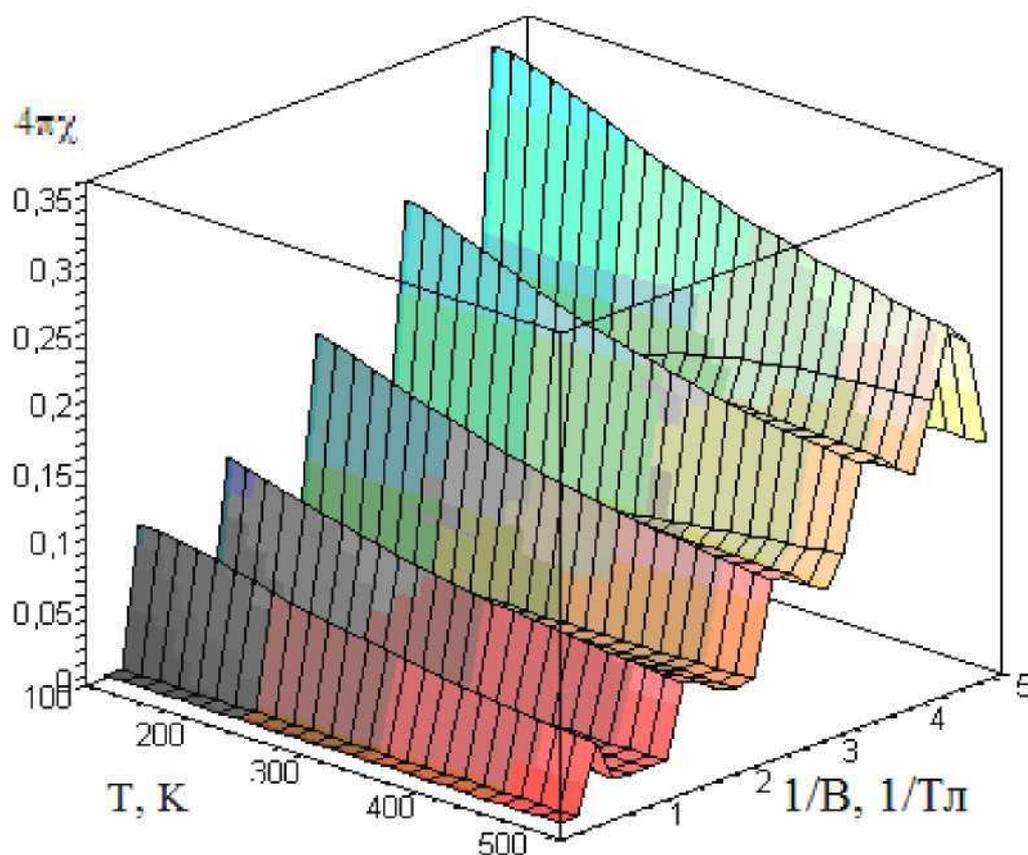


**Г.ГУЛЯМОВ, У.И.ЭРКАБОЕВ, Н.Ю.ШАРИБАЕВ,
Б.Б.ШАХОБИДДИНОВ**

**КВАНТОВЫЕ ОСЦИЛЛЯЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ В
ПОЛУПРОВОДНИКАХ**



**МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕ-СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
НАМАНГАНСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
НАМАНГАНСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ
ИНСТИТУТ**

**КВАНТОВЫЕ ОСЦИЛЛЯЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ В
ПОЛУПРОВОДНИКАХ
(МОНОГРАФИЯ)**

**ТАШКЕНТ «НАВРУЗ»
2018**

УДК: 621.3.082.782

В изучении энергетических спектров электронов в полупроводниках и металлах исключительную роль сыграло применение квантовых магнитных полей. Как показал Ландау в своей работе, приложение магнитного поля к системе электронов вызывает глубокую перестройку энергетического спектра электронов, сопровождающуюся появлением при определенных значениях энергии особенностей плотности состояний. Все квантовые осцилляционные эффекты, зависящие от плотности состояний, могут при некоторых условиях осциллировать с периодом, определяемым интервалом между двумя последовательными совпадениями уровня Ландау. Это обстоятельство проявляется в том, что в выраженном электронном газе многие термодинамические, электрические и оптические величины, выражающиеся через плотность состояний, при определенных условиях осциллируют при изменении магнитной индукции.

В монографии рассмотрены температурная зависимость осцилляции эффекта Шубникова-де Гааза и де Гааза-ван Альфена в полупроводниках. Приведены результаты квантовых осцилляционных явлений при высоких температурах и слабых магнитных полях в объемных и низкоразмерных полупроводниках.

Для специалистов по физике полупроводников и микроэлектроника, энергетика и электроэнергетика.

Табл. 5 Рис. 104 Библиография. 151.

Ответственный редактор

Рецензенты: д.ф.-м.н., проф. Р.Я.Расулов
д.ф.-м.н. Р.А.Аюханов

Монография рекомендована научно-методическим советом Наманганского инженерно-технологического института.

Протокол заседания № ____ от “ ____ ” _____ 2018 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	7
ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ	11
ГЛАВА I. ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ КВАНТОВЫХ ОСЦИЛЛЯЦИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ	13
1.1. Методы определения термодинамической плотности состояний полупроводников в отсутствие и в присутствие магнитного поля	13
1.2. Влияния температуры на квантовые осцилляционные явления в полупроводниках	21
1.3. Осцилляции межзонного магнитооптического поглощения в полупроводниках с параболическим законом дисперсии	28
1.4. Влияние давления на осцилляции магнитооптического поглощения и на квантовых осцилляционных явлениях в полупроводниках.....	32
ГЛАВА II. ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ТЕРМОДИНАМИ- ЧЕСКУЮ ПЛОТНОСТЬ СОСТОЯНИЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВ В КВАНТУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ	36
2.1. Моделирование влияния температуры на уровни Ландау электронов и дырок в полупроводниках	36
2.2. Расчеты плотности энергетических состояний в квантующем магнитном поле с неквадратичным законом дисперсии	42
2.2.1. Температурная зависимость термодинамической плотности состояний полупроводников с кейновским законом дисперсