированного темпа роста $G_w C_r = S_y$ величина S_y относится к прошлому периоду, а величина $G_w C_r$ - к будущему. т.е. увеличение размера инвестиций зависит от доли сбережения в доходе.

Если бы фактический теми роста совпадал с прогнозируемым гарантированным, то наблюдалось бы устойчивое непрерывное развитие. Однако в рыночной экономике такое равновесие случается крайне редко. Фактический темп бывает ниже или выше гарантированного, что при относительном постоянстве доли сбережения в доходе, как предполагает Р.Харрод, влияет на динамику инвестиций, соответственно понижая их или повышая. Таким образом Р.Харрод объясняет кратковременные циклические колебания.

Более длительные колебания экономической конъюнктуры Харрод анализирует на основе сопоставления гарантированного и естественного темпов роста и считает, что отношение G_n и G_w имеет решающее значение для определения того, будет ли на протяжении ряда лет преобладать оживление или депрессия.

Согласно так называемому фундаментальному уравнению Р.Харрода

$$G_w C_r = S_y = G_n C_r ,$$

т.е. $G_w C_r$ одно из непременных условий устойчивого экономического роста - равенство сбережений и инвестиций. Если сбережения превышают инвестиционный спрос, то образуются излишние запасы, не полностью используется оборудование, растет число безработных. Если же инвестиционный спрос опережает размеры сбережений, то это способствует инфляционному росту цен и «перегреву» экономики.

Неоклассическое направление.

В центре неоклассического направления стоит идея равновесия, основанного на оптимальной рыночной системе, рассматриваемой как совершенный саморегулирующийся механизм, позволяющий наилучшим образом использовать все производственные факторы не только отдельному экономическому субъекту, но и экономике в целом.

В реальной экономической жизни общества это равновесие нарушается. Однако моделирование равновесия позволяет найти отклонение реальных процессов от идеала.

Значительный вклад в развитие теории экономического роста внес лауреат Нобелевской премии американец Роберт Солоу, который модифицировал производственную функцию Кобба-Дугласа путем ввода еще одного фактора - уровня развития

технологий. При этом он исходил из того, что изменение технологии приводит к одинаковому увеличению K и L:

$$Q = T \cdot F(K, L),$$

где Q - выпуск продукции; K - основной капитал; L - вложенный труд (в виде заработной платы); T - уровень развития технологий; $F(K, L)$ - производственная функция Кобба-Дугласа.

Если доля капитала в выпуске продукции измеряется такими показателями, как капиталовооруженность (или фондовложенность) на одного работающего, и фондоотдача (количество продукции на одну денежную единицу производственных фондов); доля труда - на основе производительности труда, то вклад технического прогресса представляется как остаток после вычета из прироста выпуска продукции доли, полученной за счет прироста труда и капитала. Это так называемый остаток Солоу, который выражает долю экономического роста за счет технического прогресса, или «прогресса в знаниях».

Предпосылками анализа в модели Р.Солоу является: взаимозаменяемость труда и капитала (как в модели Кобба-Дугласа), убывающая предельная производительность капитала; постоянная отдача от масштаба, постоянная норма выбытия основных фондов; отсутствие инвестиционных лагов.

При неизменной численности занятых динамика объема выпуска зависит от объема капитала (в данном случае в расчете на одного занятого, т.е. капиталовооруженности (фондовооруженности). В свою очередь, объем капитала меняется под воздействием инвестиций и выбытия основных фондов. Размеры инвестиций зависят от нормы сбережения, с ростом которой они увеличиваются, превышая выбытие капитала, и фондовооруженность возрастает. С ростом фондовооруженности темп роста инвестиций (сбережений) естественно падает. Инвестиции увеличивают запас капитала, выбытие уменьшает. Уровень запаса капитала, при котором инвестиции равны его выбытию, есть равновесный уровень фондовооруженности труда. При достижении этого экономика будет находиться в состоянии долгосрочного равновесия.

В случае, когда рост становится сбалансированным, его дальнейший темп зависит только от роста населения и технического прогресса.

Рост населения при том же объеме капитала снижает фондовооруженность. Привлекаемые при этом инвестиции должны не только покрыть выбытие капитала, но и обеспечить капиталом новых рабочих в прежнем объеме.

Для того чтобы фондовооруженность оставалась постоянной и при роете населения, капитал должен возрастать таким же темпом, что и население:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta K}{K}.$$

Технологический прогресс в модели Солоу является единственным условием непрерывного повышения уровня жизни, так как только при его наличии наблюдается устойчивый рост фондовооруженности и выпуска продукции в расчете на одного занятого, т.е. фондоотдачи.

Однако по мере роста фондовооруженности количество продукции на одного занятого (Q/L) возрастает в меньшей степени, чем фондовооруженность, так как падает предельная производительность капитала.

Обозначим производство продукции на одного занятого $(Q/L)\cdot q$, количество капитала на одного работающего (K/L) через k (капитало- или фондовооруженность), тогда производственная функция примет следующий вид:

$$q = T \cdot F(k).$$

По мере роста фондовооруженности происходит рост q (количество продукции на одного занятого), но оно возрастает в меньшей степени, так как падает предельная производительность капитала (фондоотдача), согласно закону убывающей отдачи.

В модели Солоу объем производства Q определяется инвестициями I и потреблением C. Предполагается, что экономика носит закрытый от мирового рынка характер и отечественные инвестиции I равны национальным сбережениям, или объему валового сбережения C т.е. $I = \sum S$.

Тема 13. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

1. Социально-экономическое прогнозирование: общие понятия и объекты. Функции прогнозирования.
2. Методы прогнозирования и ее виды.
3. Прогнозирование на основе трендовых моделей.
4. Метод имитации. Метод сценария.

1. Социально-экономическое прогнозирование: общие понятия и объекты. Функции прогнозирования

Под прогнозом понимается научно-обоснованное суждение о возможных состояниях объекта в будущем, альтернативных путях и сроках его осуществления. Социально-экономическое прогнозирование – это процесс разработки экономических и социальных прогнозов, основанный на научных методах познания экономических и социальных явлений, и использования всей совокупности методов, способов и средств экономической прогностики.

Прогнозирование следует рассматривать в комплексе с более широким понятием - предвидением, которое дает опережающее отображение действительности, основанное на познании законов природы, общества и мышления. Различают три формы научного предвидения: гипотезу, прогноз и план.

Гипотеза характеризует научное предвидение на уровне общей теории. На уровне гипотезы дается качественная характеристика исследуемых объектов, выражающая общие закономерности их поведения.

Прогноз в сравнении с гипотезой имеет значительно большую качественную и количественную определенность и отличается большей достоверностью. Прогностика - наука о построении будущего. *Прогноз* - это научно обоснованное суждение о будущем и путях его достижения.

В процессе прогнозирования решаются следующие основные *задачи:* установление целей развития, определение рациональных путей и средств достижения, расчет необходимых ресурсов.

В практике используется классификация прогнозов по следующим признакам:

- *по назначению*: научно-технические; социально-экономические; военные; демографические; политические;

- *по масштабу действий:* международные прогнозы; национальные прогнозы; межотраслевые прогнозы; отраслевые прогнозы; прогнозы самостоятельных хозяйствующих единиц (фирм и т. п.);

- *по периоду прогнозирования*: оперативные прогнозы (до 6 мес.); краткосрочные (до 2 лет); среднесрочные (до 5 лет); долгосрочные (свыше5 лет).

Особенность разработки прогнозов состоит в том, что при прогнозировании, кроме объекта прогнозирования, необходимо прогнозировать влияние активного фона, или внешней среды.

Алгоритм разработки прогноза включает определенные этапы.

1. Предпрогнозная ориентация (системно-структурный анализ объекта) включает постановку задачи для разработки прогноза (уточняются характеристики объекта).

2. Определение масштабов - определение периодов прогнозирования, условий и ограничений, при которых будет разрабатываться прогноз.

3. Анализ и установление факторов прогнозного (активного) фона.

4. Формирование информационной базы для прогноза активного фона и объекта.

5. Разработка собственно прогнозной модели и выбор метода прогнозирования.

6. Разработка прогноза и оценка его достоверности.

7. Разработка плановых решений (по результатам прогноза).

При прогнозировании следует принимать во внимание определенные *особенности*: необходимо знать предельные значения параметров развития; учитывать не объект как таковой, а развитие объекта через параметры эффективности.

Разработка прогнозов строится на определенных принципах:

1) системности (представление объекта в виде системы);

2) согласованности (скоординированная система целей);

3) верификации (доверие к результатам прогноза);

4) непрерывности.

Можно выделить ряд функций прогнозирования.

1. *Научный анализ экономических, социальных, научно-технических процессов и тенденций.* Он осуществляется по трем стадиям (ретроспекция, диагноз, проспекция).

Под ретроспекцией понимается этап прогнозирования, на котором исследуется история развития объекта прогнозирования для получения его систематизированного описания. На этой стадии происходит сбор, хранение и обработка информации, источников, необходимых для прогнозирования, оптимизация как состава источников, так и методов измерения и представления ретроспективной информации, окончательное формирование структуры и состава характеристик объекта прогнозирования.

Диагноз - это такой этап прогнозирования, на котором исследуется систематизированное описание объекта прогнозирования с целью выявления тенденции его развития и выбора моделей и методов прогнозирования. На этой стадии анализ заканчивается не только разработкой моделей прогнозирования, но и выбором адекватного метода прогнозирования.

Проспекция представляет собой этап прогнозирования, на котором по данным диагноза разрабатываются прогнозы развития объекта прогнозирования в будущем, производится оценка достоверности, точности или обоснованности прогноза (верификация), а также реализация цели прогноза путем объединения конкретных прогнозов на основе принципов прогнозирования (синтез). На стадии проспекции выявляется недостающая информация об объекте прогнозирования, уточняется ранее полученная, вносятся коррективы в модель прогнозируемого объекта в соответствии с вновь поступившей информацией.

2. *Исследование объективных связей социально-экономических явлений развития народного хозяйства в конкретных условиях в определенном периоде.*

3. *Оценка объекта прогнозирования базируется на сочетании аспектов детерминированности* (определенности) и неопределенности.

4. *Выявление объективных вариантов экономического и социального развития.* На основе теоретических исследований, достижений общественных, естественных и технических наук выясняются объективные варианты изучаемого процесса и тенденции его развития на перспективу.

5. *Накопление научного материала для обоснованного выбора определенных решений.* Реализация функций прогнозирования осуществляется на основе двух подходов: поискового и нормативного.

2. Методы прогнозирования и ее виды

Под методами прогнозирования следует понимать совокупность приемов и способов мышления, позволяющих на основе ретроспективных данных внешних и внутренних связей объекта прогнозирования, а также их измерений в рамках рассматриваемого явления или процесса вывести суждения относительно будущего состояния и развития объекта.

В настоящее время насчитывается свыше 150 различных методов прогнозирования, из которых на практике используется 15–20.

В процессе экономического прогнозирования применяются как общие научные методы и подходы к исследованию, так и специфические методы, свойственные социально-экономическому прогнозированию.

Специфические методы экономического прогнозирования целиком и полностью связаны с экономической прогностикой. Среди инструментов экономической прогностики важную роль играют экономико-математические методы, методы экономико-математического моделирования, статистической экстраполяции и др.

Наиболее важными являются приведенные ниже методы:

- индуктивный метод (от частного к общему);
- подход по ходу времени (на основе уже прожитого);
- поисковые (исследовательские) методы;
- дедуктивный метод мышления (от общего к частному);
- нормативные методы.

Поисковые методы: статистические; экстраполяции (развитие состоит из двух составляющих):

$y_t = x(t)$ случайная составляющая + $\varepsilon(t)$ систематическая ошибка.

(применяется, когда мы находимся в фазе развития и смотрим, можем ли идти дальше); интерполяции (развитие исходя из граничных данных); метод огибающих кривых; методы аналогии.

- Публикационные (опережающие, параметрические) методы. В качестве параметров используются – интенсивные (коэффициент роста; функциональные характеристики; темпы роста и т.д.) и экстенсивные (объем выпуска; величина дохода и т.п.). Примером публикационных методов являются анализ динамики публикаций и определение перспектив развития (рост или спад); патентный метод (анализ патентов и новшеств).

- Экспертные методы: индивидуальная экспертиза (методы интервью - метод «Дельфи»; методы аналитических справок - метод морфологического анализа; методы генерации идей - мозговая атака, метод дерева целей, матричный метод); коллективная экспертиза.

По масштабам прогнозируемой системы дифференциация очень велика от прогнозов мирового хозяйства до прогнозов предприятий и отдельных производств. Здесь можно выделить следующие группы прогнозов (рис. 13.1):

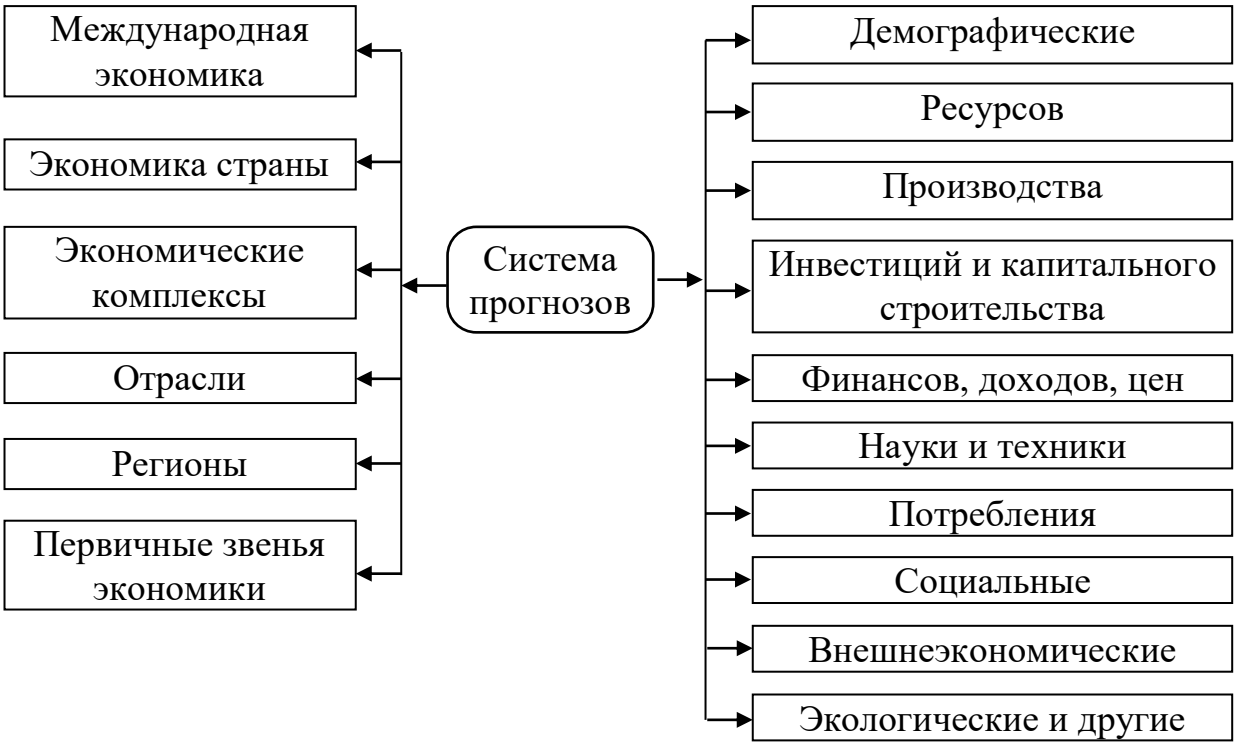


Рис. 13.1. Схема классификации прогнозов[27]

По сроку прогнозирования (периоду упреждения) выделяются прогнозы оперативные, краткосрочные, среднесрочные, долгосрочные, дальнесрочные.

[27] www.uamconsult.com/book_547_chapter_6_1.4._Klassifikacija_prognozov.html

По характеру научно методического обоснования прогнозы делятся на поисковые (исследовательские, изыскательские) и нормативные.

Существует также разграничение прогнозов на пассивные и активные.

Методы прогнозирования можно разделить на две большие группы - логико-эвристические методы базируются на широко известной общенаучной теории логики и на эвристике, которая определяется словарями как «Искусство нахождения истины» (рис.13.2).

В этой группе выделяются четыре подгруппы методов, это методы формальной логики, аналогии, экспертных оценок и специальные эвристические.

Методы моделирования основаны прежде всего на количественных, математических и статистических исследованиях, на выявлении формальных зависимостей и тенденции развития, на построении прогностических моделей и экспериментировании с ними на базе компьютерной техники. В качестве подклассов выделяются модели экстраполяции, эконометрические, нормативно - целевые и имитационные.

Отдельно в классификации представлены комплексные методы в которых сочиняются как логико-эвристические подходы, так и моделирование.

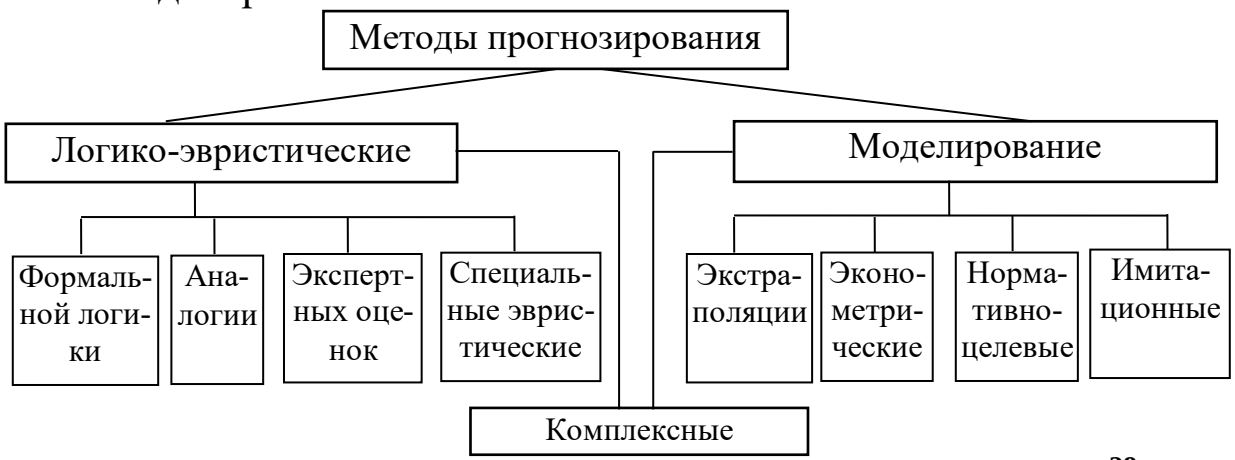


Рис 13.2. Классификация методов прогнозирования[28]

В ходе научных исследований вообще, прогнозирования в частности, дедукция и индукция тесно между собой взаимосвязаны. Без индукции строго говоря, возникновение

[28]www.uamconsult.com/book_547_chapter_6_1.4._Klassifikacija_prognozov.html

дедукции становится невозможным. Диалектика не позволяет беспрепятственно оделять анализ от синтеза, индукцию от дедукции. Более того - и в своем сочетании они могут оказаться недостаточными для полного обоснования прогноза, а часто служат лишь дополнением и поклонением при использовании более специализированных методов прогнозирования.

Модель какой - либо сложной системы тоже представляет собой систему (и нередко весьма сложную), имеющую физическое воплощение либо записанную с помощью слов, шифр, математических обозначений, графических изображений и т.д.

3. Прогнозирование на основе трендовых моделей

Прогнозирование экономических показателей на основе трендовых моделей, как и большинство других методов экономического прогнозирования, основано на идее экстраполяции. Как уже сказано выше, под экстраполяцией обычно понимают распространение закономерностей, связей и соотношений, действующих в изучаемом периоде, за его пределы. В более широком смысле слова ее рассматривают как получение представлений о будущем на основе информации, относящейся к прошлому и настоящему. В процессе построения прогнозных моделей в их структуру иногда закладываются элементы будущего предполагаемого состояния объекта или явления, но в целом эти модели отражают закономерности, наблюдаемые в прошлом и настоящем, поэтому достоверный прогноз возможен лишь относительно таких объектов и явлений, которые в значительной степени детерминируются прошлым и настоящим.

Существуют две основные формы детерминации: внутренняя и внешняя. Внутренняя детерминация, или самодетерминация, более устойчива, ее проще идентифицировать с использованием экономико-математических моделей. Внешняя детерминация определяется большим числом факторов, поэтому учесть их все практически невозможно. Если некоторые методы моделирования, например адаптивные, отражают общее совокупное влияние на экономическую систему внешних факторов, т.е. отражают внешнюю детерминацию, то методы, базирующиеся на использовании трендовых моделей экономических процессов, представленных одномерными временными рядами, отражают внутреннюю детерминацию объектов и явлений.

При экстраполяционном прогнозировании экономической динамики на основе временных рядов с использованием трендовых моделей выполняются следующие основные этапы:

1) предварительный анализ данных;

2) формирование набора моделей (например, набора кривых роста), называемых функциями-кандидатами;

3) численное оценивание параметров моделей;

4) определение адекватности моделей;

5) оценка точности адекватных моделей;

6) выбор лучшей модели;

7) получение точечного и интервального прогнозов;

8) верификация прогноза.

Прогноз на основании трендовых моделей (кривых роста) содержит два элемента: точечный и интервальный прогнозы.

Точечный прогноз - это прогноз, которым называется единственное значение прогнозируемого показателя. Это значение определяется подстановкой в уравнение выбранной кривой роста величины времени t, соответствующей периоду упреждения: $t = n+1$, $t = n+2$ и т.д. Такой прогноз называется точечным, так как на графике его можно изобразить в виде точки.

Очевидно, что точное совпадение фактических данных в будущем и прогностических точечных оценок маловероятно. Поэтому точечный прогноз должен сопровождаться двусторонними границами, т.е. указанием интервала значений, в котором с достаточной долей уверенности можно ожидать появления прогнозируемой величины. Установление такого интервала называется ***интервальным прогнозом.***

Интервальный прогноз на базе трендовых моделей осуществляется путем расчета ***доверительного интервала*** такого интервала, в котором с определенной вероятностью можно ожидать появления фактического значения прогнозируемого экономического показателя. Расчет доверительных интервалов при прогнозировании с использованием кривых роста опирается на выводы и формулы теории регрессий. Перенесение выводов теории регрессий на временные экономические ряды не совсем правомерно, так как динамические ряды, как выше уже отмечали, отличаются от статистических совокупностей. Поэтому к оцениванию доверительных интервалов для кривых роста следует подходить с известной долей осторожности.

Методы, разработанные для статистических совокупностей, позволяют определить доверительный интервал, зависящий от стандартной ошибки оценки прогнозируемого показателя, от времени упреждения прогноза, от количества уровней во временном ряду и от уровня значимости (ошибки) прогноза.

Стандартная (среднеквадратическая) ошибка оценки прогнозируемого показателя $S_{\hat{y}}$ определяется по формуле

$$S_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \hat{y}_t)^2}{n-k}},$$

где: y_t - фактическое значение уровня временного ряда для времени t;

$\hat{y}_t$ - расчетная оценка соответствующего показателя по модели (например, по уравнению кривой роста);

n - количество уровней в исходном ряду;

k - число параметров модели.

В случае прямолинейного тренда для расчета доверительного интервала можно использовать аналогичную формулу для парной регрессии, таким образом, доверительный интервал прогноза в этом случае будет иметь вид

$$U_y = \hat{y}_{n+L}\ t_\alpha \pm S_{\hat{y}} \sqrt{1\frac{1}{n} + \frac{3(n+2L-1)^2}{n(n^2-1)}},$$

где: L - период упреждения;

$\hat{y}_{n+L}$- точечный прогноз по модели на $(n+L)$-й момент времени;

n - количество наблюдений во временном ряду;

$S_{\hat{y}}$ - стандартная ошибка оценки прогнозируемого показателя, рассчитанная по ранее приведенной формуле для числа параметров модели, равного двум;

t_α - табличное значение критерия Стьюдента для уровня значимости α и для числа степеней свободы, равного $n-2$.

Если выражение

$$t_\alpha \pm S_{\hat{y}} \sqrt{1\frac{1}{n} + \frac{3(n+2L-1)^2}{n(n^2-1)}},$$

обозначить через K, то формула для доверительного интервала примет вид

$$U_y = \hat{y}_{n+L}\ S_{\hat{y}} K_t.$$

Иногда для расчета доверительных интервалов прогноза относительно линейного тренда применяют приведенную выше формулу в несколько преобразованном виде:

$$U_y = \hat{y}_{n+L}\, t_\alpha \pm S_{\hat{y}} \sqrt{1\frac{1}{n} + \frac{(t_L - \bar{t})^2}{\sum (t - \bar{t})^2}}$$

Здесь t - порядковый номер уровня ряда ($t = 1,2,...,n$); $t_L = n + L$ - время, для которого делается прогноз; $\bar{t}$ - время, соответствующее середине периода наблюдений для исходного ряда, например $\bar{t} = (n+1)/2$ суммирование ведется по всем наблюдениям.

Эту формулу можно упростить, если, как часто делается на практике, перенести начало отсчета времени на середину периода наблюдений ($\bar{t} = 0$):

$$U_y = \hat{y}_{n+L}\, t_\alpha \pm S_{\hat{y}} \sqrt{1\frac{1}{n} + \frac{(t_L)^2}{\sum (t)^2}}$$

Формула для расчета доверительных интервалов прогноза относительно тренда, имеющего вид полинома второго или третьего порядка, выглядит следующим образом:

$$U_y = \hat{y}_{n+L}\, t_\alpha \pm S_{\hat{y}} \sqrt{1\frac{1}{n} + \frac{(t_L)^2}{\sum (t)^2} \frac{\sum t^4 - 2t_L^2 \sum t^2 + nt_L^4}}$$

Аналогично вычисляются доверительные интервалы для экспоненциальной кривой роста, а также для кривых роста, имеющих асимптоту (модифицированная экспонента, кривая Гомперца, логистическая кривая), если значение асимптоты известно.

Таким образом, формулы расчета доверительного интервала для трендовых моделей разного класса различны, но каждая из них отражает динамический аспект прогнозирования, т.е. увеличение неопределенности прогнозируемого процесса с ростом периода упреждения проявляется в постоянном расширении доверительного интервала.

4. Метод имитации. Метод сценария

Метод - это сложный прием, упорядоченная совокупность простых приемов, направленных на разработку прогноза в целом; путь, способ достижения цели, исходящий из знания наиболее общих закономерностей.

Методы (методика) прогнозирования - определенное сочетание приемов (способов) выполнения прогностических операций, получение и обработка информации о будущем на основе однородных методов разработки прогноза.

Методология прогнозирования - область знания о методах, способах, системах прогнозирования. Методологии прогнозирования разделились по следующим категориям: *предвидение, целеполагание, планирование, программирование, проектирование, перспективы развития процессов* с целью выявления проблем, подлежащих решению.

Методика разработки прогноза - выбранное конкретное сочетание приемов и методов прогнозирования.

Система прогнозирования (*«прогнозирующая система»*) - это упорядоченная совокупность методик, технических средств, предназначенная для прогнозирования сложных явлений или процессов.

Прием прогнозирования - конкретная форма теоретического или практического подхода к разработке прогноза; одна или несколько математических или логических операций, направленных на получение конкретного результата в процессе разработки прогноза.

Методы прогнозирования. В 1927 году В.А.Базаров-Руднев предложил 3 метода прогноза: *экстраполяция, аналитическая модель, экспертиза.*

В настоящее время существует около 220 методов прогнозирования, но чаще всего на практике используются не более 10, среди них: *фактографические* (экстраполяция, интерполяция, тренд-анализ), *экспертные* (в т.ч. опрос, анкетирование), *публикационные* (в т.ч. патентные), *цитатно-индексные, сценарные, матричные, моделирование, аналогий, построение графов и т.д.*

Появляются новые методы:

- *адаптивные* методы прогнозирования – построение самонастраивающихся рекуррентных моделей, способных отражать изменяющиеся во времени динамические свойства временного ряда и учитывать информационную ценность его членов;

- *морфологическое* исследование (для систематического и непредубежденного отбора возможностей в связи с изыскательским прогнозированием);

- *ретро альтернативистика* (И.В. Бестужев-Лада);

- метод «*дерево целей*» (впервые использован при разработке схемы ПАТТЕРН) для нормативного прогнозирования и оценки «общих элементов»;

- «*контекстуальное картографирование*» (contextual mapping);

- *причинноследственный* метод, близкий к проблемно-целевому методу Базарова-Руднева;

- *комбинированный прогноз* – некоторая обобщающая оценка, получаемая на основе формального или неформального объединения частных прогнозов, чаще всего путем суммирования их с определенными весовыми коэффициентами.

Приведенное разделение способов прогнозирования условно, потому что на практике эти способы взаимно перекрещиваются и дополняют друг друга, так:

- прогнозная оценка обязательно включает в себя элементы экстраполяции и моделирования;

- процесс экстраполяции невозможен без элементов оценки и моделирования;

- моделирование подразумевает предварительную оценку и экстраполирование.

При прогнозировании объекта часто приходиться прогнозировать не один, а несколько его показателей. При этом прогноз развития одного показателя можно выполнять одним методом, а другого показателя - другим методом, т.е. используются *сочетания методов* (табл. 13.1).

Наиболее распространенными методами (свыше 90% всех сделанных в мире прогнозов) являются *экспертиза* и *фактографические* методы. Популярен метод *аналогий*. Методы *линейного программирования*, построение циклов (Н.Д. Кондратьев) широко используются в науке. Ведутся разговоры, что любой прогноз, если в нем закладывать правильные исходные данные и если он претендует на научность, можно описать формулами (формулизовать).

Аналогия (предвидение по аналогии, метод общих тенденций) – предполагает, что в достаточной степени осознает текущую ситуацию, чтобы искать для нее аналогии на основе

опыта, чаще всего при помощи аналогии с достаточно хорошо известными сходными явлениями и процессами, и способен, опираясь на референтную ситуацию, установить основные черты, дающие основание говорить о совпадении направления развития событий.

Таблица 13.1.

Методы социального прогнозирования (Шепитько Г.Е.)[29]

<table>
<tr><td rowspan="9">Методы социального прогнозирования</td><td rowspan="3">Формализованные</td><td colspan="2">Метод эстраполяции трендов</td></tr>
<tr><td colspan="2">Методы корреляционного и регрессионного анализов</td></tr>
<tr><td colspan="2">Методы математического моделирования</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Экспертные</td><td rowspan="3">Индивидуальные</td><td>Метод составления сценариев</td></tr>
<tr><td>Метод «интервью»</td></tr>
<tr><td>Метод аналитических докладных записок</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Коллективные</td><td>Метод анкетных опросов</td></tr>
<tr><td>Метод «комиссий»</td></tr>
<tr><td>Метод «мозговых атак»</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>Метод «Дельфи»</td></tr>
</table>

Аналогия – более рациональный процесс, чем экстраполяция. Ни одна процедура не кажется более естественной, чем поиск аналогий. *Данный метод раньше часто использовался при прогнозе погоды: по состоянию температуры, влажности и давления в настоящем искался аналогичный день в прошлом и проецировался на дальнейшее развитие для будущего состояния в настоящем.*

Фактографические методы (*экстраполяция, трендовая модель, тренд-анализ, интерполяция, моделирование, математическое моделирование, сценарии, эксперименты, «прогнозы до абсурда», имитации, графы, матрицы, подборки показателей, графические изображения)* основаны на экстраполяции в будущее тенденций, закономерности развития которых в прошлом и настоящем хорошо известны.

[29] *www.astronom2000.info/прогнозирование/mipp/*

Модель – это заместитель объекта-оригинала, обеспечивающий изучение только некоторых свойств оригинала, но способный замещать оригинал таким образом, что изучение поведения модели в новых условиях дает новую информацию об объекте-оригинале.

Моделирование – это процесс получения информации об объекте-оригинале путем проведения экспериментов с его моделью в заданных внешних условиях; построение поисковых и нормативных моделей с учетом вероятного или желательного (не желательного) изменения прогнозируемого объекта на период упреждения прогноза по имеющимся прямым или косвенным данным о масштабах и направлениях изменений.

Трендовая модель (или ***математическое моделирование***) предполагает постоянное подобное развитие системы (*«как развивалась до этого, так и будет дальше»).*

Эксперимент (*«пост-фактум»*) - свершившееся нововведение, которое условно рассматривается «задним числом» как проведенный эксперимент.

Сценарии дают возможность четко формулировать и сопоставлять между собой различные вероятные или желательные перспективы развития.

«Прогнозы до абсурда» используются для выявления возможных кризисов и катастроф раньше, чем эти кризисы реально наступят (перенаселение мира, наркомании). Это действенный способ своевременной мобилизации ресурсов.

Экспертиза - итоговое суждение эксперта (или группы экспертов, населения) о динамике показателей анализируемого объекта или об альтернативных вариантах их возможного развития в будущем, которое: объективно, научно обосновано, вероятностно по природе, корректируемо в рамках прогнозного периода по мере поступления новой информации, верифицируемо после завершения прогнозного периода, должно быть четким, ясным, не допускать неожиданных толкований, строго соответствовать заданию на прогноз, быть доказательным и воспроизводимым.

Начало методу экспертизы положила книга Трилла «Наука об управлении» (1911). Метод используется при неопределенности. Экспертиза – это предположение*: что надо сделать, чтобы было «то-то»; или «что будет, если…».*

Эксперт – носитель специальных знаний и/или практического опыта, а также представитель групп интересов или организаций, который:

- имеет или дает объективные и полные сведения об особенностях и свойствах внешнего объекта и/или рекомендации относительно предпочтительных вариантов управленческих решений, касающихся этого объекта;
- обладает совокупностью сбалансированных прав и обязанностей, а также несет ответственность за свое экспертное заключение;
- включен в процесс принятия решений и участвует в научном обосновании этих решений;
- независимо от внешних влияний и собственной выгоды высказывает суждения по поставленным перед ним вопросам из области его специальных знаний и/или практического опыта.

В экспертизе используются методы: *экспертные методы, анкетирование, интервьюирование, метод мозговой атаки (штурма), метод контрольных вопросов, метод аналитических докладных записок, метод лицом к лицу, метод ситуационного анализа, метод суда, метод «комиссий» («круглого стола»), «дельфийская техника» (метод «Дельфи»).*

Экспертные оценки разделяются на *индивидуальные* и *коллективные*.

Экспертные методы (оценки) – очный или заочный, индивидуальный или коллективный опрос экспертов (или населения) при разработке прогноза. Методы экспертных оценок основываются на рациональных доводах и на интуитивных знаниях экспертов.

Опрос, как правило, проводится анонимно через интервьюирование и анкетирование, как одного человека (эксперта), так и коллектива (экспертов, населения).

Опрос населения в практике прогнозирования применяются сравнительно редко.

Опрос экспертов - сложный коллективный опрос. Проходит в несколько туров (для усовершенствования интуитивного мышления). Экспертные модели описывают (творчески, неформально, но в рамках определенных правил) процедуры функционирования в виде процесса, специальных формул и алгоритмов. Это может быть коллективная генерация идей

ученых-экспертов, которую можно отнести к субъективным методам.

Анкетирование – один из разновидностей опроса. Это социологический метод, содержание которого состоит в опросе группы лиц с целью выявить их словесное одобрение или неодобрение, согласие или несогласие по поводу ряда вопросов или стандартных предложений, представленных в анкете.

Метод анкетных опросов не связанных друг с другом людей с последующей статистической обработкой полученных оценок.

Метод «интервью» предполагает беседу организатора прогнозной деятельности с экспертом путем постановки вопросов о будущем состоянии объекта прогнозирования и его прогнозного фона.

Метод «комиссий» («круглого стола») — группа экспертов многократно собирается для открытого обсуждения одного и того же вопроса. В нем организатор экспертизы не руководит обсуждением, а лишь обеспечивает активную работу каждого эксперта. Метод оперативен, но существует опасность взаимного влияния мнений экспертов, особенно мнений признанных авторитетов в данной области исследований.

Метод составления сценариев - описание будущего составляется с учетом правдоподобных предположений о нескольких вариантах будущего состояния прогнозного фона и введения в анализ разрушительных событий (например, катастроф).

Метод аналитических докладных записок – самостоятельная работа эксперта над анализом динамики объекта прогнозирования и возможных путях его развития.

Метод «мозговых атак» - основывается на коллективной генерации идей, высказываемых спонтанно участниками различных профессий и специализаций.

Метод «Дельфи» получил свое название по имени греческого античного города Дельфи, где проживали известные дельфийские оракулы. Метод является дальнейшим развитием методов анкетного опроса и состоит из несколько туров последовательного анонимного анкетирования экспертов с обратной связью. Обратная связь осуществляется за счет того, что перед каждым последующим туром опроса экспертам сообщают обобщенные результаты предыдущего тура. Число туров определяется или

требуемым уровнем точности, или установленной степенью детализации проблемы. Дельфийская процедура использует только числа.

Основные цели экспертизы:

- повышение обоснованности принимаемых решений на основе заключений экспертов;

- контроль соблюдения соответствия и/или установления соответствия между характеристиками объекта экспертизы и требованиями, предусмотренными нормативными, нормативно-правовыми и законодательными документами различных уровней.

Экспертные методы прогнозирования наиболее востребованы, они хорошо работают на большие периоды и являются основными для долгосрочного прогноза. Для краткосрочного прогноза экспертные прогнозы не подходят (особенно в экономике). В экономике наиболее приемлемы экономико-математические методы, так как они работают по принципу инерционности.

Технология экспертного прогнозирования (ТЭП). Необходимо представить технологию экспертного прогнозирования как систему, т.е. как некоторое единство элементов связанных в целое некоторыми отношениями (в частном случае - взаимодействиями). Кроме того, необходимо выявить системно-образующие элементы и возможности их преобразования в системно-составляющие.

Системность, таким образом, будет реализовываться в двушаговом подборе элементов технологии получения экспертного заключения. На первом шаге разработки прогноза необходимо из нескольких множеств элементов технологии, рассматриваемой как системы и обладающих «системозначимыми» свойствами, выделить их подмножества. На втором шаге из этих подмножеств выбираются элементы, обладающие «системоопределенными» свойствами.

Три основных условия подбора элементов и выделения подмножеств:

1. Специфика рассматриваемого объекта или процесса;

2. Ограничения разного рода:

• финансовые (оплата всей работы, независимых экспертов);

• кадровые (возможности подбора экспертов, организаторов прогноза, прогнозистов);

• временные (период, необходимый для организации и проведения прогноза);

3. Уровень понимания проблемы лица принимающего решение (ЛПР) и заказчика и их цели.

Основными системно-образующими элементами ТЭП являются:

1. Способы формирования экспертных групп (взаимных рекомендаций, снежного кома и другие);

2. Критерии отбора специалиста в экспертную группу;

3. Способы опроса экспертов (в частности, анкетирование, интервьюирование);

4. Простейшие виды экспертных оценок, (включая вербальные, балльные, интервальные, числовые;

5. Основные принципы проведения экспертизы.

6. Алгоритмические операции и процедуры, позволяющие получать выбранный вид экспертной оценки. Например, методы классификации, множественных сравнений или три группы методов получения количественных оценок субъективной вероятности;

7. Простейшие процедуры и методы организации деятельности экспертных групп, позволяющие получить новые знания от экспертов (например, «*мозговая атака»* или *метод* «*Дельфи*»).

Математические методы.

Математическая модель – модель объекта, описанная в виде математических соотношений между математическими понятиями.

Для описания математических моделей сложных объектов используются следующие разделы математики:

- теория функций (детерминированные модели),
- математическая статистика (вероятностные модели),
- теория нечетких множеств (модели на основе нечетких суждений экспертов),
- теория нелинейных уравнений (квазидетерминированные модели на базе теорий управляемого хаоса, теории катастроф, синергетики – науки о самоорганизации систем и фрактального анализа).

Виды математических методов прогнозирования: *корреляционный анализ, регрессионный анализ, факторный*

анализ, распознавание образов, вариационное исчисление, спектральный анализ, цепи Маркова, алгебра логики, теория игр и др.

Статистический метод *(экстраполяция и интерполирование; математический анализ; математическая статистика, аналитическое моделирование)* - это метод прогнозирования временных рядов на перспективу, он предполагает экстраполяцию(линейное развитие во времени) *и* интерполирование в будущее (выявление промежуточного значения двумя известными моментами процесса) - это условное продолжение в будущее наблюдаемых объектов (тенденций, закономерности развития которых в прошлом и настоящем достаточно хорошо известны). Построение динамических рядов развития показателей прогнозируемого явления на протяжении периодов основания прогноза в прошлом и упреждения прогноза в будущем (ретроспекции и проспекции прогнозных разработок).

Статистический прогноз – это статистическое описание будущих значений исследуемого показателя (переменной). Данный прогноз подразделяется на *краткосрочные* (на один интервал наблюдения вперед), *среднесрочные* (на срок до пяти интервалов) и *долгосрочные* (более пяти интервалов). Различают *точечный* (представляется единственным значением) и *интервальный* (задается двумя числами – нижней и верхней границей интервала) статистический прогноз.

Разновидности статистического метода:

- *математическая статистика* - использование динамических рядов характеристик объекта;
- *математический анализ* - использует экстраполяцию, т.е. линейное развитие во времени.

Условия для использования данного метода. При построении прогноза динамики какой-либо системы по данному методу необходимо получение полного описания всех ее параметров, а также их взаимосвязи и зависимости от внешних для системы факторов.

Аналитическое (математическое) моделирование работает в том случае, если есть модель развития (например, в виде плана). При этом статистические данные, которые используются должны носить правдивый характер, и не подчиняться желаниям правящих кругов.

Достоинство метода. Математическая статистика имеет наиболее мощное программное обеспечение, в которое входят такие известные прикладные программы, как Excel, Statgraphics, Stadia и др.

Недостатками статистического метода является:

- приводит к абстрактным схемам, мало согласованным с физикой явления,
- не объясняет причин событий,
- дает краткосрочный прогноз,
- не обладают высокой достоверностью и устойчивостью,
- обладает излишней точностью (это связано с тем, что статистика имеет дело с совокупностью, а не с отдельными единицами. А в совокупности признак варьирует),
- имеет логическую ошибку. Она допускается в том случае, когда упускается из виду, что, используется статистический метод при решении конкретных задач в экономике, биологии, метеорологии, физике и др., а статистические данные - это просто исходная информация для устранения закономерностей соответствующей наукой.

Метод подразумевает, что закономерность - есть единообразие хода событий, поэтому его можно использовать, когда есть устойчивость развития или четкая повторяемость. Роль статистики в данном случае вспомогательная. Статистика не устанавливает законы, а подсказывает, где их искать; не дает рецепт разрешения той или иной проблемы, а подводит к возможному исходному пункту ее решения. Статистические данные надо интерпретировать, а это функция предметной науки.

Трендовая модель одного цикла строится на истинном течении данного прогнозируемого процесса и работает (дает хороший прогноз) не более, чем на 10 лет (если есть история стабильного развития данного процесса.

Примером статистического метода, вероятно, могут служить законы развития цикла. Все циклы делится на 2 периода (подъем и спад) в пропорции «золотого сечения». И примеров «золотой пропорции» множество. Например, протекание 11-летнего цикла солнечной активности; экономический закон деления прибыли (32% общие налоги + 68% зарплата работнику) и т.д.

Сценарный метод прогнозирования («*метод сценария*»). Это один из самых старых методов. Он дает возможность получения

не только общих данных представления о будущей ситуации, в которой будет находиться прогнозируемый объект, но и устанавливает возможность изменения этой ситуации в желаемом для него направлении. В конкретных задачах прогнозирования необходимо провести классификацию рисков, поставить задачу оценивания конкретного риска, провести структуризацию риска, в частности, построить «деревья причин» (в другой терминологии, «деревья отказов») и «деревья последствий» («деревья событий»).

Разработку сценарного прогноза выполняют в тех случаях, когда прогноз невозможно или нецелесообразно выполнить статистическими методами или использованием специальных экономико-математических моделей.

Достоинство метода – дает возможность управлять будущем.

Метод “сценариев”- один из методов экспертных оценок, с помощью которого дается картина исследуемого объекта в будущем на основе сложившийся ситуации. При помощи данного метода определяются главные цели развития объекта исследования. Он способствует разработке решения проблемы на основе выявления всех возможных препятствий и обнаружения серьезных недостатков. Сценарии строятся не только на рассуждениях, но и на результатах технических или статистических анализов, характеристиках и показателях объекта исследования. Сценарий - описательный материал, необходимый для работы по развитию объекта исследования.

Составление сценария разделено на следующие этапы:

- формулировка вопроса:
  - собирается и изучается вся базовая информация;
  - выявляются все внутренние проблемы;
  - формулируется точный вопрос исследования;
- определение сфер влияния - изучается влияние окружения на объект исследования;
- установление степени влияния факторов объекта исследования на будущую ситуацию,
- введение в исследование ранее неспрогнозированных событий, которые могут изменить направление исследования. Такие события могут носить как отрицательный (аварии, сбои в системе и др.), так и положительный (технологические взрывы, политические примирения и др.) характер. События, которые

могут оказать наиболее сильное воздействие, должны быть учтены при составлении сценариев;

- определение последствий - определяется уровень воздействия на объект исследования предложенных вариантов решения;

- принятие решения - на основе выбранного варианта решения вопроса исследования выбираются меры по претворению его в жизнь.

Для разработки сценариев привлекаются ведущие специалисты исследуемой области знаний, которые пользуются помощью специалистов по системному анализу при подготовке сценария. Специалисты по системному анализу при изучении объекта исследования выполняют следующие роли:

• выявляют общие закономерности системы;

• анализируют внешние и внутренние факторы, влияющие на развитие системы и формирование ее целей;

• определяют источники этих факторов;

• анализируют высказывания ведущих специалистов в периодической печати, научных публикациях и других источниках научно-технической информации;

• создают вспомогательные информационные фонды (лучше автоматизированные), способствующие решению соответствующей проблемы.

Тема 14. ДИНАМИЧЕСКИЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

1. Динамические эконометрические модели. Основные понятия.

2. Интерпретация параметров моделей с распределенным лагом и моделей авторегрессии.

3. Лаговые модели Алмон.

4. Метод Койка.

5.Модели адаптивных ожиданий. Модели частичной корректировки.

1. Динамические эконометрические модели. Основные понятия

Эконометрическая модель является *динамической*, если в данный момент времени т она учитывает значения входящих в нее переменных, *относящиеся как к текущему, так и к предыдущим моментам времени*, т. е. если эта модель отражает динамику исследуемых переменных в каждый момент времени (рис. 14.1)

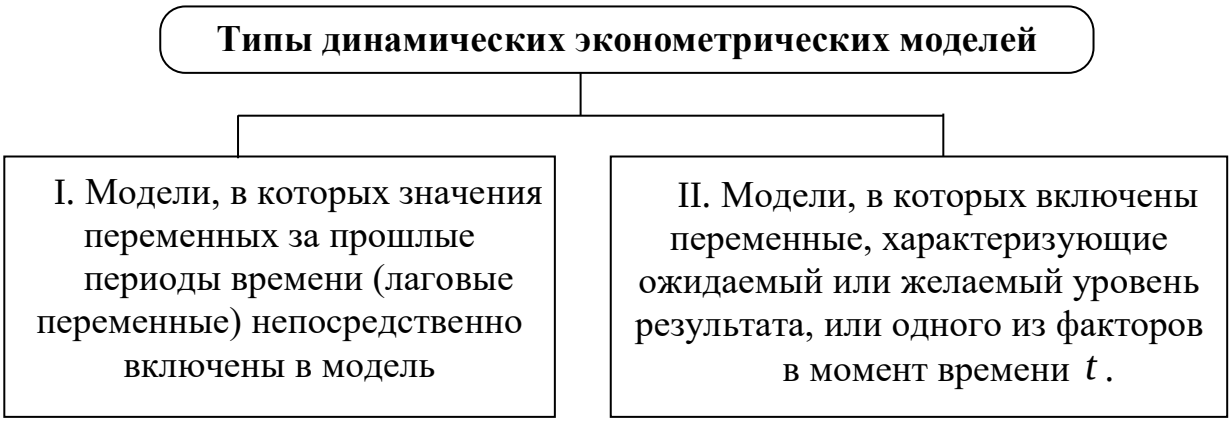


Рис. 14.1. Типы динамических эконометрических моделей

Модели, в которых значения переменных за прошлые периоды времени (лаговые переменные) непосредственно включены в модель (рис. 14.2):

1) Модели с распределенным лагом**:**

$$y_t = a + b_0 x_t + b_1 x_{t-1} + ... + b_p x_{t-p} + \varepsilon_t .$$

2) Модели авторегрессии:

$$y_t = a + b_0 x_t + c_1 y_{t-1} + \varepsilon_t .$$

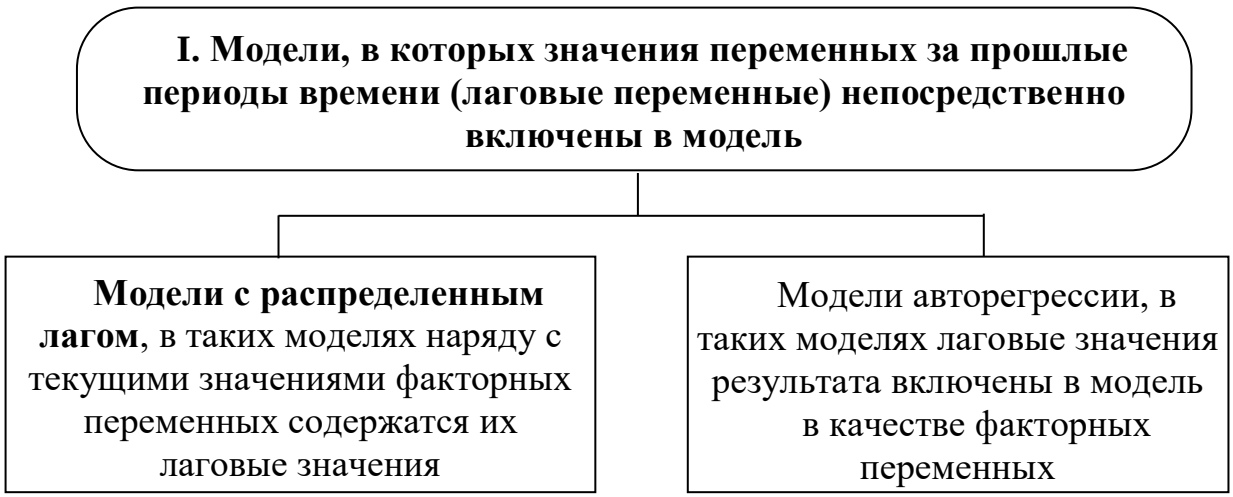


Рис. 14.2. Типы динамических моделей с лаговыми переменными

Модели, в которые включены переменные, характеризующие ожидаемый или желаемый уровень результата, или одного из факторов в момент времени t (рис. 14.3):

1) Модели адаптивных ожиданий:

$$y_t = a + b_0 x_{t+1}^* + \varepsilon_t .$$

2) Модели неполной (частичной) корректировки

$$y_t^* = a + b x_t + \varepsilon_t .$$

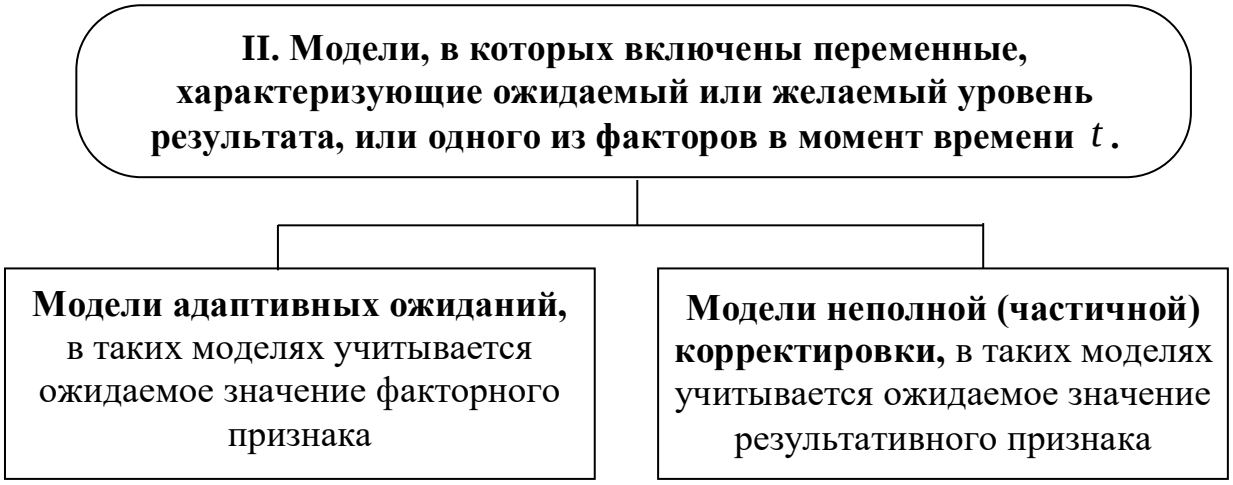


Рис. 14.3. Типы динамических моделей с ожидаемым или желаемым уровнем результата

Оценка параметров этих моделей сводится к оценке параметров моделей авторегрессии.

Специфика построения моделей с распределенным лагом и моделей авторегрессии:

1) оценка параметров моделей авторегрессии, а в большинстве случаев и моделей с распределенным лагом *не может быть проведена с помощью обычного МНК* ввиду нарушения его предпосылок и требует *специальных статистических методов;*

2) приходится решать проблемы *выбора оптимальной величины лага* и определения его *структуры*;

3) между моделями с распределенным лагом и моделями авторегрессии имеется *определенная взаимосвязь*, и в некоторых случаях необходимо осуществлять переход от одного типа моделей к другому.

2. Интерпретация параметров моделей с распределенным лагом и моделей авторегрессии

Рассмотрим модель с распределенным лагом в ее общем виде в предположении, что максимальная величина лага конечна и равна p:

$$y_t = a + b_0 x_t + b_1 x_{t-1} + ... + b_p x_{t-p} + \varepsilon_t .$$

Эта модель говорит о том, что если в некоторый момент времени t происходит изменение независимой переменной x, то это изменение будет влиять на значения переменной в течение p следующих моментов времени. Коэффициент регрессии b_0 при переменной x_t характеризует среднее абсолютное изменение y_t при изменении x_t на одну единицу своего измерения в некоторый фиксированный момент времени t, без учета воздействия лаговых значений фактора x. Этот коэффициент называют **краткосрочным мультипликатором**.

В момент $(t+1)$ совокупное воздействие факторной переменной x_t на результат y_t составит $(b_0 + b_1)$, в момент $(t+2)$ это воздействие можно охарактеризовать суммой $(b_0 + b_1 + b_2)$ и т.д. Полученные таким образом суммы называют промежуточными мультипликаторами.

С учетом конечной величины лага можно сказать, что изменение переменной x_t в момент t на 1 единицу, приведет к общему изменению результата через l моментов времени на $(b_0 + b_1 + ... + b_l)$ абсолютных единиц.

Введем следующее обозначение:

$$b = b_0 + b_1 + ... + b_l .$$

Величину b называют **долгосрочным мультипликатором**. Он показывает абсолютное изменение в долгосрочном периоде $(t+l)$ результата под влиянием изменения на 1 единицу фактора x.

Применение обычного МНК к таким моделям в большинстве случаев затруднительно по следующим причинам.

Во-первых, текущие и лаговые значения независимой переменной, как правило, тесно связаны друг с другом. Тем самым оценка параметров модели проводится в условиях высокой мультиколлинеарности факторов. Во-вторых, при большой величине лага уменьшается число наблюдений, по которому строится модель, и увеличивается число ее факторных признаков. Это ведет к потере числа степеней свободы в модели. В-третьих, в моделях с распределенным лагом часто возникнет проблема автокорреляции остатков. Вышеуказанные обстоятельства приводят к значительной неопределенности относительно оценок параметров модели, снижению их точности и получению неэффективных оценок. Чистое влияние факторов на результат в таких условиях выявить невозможно. Поэтому на практике параметры моделей с распределенным лагом проводят в предположении определенных ограничений на коэффициенты регрессии и в условиях выбранной структуры лага.

Рассмотрим теперь следующую модель авторегрессии:

$$y_t = a + b_0 x_t + c_1 y_{t-1} + \varepsilon_t .$$

Как и в модели с распределенным лагом, b_0 в этой модели характеризует краткосрочное изменение y_t под воздействием изменения x_t на 1 единицу. Однако промежуточные и долгосрочный мультипликаторы в моделях авторегрессии несколько иные. К моменту времени $(t+1)$ результат y_t изменился под воздействием изменения изучаемого фактора в момент времени t на величину b_0, а y_{t+1} под воздействием своего изменения в непосредственно предшествующий момент времени на c_1. Таким образом, общее абсолютное изменение результата в момент $(t+1)$ составит $b_0 c_1$. Аналогично в момент времени $(t+2)$ абсолютное изменение результата составит $b_0 c_1^2$ и т.д.

Следовательно, долгосрочный мультипликатор в модели авторегрессии можно рассчитать как сумму краткосрочного и промежуточных мультипликаторов:

$$b = b_0 + b_0 c_1 + b_0 c_1^2 + b_0 c_1^3 .$$

С учетом предположения $|c_1| < 1$ (называемое условие стабильности) последнее соотношение преобразуется к виду:

$$b = b_0 \left(c_1 + c_1^2 + c_1^3 + ... \right) = \frac{b_0}{1 - c_1} .$$

Отметим, что такая интерпретация коэффициентов модели авторегрессии и расчет долгосрочного мультипликатора основаны на предпосылке о наличии бесконечного лага в воздействии текущего значения зависимой переменной на ее будущие значения.

3. Лаговые модели Алмон

Текущие и лаговые значения факторной переменной оказывают *различное по силе воздействие на результативную переменную модели.*

Количественно сила связи между результатом и значениями факторной переменной, относящимися к различным моментам времени, измеряется с помощью *коэффициентов регрессии при факторных переменных*, например**:**

$$y_t = -0{,}67 + 4{,}5x_t + 3{,}0x_{t-1} + 1{,}5x_{t-2} + 0{,}5x_{t-3},$$

(зависимость объемов продаж компании в среднем за месяц от расходов на рекламу)

Если построить *график зависимости этих коэффициентов от величины лага*, можно получить графическое изображение *структуры лага*, или распределения во времени воздействия факторной переменной на результат.

Основные формы структуры лага (рис. 14.4)**:**

а - линейная;

б - геометрическая;

в – перевернутая В-образная;

г, д, е – полиномиальная

Основная трудность в выявлении структуры лага: *как получить значения параметров* b_j .

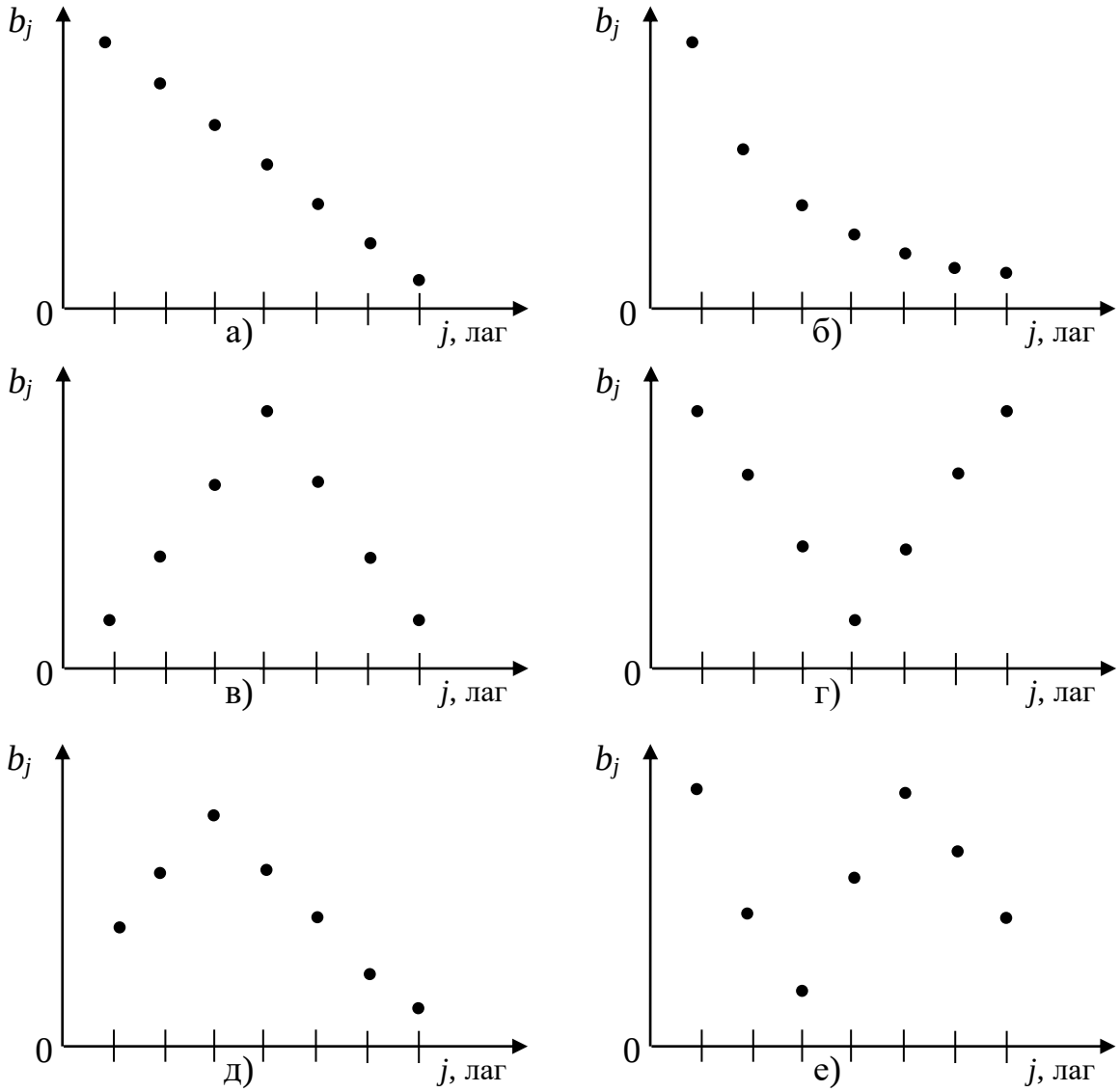


Рис. 14.4. Основные структуры лага

Часто предположения о структуре лага основаны на: 1) общих положениях экономической теории 2) на исследуемых взаимосвязи показателей 3) на результатах проведенных ранее эмпирических исследований 4) иной априорной информации.

Лаги, структуру которых можно описать с помощью *полиномов*, называют *лагами Алмон.*

Процедура применения метода Алмон для расчета параметров модели с распределенным лагом:

1) определяется максимальная величина лага I;

2) определяется степень полинома k, описывающего структуру лага;

3) рассчитываются значения вспомогательных переменных $z_0,...,z_k$;

4) определяются параметры уравнения линейной регрессии со вспомогательными переменными $z_0,...,z_k$ (классическим МНК);

5) рассчитываются параметры исходной модели с распределенным лагом.

Пусть имеем общую модель с распределенным лагом, имеющую конечную *максимальную величину лага* p:

$$y_t = a + b_0 x_t + b_1 x_{t-1} + ... + b_p x_{t-p} + \varepsilon_t \qquad (1)$$

Предположим, что в исследуемой модели имеет место *полиномиальная структура лага*, т.е. зависимость коэффициентов регрессии b_j от величины лага описывается *полиномом* k*-й степени.*

Формально *модель зависимости коэффициентов* b_j *от величины лага* j в форме полинома можно записать так:

- для полинома первой степени $b_j = c_0 + c_1 j$;
- для полинома второй степени $b_j = c_0 + c_1 j + c_2 j^2$;
- для полинома третьей степени $b_j = c_0 + c_1 j + c_2 j^2 + c_3 j^3$ и т.д.

В наиболее *общем виде* для полинома к-й степени имеем:

$$b_j = c_0 + c_1 j + c_2 j^2 + ... + c_k j^k .$$

Тогда каждый из коэффициентов b_j модели (1) можно выразить следующим образом:

$$\begin{cases} b_0 = c_0, \\ b_1 = c_0 + c_1 + ... + c_k, \\ b_2 = c_0 + 2c_1 + 4c_2 + ... + 2^k c_k, \\ b_3 = c_0 + 3c_1 + 9c_2 + ... + 3^k c_k, \quad (*) \\ ..... \\ b_l = c_0 + lc_1 + l^2 c_2 + ... + l^k c_k. \end{cases}$$

Подставив в (*) найденные соотношения для b_j, получим:

$$y_t = a + c_0 x_t + (c_0 + c_1 + ... + c_k) x_{t-1} + (c_0 + 2c_1 + 4c_2 + ... + 2^k c_k) x_{t-2} +$$

$$+ (c_0 + 3c_1 + 9c_2 + ... + 3^k c_k) x_{t-3} + ... + (c_0 + lc_1 + l^2 c_2 + ... + l^k c_k) x_{t-l} + \varepsilon_t$$

Перепишем модель (*) с учетом соотношений для переменных $z_0,...,z_k$:

$$y_t = a + c_0 z_0 + c_1 z_1 + c_2 z_2 + ... + c_k z_k + \varepsilon_t \qquad (2)$$

Рассчитав параметры c_i в модели (2) с помощью *классического МНК* можно затем определить *коэффициенты* b_i *модели с распределенным лагом* (используя формулы для b_i).

Проблемы применения метода Алмон:

1. Величина лага p должна быть *известна заранее* (лучше исходить из максимально возможного лага);
2. Необходимо установить *степень полинома* k (обычно ограничиваются рассмотрением полиномов 2-й и 3-й степени);
3. Переменные z будут *коррелировать между собой* в случаях, когда наблюдается высокая связь между исходными переменными x; поэтому оценку параметров модели (1) приходится проводить в условиях *мультиколлинеарности факторов*.

4. Метод Койка

Метод Койка используется для оценки параметров модели с распределенным лагом *с бесконечным лагом* вида:

$$y_t = a + b_0 x_t + b_1 x_{t-1} + ... + b_p x_{t-p} + \varepsilon_t \qquad (1)$$

При этом используется допущение о *геометрической структуре* лага - такой структуры, когда воздействия лаговых значений фактора на результат *уменьшаются с увеличением величины лага в геометрической прогрессии.*

Койк предположил, что существует некоторый *постоянный темп уменьшения во времени лаговых воздействий фактора на результат* – λ $(0 < \lambda < 1)$. Тогда для коэффициентов модели (1) справедливо (j – номер лага):

$$b_j = b_0 \lambda^j, \ j = 0,1,2,..., \ 0 < \lambda < 1.$$

Выразим с помощью формулы для b_j все коэффициенты в модели (1) через b_0 и λ:

$$y_t = a + b_0 x_t + b_0 \lambda x_{t-1} + b_0 \lambda^2 x_{t-2} + \varepsilon_t \qquad (2)$$

Тогда для периода $t-1$ модель (2) можно записать так - модель (3):

$$y_{t-1} = a + b_0 x_{t-1} + b_0 \lambda x_{t-2} + b_0 \lambda^2 x_{t-3} + ... + \varepsilon_{t-1}. \quad (3)$$

Умножим обе части модели (3) на λ, получим модель (4):

$$\lambda y_{t-1} = \lambda a + \lambda b_0 x_{t-1} + b_0 \lambda^2 x_{t-2} + b_0 \lambda^3 x_{t-3} + ... + \lambda \varepsilon_{t-1}. \quad (4)$$

Вычтем найденное соотношение (4) из соотношения (2):

$$y_{t-1} - \lambda y_{t-1} = a - \lambda a + \lambda_0 x_t + \varepsilon_{t-1} - \lambda \varepsilon_{t-1}. \quad (5)$$

В результате преобразований (5) получаем модель Койка:

$$y_t = a(1-\lambda) + b_0 x_t + \lambda y_{t-1} + u_t,$$

где $u_t = \varepsilon_t - \lambda \varepsilon_{t-1}$.

Полученная модель Койка – *двухфакторная модель авторегрессии.* Как правило, такая модель решается *методом инструментальной переменной*, а затем с помощью формулы:

$$b_j = b_0 \lambda^j, \ j = 0,1,2,..., \ 0 < \lambda < 1.$$

определяются параметры $b_1, b_2, ...,$ исходной модели с распределенным лагом.

Описанное выше так назыаемой *«преобразования Койка» позволяет перейти от модели с бесконечными распределенными лагами к модели авторегрессии*, содержащей две независимые переменные x_t и y_{t-1}.

5. Модели адаптивных ожиданий. Модели частичной корректировки

1) Рассмотрим решение *модели адаптивных ожиданий* вида:

$$y_t = a + b_0 x^*_{t+1} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

где y_t - фактическое значение результативного признака;

x^*_{t+1} - ожидаемое значение факторного признака.

Механизм *формирования ожиданий* в этой модели следующий:

$$x^*_{t+1} = \alpha x_t + (1-\alpha) x^*_p, \text{ где } 0 < \alpha < 1. \quad (2)$$

Т.о., *ожидаемое значение факторной переменной* x^*_t в период t - это *средняя арифметическая взвешенная* ее фактического и ожидаемого значений в предыдущий период. *Подставим* в модель (1) вместо x^*_{t+1} соотношение (2):

$$y_t = a + b(\alpha x_t + (1-\alpha) x^*_t) + \varepsilon_t = a + \alpha b x_t + (1-\alpha) b x^*_t + \varepsilon_t. \quad (3)$$

Если модель (1) имеет место для периода t, то она будет иметь место и для периода $t-1$. Таким образом, в период $t-1$ получим:

$$y_{t-1} = \alpha + b x^*_t + \varepsilon_{t-1}. \quad (4)$$

Умножим (4) на $(1-\alpha)$:

$$(1-\alpha)y_{t-1} = (1-\alpha)a + (1-\alpha)bx_t^* + (1-\alpha)\varepsilon_{t-1}. \qquad (5)$$

Вычтем почленно (5) из (3):

$$y_t - (1-\alpha)y_{t-1} = a - (1-\alpha)a + abx_t^* + \varepsilon_t - (1-\alpha)\varepsilon_{t-1},$$

или модель (6):

$$y_t = \alpha a + \alpha b x_t + (1-\alpha)y_{t-1} + u_t u_t = \varepsilon_t - (1-\alpha)\varepsilon_{t-1}. \qquad (6)$$

В модели авторегрессии (6), определив ее параметры, можно легко ***перейти к исходной модели адаптивных ожиданий*** **(1)** и определить ее параметры a и b.

2) Рассмотрим решение *модели частичной корректировки:*

$$y_t^* = a + bx_t + \varepsilon_t. \qquad (7)$$

Механизм *формирования ожиданий* в этой модели следующий:

$$y_t = \beta y_t^* + (1-\beta)y_{t-1} + u_t, \ 0 < \beta < 1. \qquad (8)$$

Т.о., *фактическое значение результата текущего периода* y_t - это *средняя арифметическая взвешенная* его ожидаемого значения текущего периода y_t^* и фактического значения за предыдущий период времени y_{t-1}.

Подставим уравнение (7) в выражение для y_t (8) и получим:

$$y_t = \beta(a + bx_t + \varepsilon_t) + (1-\beta)y_{t-1} = \beta a + \beta b x_t + (1-\beta)y_{t-1} + u_t,$$

где $u_t = \beta\varepsilon_t + u_t$.

Решаем это уравнение авторегрессии, *затем находим параметры* a *и* b *уравнения* (7).

Тема 15. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

1. Значение информационных технологий в эконометрических исследованиях.
2. Использование электронных таблиц Excel при построении регрессионных моделей и оценке их качества.
3. Общие принципы работы в эконометрическом пакете EViews.
4. Сравнение универсальных программ для статистического анализа.

1. Значение информационных технологий в эконометрических исследованиях

Центральной проблемой эконометрики является построение уравнений и систем уравнений (экономико-математических моделей), выражающих экономические закономерности, связи, зависимости, динамические тенденции и определение возможности их практического использования для анализа и прогнозирования.

Построение эконометрических моделей предполагает выполнение множества математических расчетов, обработку больших объемов информации, в связи с чем возникает необходимость в широком использовании компьютерных средств обработки информации. Для этих целей разработаны и широко используются пакеты прикладных программ статистической обработки данных (например, Stat Grafics, SPSS, SyStat, Statistica, Gretl и др.).

На современном этапе этапе невозможно представить эконометрическое исследование без применения компьютеров. В настоящее время исследователю доступно большое количество разнообразных программных продуктов, которые могут быть использованы для решения эконометрических задач.

Наиболее важными для исследователя являются средства автоматизации процесса моделирования и оценка адекватности полученных моделей. С точки зрения эффективности использования рабочего времени важное значение имеют такие возможности по работе с исходными данными, как удобный ввод данных; накопление и хранение эконометрических данных;

фильтрация и поиск информации; предварительная обработка данных. Удобный ввод данных подразумевает наличие средств копирования данных из других приложений.

Применяемое в эконометрических исследованиях программное обеспечение можно разделить на следующие группы:

- программы, реализующие технологию электронных таблиц MS Excel, Open Office.org Calc и др.;
- статистические пакеты общего назначения: SPSS, Statistica, Stat Graphics и др.;
- программы, ориентированные на решение эконометрических задач Econometric Views, Stadia, Matrixer и др.;
- специализированные статистические пакеты, предназначенные для решения ограниченного круга задач Эвриста, Мезозавр, Олимп, Forecast Expert;
- математические пакеты общего назначения Mathcad, Matlab, Maple, Mathematica.

1. Электронные таблицы MS Excel.

К достоинствам электронных таблиц относится доступность, наличие обширного методического обеспечения с примерами использования в эконометрике, широкая известность, так как изучается в курсе информатики, электронные таблицы согласуются с большинством статистических пакетов.

Электронные таблицы MS Excel представляют исследователю следующие возможности: проведение расчетов с использованием большого количества математических и статистических функций, использование пакета «Анализ данных».

2. Статистический пакет общего назначения Statistica.

Стандартную комплектацию пакета составляют три модуля. *Базовый пакет* предоставляет обширный выбор основных статистик в едином пакете в сочетании с мощностью, производительностью и простотой использования. *Линейные и нелинейные модели* включает большой набор самых современных инструментов для моделирования и прогнозирования, включающий возможность автоматического выбора модели и расширенные интерактивные средства визуализации. *Многомерные технологии анализа* содержит широкий выбор разведочных технологий анализа различных типов данных в сочетании с богатыми интерактивными средствами визуализации.

Широкому распространению пакета способствует удобный понятный интерфейс, развитые методы визуализации результатов, возможности обмена данными с электронными таблицами.

3. Эконометрические программные пакеты. Matrixer 5.1.

В программе реализованы многие классические и современные эконометрические методы и модели.

Предоставляет следующие возможности: описательные статистики; различные графики данных; таблица корреляций переменных; векторные и матричные вычисления; калькулятор функций распределения; универсальный модуль импорта данных; экспорт данных. Matrixer 5.1 работает со следующими типами объектов: матрицами, переменными (столбцами матриц), скалярами, строками, моделями. Имеется возможность обмена данными с электронными таблицами Excel. Программа Matrixer проста в обращении и эффективна. Большое достоинство заключается в том, что русскоязычная версия бесплатная.

4. Анализ временных рядов в системе Эвриста.

Система Эвриста является специализированным статистическим пакетом по исследованию временных рядов, который реализован для операционной системы Windows. Система может работать одновременно со 100 рядами данных, размер которых ограничен только вместимостью жесткого диска. Для удобства пользователя в системе также предусмотрены возможности построения графиков, работа с таблицей, экспорт и импорт данных, построение проектов и т.д.

Возможности системы: работа с данными, анализ тренда, закон распределения, прогнозирование, спектральный анализ, ARMA модели, регрессионные модели.

Из большого количества программного обеспечения в зависимости от целей исследования можно выбрать требуемого программное обеспечение для автоматизации вычислений в пределах поставленной задачи.

2. Использование электронных таблиц Excel при построении регрессионных моделей и оценке их качества

Электронные таблицы Excel позволяют выполнять различные статистические расчеты с помощью встроенных функций. В Excel предусмотрена возможность расчета парных коэффициентов

корреляции и основных характеристик линейных уравнений регрессии.

Excel может использоваться для аналитической работы, связанной с построением простейших зависимостей, определением тенденций развития и прогнозированием социально-экономических явлений.

Достоинства Excel заключаются прежде всего в его распространенности и доступности. Немаловажным достоинством является также наличие удобной системы справочников на языке пользователя по всем выполняемым функциям. К достоинствам также можно отнести совместимость различных версий и возможность переноса информации из других табличных процессоров.

В то же время Excel, не являясь специализированным статистическим пакетом, обладает рядом недостатков для эконометрических расчетов:

1. Рассчитываются не все необходимые показатели качества уравнения. Если t-статистики легко рассчитываются на основании полученных данных, то расчет статистики Дарбина-Уотсона требует некоторого количества дополнительных действий.

2. Отсутствует встроенная функция, позволяющая получать нелинейные зависимости. Для их получения необходимо проделывать промежуточные расчеты.

3. Осуществление некоторых важных статистических преобразований(например, итерационной процедуры Кокрана-Оркатта) невозможно без специально написанных макросов, что является весьма непростой задачей.

Несмотря на указанные недостатки, электронные таблицы Excel могут использоваться студентами при решении задач в курсах теории статистики, эконометрики, моделирование и прогнозирование и т.п., или в практической части курсовых и дипломных работ для демонстрации взаимосвязи и зависимости явлений. При выполнении работы по моделированию и прогнозированию социально-экономических явлений, имеющей важное прикладное значение, предварительные расчеты также можно осуществить в Excel, а при необходимости выполнения более сложных процедур импортировать данные в какой-нибудь доступный статистический пакет.

Пакет анализа представляет собой **надстройку Excel –** набор средств и инструментов, расширяющих стандартные возможности Excel, связанные с анализом данных.

Возможности надстройки **Пакет анализа** данных:

1. Однофакторный дисперсионный анализ.
2. Двухфакторный дисперсионный анализ с повторениями.
3. Двухфакторный дисперсионный анализ без повторений.
4. Корреляция.
5. Ковариация.
6. Описательная статистика.
7. Экспоненциальное сглаживание.
8. Двухвыборочный F -тест для дисперсий.
9. Анализ Фурье.
10. Гистограмма.
11. Скользящее среднее.
12. Генерация случайных чисел.
13. Ранг и перцентиль.
14. Регрессия.
15. Выборка.
16. Парный двухвыборочный t -тест для средних.
17. Двухвыборочный t -тест с одинаковыми дисперсиями.
18. Двухвыборочный t -тест с разными дисперсиями.
19. Двухвыборочный z -тест для средних.

Для того, чтобы воспользоваться одним из инструментов **Пакета анализа** исследуемые данные следует представить в виде таблицы, где столбцами являются соответствующие показатели. При создании таблицы Excel информация вводится в отдельные ячейки. Совокупность ячеек, содержащих анализируемые данные, называется входным интервалом.

3.Общие принципы работы в эконометрическом пакете EViews

Эконометрический пакет EViews обеспечивает особо сложный и тонкий инструментарий обработки данных, позволяет выполнять регрессионный анализ, строить прогнозы в Windows - ориентированной компьютерной среде. С помощью этого программного средства можно очень быстро выявить наличие статистической зависимости в анализируемых данных и затем,

используя полученные взаимосвязи, сделать прогноз изучаемых показателей.

Целесообразно выделить следующие сферы применения EViews:

- анализ научной информации и оценивание;
- финансовый анализ;
- макроэкономическое прогнозирование;
- моделирование;
- прогнозирование состояния рынков.

Особо широкие возможности открывает EViews при анализе данных, представленных в виде временных рядов. EViews представляет собой современный статистический пакет, «заточенный» под анализ временных рядов. Программа EViews обладает удобным и дружелюбным интерфейсом, проста в обращении и интерпретации результатов. Структура ее достаточно монолитна: вы не увидите здесь такого количества модулей, как, к примеру, в пакете STATISTICA или SPSS. В EViews представлен широкий спектр моделей и методов эконометрического анализа:

- методы: ARCH, Binary, Censored, Count, GMM, LS, NLS, Ordered, TSLS, ML;

- модели: LRM, GRM, ARIMA, Logit, Probit, Tobit, VAR, ECM, VECM.

Графические возможности пакета Eviews. Несмотря на свою простоту, обеспечивают основные форматы представления данных необходимые для успешной работы аналитика.

Сфера применения пакета EViews охватывает все аспекты современной теории и практики бизнеса. EViews позволяет работать с различными типами переменных, однако лучше всего его возможности раскрываются при решении задачи прогнозирования количественных показателей, представляющих собой временной ряд. Высокие функциональные возможности при обработке количественных переменных, позволяют говорить о EViews как о надежном инструменте для прогнозирования продаж, динамики ресурсов, финансовых показателей. Следует отметить, что в пакете EViews «зашит» достаточно полный арсенал методов по обнаружению и борьбе с типичными для поставленных выше задач проблемами:

- гетероскедастичность (HC NW, HAC White, ARCH-LM, White);

- автокорреляция (DW, LM-test);

- нестационарность и наличие коинтеграции (DF, ADF, cointegration test).

Встроенные тесты (Chow forecast, Chow breackpoint, Ramsey reset) позволят проверить гипотезы о наличии структурных сдвигов. Аналогичные задачи, можно решать в EViews, с использованием, к примеру, теста Вальда, или различные вариантов тестов на идентичность параметров.

Тест Грейнджера на причинность позволяет аккуратно обосновать выбранное направление причинно-следственной зависимости. Для прогнозирования финансовых временных рядов EViews, помимо традиционных инструментов прогнозирования позволяет использовать анализ отклика на импульсы и моделирование условной гетероскедастичности.

Пакет EViews позволяет работать с восьмью типами данных (годовые, полугодовые, квартальные, месячные, недельные (5 дней), недельные (7 дней), ежедневные и не датированные наблюдения). Допускается также переход от одного типа к другому с использованием различных процедур интерполяции и экстраполяции.

Поскольку эконометрический пакет EViews создан под оболочку Windows, ему присущи те же свойства, что и всем продуктам, совместимым с Windows, например, Microsoft Word, Excel и т.д. Поэтому на некоторых очевидных свойствах пакета EViews мы не будет останавливаться слишком подробно.

Существует два основных способа сохранения рабочего файла EViews. С одной стороны, можно сохранить рабочий файл EViews, воспользовавшись опциями Главного меню File/Save… или File/Save as…. С другой стороны, можно воспользоваться опцией меню рабочего файла Save (соответствующая «кнопка» в меню рабочего файла).

Отметим, что открыть уже существующий рабочий файл можно, воспользовавшись опцией File/Open… Главного меню EViews и указав путь к нужному файлу.

В пакете EViews существуют специальные функции, позволяющие изменять (уменьшать) длину рассматриваемого интервала в процессе работы:

- @all – обозначает весь, используемый в рабочем файле интервал;

- @ first – обозначает начальную дату интервала;
- @ last – обозначает конечную дату интервала.

Каждый объект рабочего файла EViews имеет свой специфический формат и свое обозначение («кнопку»), которое отображается в окне рабочего файла после создания объекта: вектор коэффициентов (Coefficient Vector) – задается по умолчанию при создании рабочего файла; уравнение (Equation); график (Graph); группа (Group); логарифм функции правдоподобия (LogL); скаляр (число) (Scalar); временной ряд (серия) (Series); фазовое пространство (State space); система (System); симметричная матрица (SYM – Symmetric Matrix); матрица (Matrix); модель (Model); панель данных (Pool); размер выборки (Sample); таблица (Table); текст (Text) – векторная авторегрессия (VAR – Vector Autoregression); вектор (столбец или строка) (Vector/Row Vector). Чтобы создать любой из перечисленных объектов, можно воспользоваться меню Object/NewObject…Главного меню EViews.

Воспользовавшись опцией Descriptive Statistics меню View окна временного ряда, можно получить простейшие описательные статистики временного ряда (рис. 15.1).

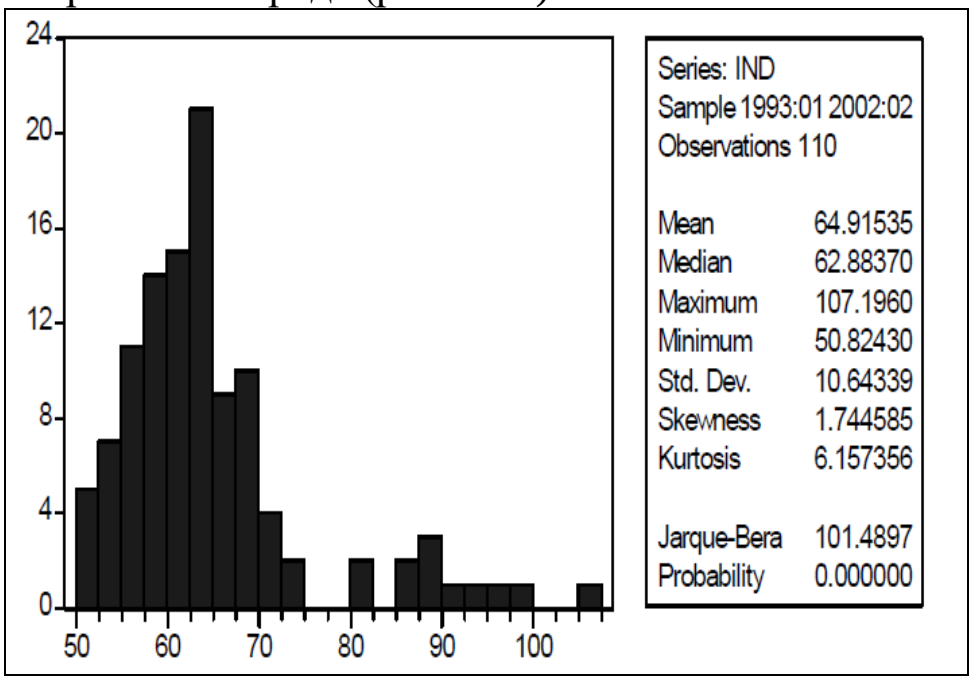


Рис. 15.1.Описательные статистики временного ряда

Гистограмма и статистики (Histogram and Stats) отображают гистограмму временного ряда с информацией о временном ряде (название ряда, размер выборки, количество наблюдений) и

соответствующие выборочные статистики: математическое ожидание (Mean), медиану (Median), максимальное значение (Maximum), минимальное значение (Minimum), стандартное отклонение (Std. Dev.), коэффициенты асимметрии (Skewness) и эксцесса (Kurtosis), а также значение статистики Харке-Бера (Жарке-Бера) с соответствующим *p* - значением (Probability).

Получить оценку любой модели (в том числе и авторегрессионной) можно и при помощи различных опций Главного меню окна EViews.

В строке Method можно выбрать метод оценивания уравнения:

LS – метод наименьших квадратов;

TSLS – двухшаговый метод наименьших квадратов;

ARCH – авторегрессионная модель с условной гетероскедастичностью;

GMM – обобщенный метод моментов;

BINARY – бинарная модель (logit, probit, extreme value);

ORDERED – модель порядкового выбора;

COUNT – модель, предназначенная для оценки данных, являющихся натуральными числами.

4. Сравнение универсальных программ для статистического анализа

На сегодняшний день существует много универсальных программ обработки и анализа статистической информации. Благодаря кругу охватываемых задач, они могут быть полезны не только студентам на стадии изучения статистических методов, но и научным работникам, экономистам, решающим задачи анализа и прогноза с использованием статистических данных. Но перед специалистами встает вопрос: какую именно из программ выбрать из множества имеющихся? Приведем сравнительный анализ двух известных статистических пакетов Statistica и EViews. Сравнение проводится в зависимости от решаемых задач, простоты и удобства их выполнения, таким образом, отмечая преимущества и недостатки рассматриваемых приложений.

Обе программы являются адаптированными к операционной системе Windows, поддерживают технологии OLE, drop-down и др., являются компактными и занимают мало места дискового пространства. Оба приложения имеют удобные графические интерфейсы.

Сравнение программ Statistica и EViews проведем по следующей схеме, в зависимости от конкретных задач приложения:

1) Ввод данных.

2) Графический анализ.

3) Основные описательные статистики.

4) Регрессионный анализ (линейная, множественная и нелинейная регрессия).

5) Анализ временных рядов (адаптивные модели прогнозирования, методы выделения компонент временного ряда, модели с распределенными лагами).

6) Моделирование стационарных и нестационарных случайных процессов (модели ARMA, ARIMA, ARCH, коинтеграция рядов).

7) Работа с панельными данными.

Программа Statistica имеет модульную структуру, то есть состоит из модулей, каждый из которых используется для решения своего конкретного класса задач.

А именно: анализ временных рядов и прогнозирование, множественная регрессия, нелинейное оценивание, факторный анализ, моделирование структурными уравнениями, непараметрическая статистика, дисперсионный анализ (ANOVA/MANOVA), дискриминантный функциональный анализ. Несколько модулей объединены в группу промышленная статистика: контроль качества, анализ процессов, планирование эксперимента.

При загрузке пакета программ Statistica и при создании нового файла появляется электронная таблица, в которой столбцы являются переменными, а строки – наблюдениями. Удобство введения данных в программе Statistica обусловлено тем, что файл таблицы похож на аналогичный из программы Excel. Данная программа позволяет импортировать данные из других Windows приложений и программ DOS, таких как: MS Excel, MS Access, FoxPro, Paradox, dBASE, CSV, SPSS, а также из файлов *.txt.

В отличие от Statistica приложение EViews не имеет модульной системы, однако оно содержит так называемое окно рабочего файла, где можно сохранять ряд объектов.

Объектная структура рабочего окна позволяет работать одновременно с различными типами информации. Управление

объектами осуществляется с помощью процедур (procs), которые в свою очередь могут сами создавать новые объекты. Каждый объект содержит конкретный вид информации: ряд данных, коэффициенты, графики и диаграммы, модели, результаты вычислений, таблицы (матрицы) и др.

Кроме того, программа EViews имеет командную строку, куда вводятся определенные команды позволяющие производить статистический анализ данных. Команды могут быть сохранены в отдельном файле, что позволяет исследователю запомнить ретроспективу выполняемых действий.

В отличие от программы Statistica в EViews прежде, чем ввести данные, необходимо задать их формат, далее создать объект типа ряд, задать количество переменных и количество наблюдений. Пакет EViews позволяет работать с восьмью типами данных (годовые, полугодовые, квартальные, месячные, недельные (5 дней), недельные (7 дней), ежедневные и недатированные наблюдения). Процедура ввода и описания данных в приложении EViews сложнее, чем в Statistica, и поэтому предпочтительнее импортировать данные из других приложений. Программа позволяет работать с данными заимствованными из таких программ как: MS Access, Gauss, ODBS, SAS, SPSS, MS Excel, Stata, ACSII, HTML.

Для того чтобы легко визуализировать как исходные параметры модели, так и конечные результаты вычислений необходимо построение различных графиков, диаграмм, коррелограмм, спектрограмм и т.п. Просмотр в графической интерпретации исходных данных в виде линейных графиков, гистограмм распределений вероятности, диаграмм и т.п. для обоих приложений осуществляется с помощью команд меню. Просмотр результатов в виде графиков в программе Statistica производится непосредственно из рабочего модуля с помощью соответствующих кнопок, причем это приложение позволяет задать опцию построения графика автоматически после каждой проведенной процедуры, также имеется возможность просмотра данных в разных масштабах. Построение коррелограмм в пакете Statistica осуществляется только в разных окнах, в EViews же их можно просмотреть и в одном окне, но зато в Statistica указаны границы белого шума. Результаты моделирования в EViews в

графическом режиме можно просмотреть с помощью команд основного меню рабочего файла.

Просмотр числовых характеристик исследуемых данных (среднее значение, стандартное отклонение, эксцесс, вероятность и др.) в приложении EViews осуществляется с помощью команд меню, чтобы сделать это в Statistica необходимо зайти в отдельный модуль Основные статистики/Таблицы (Basic Statistics/Tables) (здесь же имеются критические значения различных распределений). Набор описательных статистик для обоих пакетов одинаковый.

В программе Statistica оценка коэффициентов однофакторной и многофакторной линейной регрессии осуществляется в отдельном модуле Множественная регрессия (Multiple regression). Результаты просматриваются в отдельном окне, где есть коэффициенты, оцененные методом наименьших квадратов, коэффициент детерминации, статистика Фишера оценки значимости регрессии, статистики Стьюдента оценки значимости коэффициентов, коэффициент корреляции (матрица корреляций), статистика ДарбинаУотсона. Существенными недостатками приложения Statistica является: во-первых, тот факт, что оценка коэффициентов простой регрессии производится только методом наименьших квадратов; во-вторых, определение наличия гетероскедастичности остатков приходится проводить в отдельном модуле (а именно, с помощью теста Спирмена в модуле непараметрические статистики). В отличие от Statistica пакет EViews позволяет проводить оценку регрессии не только методом наименьших квадратов, но также методами максимального правдоподобия, взвешенным и нелинейным методами наименьших квадратов, достаточно просто набрать название метода в командной строке при оценке коэффициентов модели. К тому же EViews позволяет сделать поправку на гетероскедастичность с учетом характера зависимости ошибок от независимой переменной. С помощью команды меню гетероскедастичность определяется тестом Уайта. Отметим, что с помощью командной строки можно задать методику выявления гетероскедастичности методами Парка, Глейзера и др.

Проблему мультиколлинеарности факторовможно преодолеть в программе Statistica двумя способами: найти оценки методом главных компонент (реализуемо в модуле Факторный анализ

(Factor Analysis)) или использовать гребневую регрессию (возможно только для Statistica версии старше 6.0).

Оценка нелинейной регрессии в программе Statistica производится в отдельном модуле Нелинейное оценивание (Non-linear estimation), здесь можно как задать вид зависимости самостоятельно, так и воспользоваться имеющимися: регрессия логит/пробит, регрессия экспоненциального роста, кусочно-линейная регрессия. Результатами оценки являются лишь индекс детерминации и статистика Фишера. Подбор вида гладкой функции можно осуществить только на основе визуального анализа графиков. В отличие от этого в программе EViews подобрать нелинейную функцию, наилучшим образом отражающей зависимость, можно на основе теста Бокса-Кокса. Оценка коэффициентов осуществляется на основе нелинейного МНК (NLS) и взвешенного МНК (WLS).

Анализ временных рядов в программе Statistica осуществляется в модуле Анализ Временных рядов/Прогнозирование (Time Series analysis/ forecasting). Данный модуль содержит следующие методы исследования временных рядов: модель авторегрессии проинтегрированного скользящего среднего, модели интервенции для АРПСС, экспоненциальное сглаживание и прогнозирование (адаптивные модели прогнозирования), анализ распределенных лагов, сезонная декомпозиция и спектральный анализ ряда. Кроме этого существует окно преобразования исходного ряда, которое позволяет производить различные алгебраические операции с рядом, брать разности различного порядка, выделять тренд методом скользящих средних.

К преимуществам Statistica перед EViews следует отнести построение адаптивных моделей прогнозирования. В программе Statistica имеется удобная таблица, в которой можно определить тип модели (аддитивная, мультипликативная, с линейным трендом, включающая сезонную компоненту), а также задать параметры адаптации в трех режимах: «вручную», автоматически (на основании критерия сходимости по минимальной средней квадратической ошибке), выбор с помощью сетки различных минимальных ошибок. В EViews аналогичная процедура построения адаптивных моделей достаточно усложнена: требуется определить тип модели, метод оценивания параметров, выбрать

начальные значения адаптационных коэффициентов, критерий сходимости процесса расчета и т.д. в нескольких диалоговых окнах. Также более предпочтительно построение регрессионных моделей с распределенными лагами в программе Statistica, нежели чем в EViews, так как процедура построения очень проста в применении: требуется лишь задать значение максимального лага и степень аппроксимирующего полинома (лаги Алмон). Выделение тренда из ряда с помощью гладких функций и моделирование сезонной компоненты на основе гармоник в оболочке Statistica выполняется в модуле Нелинейная оценка. Процедуру сглаживания тренда с помощью различного рода скользящих средних легко выполнить в обоих приложениях.

Существенным недостатком программы Statistica является отсутствие возможностей проверки ряда на стационарность, и судить о его стационарности можно лишь на основе визуального анализа графика ряда, спектрограммы. В отличие от этого, приложение EViews позволяет провести как обычный, так и расширенный тесты Дики-Фуллера на наличие стационарности (тесты единичного корня).

Программа EViews позволяет провести спецификацию векторной авторегрессионной модели и модели исправления ошибки (исследование коинтеграции между несколькими переменными). Проверка коинтеграции в программе осуществляется с помощью процедуры Йохансена, которая определяет число векторов коинтеграции в группе временных рядов и обеспечивает оценки максимального правдоподобия векторов коинтеграции и векторов скорости приведения

Обычно моделирование нестационарных рядов проводится на основе модели, где порядок интегрирования является порядком взятия разности. В программе Statistica с помощью процедуры преобразования ряда вычисляют разности до тех пор, пока ряд не станет стационарным, причем стационарность можно проверить лишь на основе визуального анализа, далее идентифицируют и строят модель. В приложении EViews для построения модели используется расширенный тест Дики-Фуллера, причем проверка стационарности производится автоматически после взятия разности первого или второго порядков (соответствующий порядок следует указать в диалоговом окне). Отсюда можно

сделать вывод, что построение модели предпочтительней производить в EViews.

Для преподавателей эконометрики и экономико-математического моделирования для общих экономических специальностей следует предпочесть программу Statistica, так как в ней проще работать с вводом данных, строить регрессионные модели, исследовать структуру временного ряда, и в отличие от EViews, нет необходимости запоминать все команды ввода в командной строке. Для более глубокого изучения эконометрического моделирования, например для специальностей «математические методы в экономике», «статистика», предпочтение следует отдать программе EViews, хотя здесь можно посоветовать схему «от простого к сложному», изучив сначала Statistica, затем перейти к выполнению тех же процедур в EViews. Что касается предметов изучающих анализ временных рядов, например «методы прогнозирования финансовых показателей» или «методы исследования национальной экономики», то однозначно можно сделать выбор в пользу пакета EViews, так как лучше всего его возможности раскрываются при решении задачи прогнозирования количественных показателей, представляющих собой именно временной ряд. Следует отметить, что в пакете EViews имеется достаточно полный арсенал методов по обнаружению и борьбе с типичными для поставленных выше задач проблемами: гетероскедастичность, автокорреляция, нестационарность и наличие коинтеграции.

Список рекомендуемой литературы

1. Елисеева И.И. и др. Эконометрика: учебник для бакалавриата и магистратуры. –М.: Юрайт, 2018. – 449 с.
2. Кремер Н.Ш. Эконометрика: Учебник и практикум для академического бакалавриата. –М.: Юрайт, 2018. – 354 с.
3. Костюнин, В.И. Эконометрика: Учебник и практикум для прикладного бакалавриата. –М.: Юрайт, 2018. – 285 с.
4. Ходиев Б.Ю., Шодиев Т.Ш., Беркинов Б.Б. Эконометрика. –Т.: Iqtisodiyot, 2018. – 178 с.
5. Евсеев Е.А., Буре В.М. Эконометрика: Учебное пособие. –М.: Юрайт, 2018. – 334 с.
6. Хайяши Фумио. Эконометрика. Учебник. –М.: Дело, 2017. – 726 с.
7. Герасимов А., Громов Е., Скрипниченко Ю. Эконометрика. Учебное пособие. –М.: Феникс, 2017. – 544 с.
8. Джеймс Сток, Марк Уотсон. Введение в эконометрику. Учебник. –М.: Издательский дом "Дело" РАНХиГС, 2015. – 864 с.
9. Абдуллаев О.М., Жамалов М.С. Эконометрическое моделирование. Учебник. –Т.: Fan va texnologiya, 2010. – 612 с.
10. Фандеева Л.Н., Лебедев А.В. Теория вероятностей. Учебное пособие. –М.: Эксмо, 2010. – 382 с.
11. Практикум по эконометрике: Учеб. пособие /Под ред. И.И. Елисеевой. –М.: Финансы и статистика, 2010. – 192 с.
12. Бабешко Л.О. Основы эконометрического моделирования: Учебное пособие. –М.: КомКнига, 2010. – 520 с.
13. Валентинов В.А. Эконометрика: Учебник. –М.: ИТК «Дашков и К˚», 2009. – 367 с.
14. Айвазян С.А. Прикладная статистика и основы эконометрики. Учебник. – М.: ЮНИТИ, 2007. – 345 с.
15. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс: Учебник. – М.: Дело, 2007. – 400 с.
16. Абдуллаев О.М., Ходиев Б.Ю., Ишназаров А.И. Эконометрика. Учебник. –Т.: Fan va texnologiya. 2007. – 612 с.
17. Шодиев Т.Ш. и др. Эконометрика. –Т.: ТГЭУ, 2007. – 270 с.
18. Гладилин А.В. Эконометрика: Учебное пособие. –М.: КНОРУС, 2006. – 250 с.
19. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов. –М.: Высшая школа, 2004. – 479 с.

20. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учебник для вузов. – 6-е изд. –М.: Высшая школа, 1999. – 367 с.
21. Christopher Dougherty. Introduction to Econometrics. Oxford University Press, 2011. – 573 p.
22. Greene W.H. Econometric Analysis. Prentice Hall, 2011. – 1232 p.
23. Gujarati D.N. Basic Econometrics. McGraw-Hill, 5th edition, 2009. – 922 p.

ГЛОССАРИЙ

Название термина на русском языке	Название термина на английском языке	Значение термина
Автокорреляция	***Autocorrelation***	корреляционная связь между значениями одного и того же случайного процесса $X(t)$ в моменты времени t_1 и t_2
Альтернативная гипотеза	***Alternative hypothesis***	гипотеза, необходимая для проверки нулевой гипотезы $H_1: \tilde{x}_1 \neq \tilde{x}_2$.
Прогнозирование	***Forecasting***	это разработка прогноза; в узком значении - специальное научное исследование конкретных перспектив дальнейшего развития какого-либо процесса
Признак	***Indication***	показатель, характеризующий некоторое свойство объекта совокупности, рассматриваемый, как случайная величина
Рыночное равновесие	***Market equilibrium***	это такая ситуация на рынке, когда спрос и предложение равны между собой. Но всегда возникает ситуация, когда при изменении различных факторов, между спросом и предложением возникает дисбаланс и рыночное равновесие теряется
Генеральная совокупность	***General population***	(от лат. generis - общий, родовой) (в англ. терминологии - population) - совокупность всех объектов (единиц), относительно которых учёный намерен делать выводы при изучении конкретной проблемы
Вариация	***Variation***	различие значений какого-либо признака у разных единиц совокупности за один и тот же промежуток времени.
Вариационный размах	***Variation range***	показывает пределы, в которых изменяется величина признака в изучаемой совокупности

Критерий Дарбин-Уотсона	***Durbin-Watson test***	Статистический критерий, используемый для тестирования автокорреляции первого порядка элементов исследуемой последовательности.
Коэффициент детерминации	***Coefficient of determination***	(R-квадрат) - это доля дисперсии зависимой переменной, объясняемая рассматриваемой моделью зависимости, то есть объясняющими переменными
Динамический ряд	***Time series***	совокупность однородных статистических величин, показывающих изменение какого-либо явления на протяжении определенного промежутка времени
Дисперсия	***Dispersion***	мера разброса значений случайной величины относительно её математического ожидания
Экономическая модель	***Economic model***	упрощенное представление действительности, абстрактное обобщение, воплощенное в форме экономико-математической модели
Экономический рост	***Economic growth***	это увеличение объёма стоимости произведённых товаров и услуг в национальной экономике за определённый период времени (как правило, за год)
Производственная функция	***Production function***	экономико-математическая количественная зависимость между величинами выпуска (количество продукции) и факторами производства, такими как затраты ресурсов, уровень технологий
Производственная функция Кобба-Дугласа	***Cobb-Douglas' production function***	модель, показывающая зависимость объёма производства (Q) от создающих его факторов производства - труда (L) и капитала (K)

Корреляционная зависимость	***Correlation dependence***	статистическая взаимосвязь двух или нескольких случайных величин. При этом изменения значений одной или нескольких из этих величин сопутствуют систематическому изменению значений других величин
Корреляционный анализ	***Correlation analysis***	метод, позволяющий обнаружить зависимость между несколькими случайными величинами
Сезонное колебание	***Seasonal fluctuation***	Повышение или понижение уровня экономической активности, масштабов экономической деятельности в следствие смены сезонов
Медиана	***Median***	это такое значение признака, которое разделяет ранжированный ряд распределения на две равные части - со значениями признака меньше медианы и со значениями признака больше медианы
Мода	***Mode***	значение признака, имеющее наибольшую частоту в статистическом ряду распределения.
Модель	***Model***	(фр. module, от лат. modulus - «мера, аналог, образец») - *это* система, исследование которой служит средством для получения информации
Адекватность модели	***Model adequacy***	совпадение свойств (функций/параметров/характеристик и т.п.) модели и соответствующих свойств моделируемого объекта
Мультикол-линеарность	***Multicollinearity***	наличие линейной зависимости между объясняющими перемен-ными (факторами) регрессионной модели
Регрессионный анализ	***Regression analysis***	статистический метод исследования влияния одной или нескольких независимых

		переменных X_1, X_2,...,X_n на зависимую переменную Y
Статистическая гипотеза	***Statistical hypothesis***	предположение о виде распределения и свойствах случайной величины, которое можно подтвердить или опровергнуть применением статистических методов к данным выборки
Стохастические или статистические законы	***Stochastic and statistical laws***	форма научных законов, в которой связь начального и последующих состояний исследуемого предмета (процесса) фиксируется с определенной степенью вероятности
Предложение	***Supply***	количество товара, которое готов предложить товаропроизводитель (фирма) по определённой цене за определённый период времени
Функция предложения	***Supply function***	это зависимость объема рыночного предложения экономического блага от факторов его определяющих
Спрос	***Demand***	фундаментальное понятие рыночной экономики, означающее подкрепленное денежной возможностью желание, намерение покупателей, потребителей приобрести данный товар
Функция спроса	***Demand function***	показывающая зависимость спроса на какой-либо товар или услугу от различных факторов
Выборка	***Sample***	часть генеральной совокупности элементов, которая охватывается экспериментом (наблюдением, опросом)
Случайная величина	***Random variable***	величина, которая в результате опыта может принять то или иное значение, причем неизвестно заранее, какое именно

Закон распределения случайной величины	***The law of ther and omvariable distribution***	функция (таблица, график, формула), позволяющая определять вероятность того, что случайная величина *X* принимает определенное значение x_i или попадает в некоторый интервал
Случайное событие	***Random event***	событие, которое может при осуществлении данных условий (т.е. при данном испытании) как произойти, так и не произойти и для которого имеется определенная вероятность его наступления
Ряды распределения	***Rows of distribution***	представляет собой упорядоченное распределение единиц изучаемой совокупности на группы по определенному варьирующему признаку
Единица совокупности	***Unit in the aggregate***	индивидуальный составной объект (элемент) статистической совокупности
Непрерывная случайная величина	***Continuous variate***	такая величина, которая может принимать любые значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка
Общее равновесие	***Ceneral equilibrium***	равновесие, возникающие в результате взаимодействия всех рынков, когда изменение спроса или предложения на одном рынке влияет на равновесные цены и объем продаж на всех рынках
Функциональная зависимость	***Functional dependence***	связь, при которой каждому значению независимой переменной *x* соответствует точно определенное значение зависимой переменной *y*
Частный коэффициент регрессии	***Partial coefficient of regression***	статистическая мера, обозначающая степень влияния независимой переменной на зависимую в ситуации, когда взаимовлияние всех остальных переменных в модели находится под контролем исследователя

Эксцесс	***Excess***	показатель остроты пика графика распределения
Эластичность	***Elasticity***	мера чувствительности одной переменной (например: спроса или предложения) к изменению другой (например: цены, дохода), показывающая на сколько процентов изменится первый показатель при изменении второго на 1%
Коэффициент эластичности	***Elasticity coefficient***	показатель, характеризующий меру чувствительности экономической величины по отношению к факторам, от которых она зависит
Метод наименьших квадратов	***Least-squares method***	(англ. Ordinary Least Squares, OLS) — математический метод, применяемый для решения различных задач, основанный на минимизации суммы квадратов отклонений некоторых функций от искомых переменных
Степени свободы	***Degrees of freedom***	это количество значений в итоговом вычислении статистики, способных варьироваться. Иными словами, количество степеней свободы показывает размерность вектора из случайных величин, количество «свободных» величин, необходимых для того, чтобы полностью определить вектор

Д.К. Ахмедов,
А.И. Ишназаров,
Ш.Т. Нуруллаева

Основы эконометрики

Учебное пособие

Редактор: Мухаммадиева Ф.

Верстальшик: Нарманов А.

Изд. лиц. AI №009 20.07.2018
Подрисано в печать 04.12.2019. Формат 60x84 1/16
Гарнитура Times. Офсетная бумага. Ризографная печать.
Усл.п.л. 10,87 Изд. п.л. 6,14
Тираж 50. Заказ №У/44-2019

Отпечатано в типографии ООО “ИМПРЕСС МЕДИА” Г.Ташкент,
район Яккасарай, ул. Қубеги, 6.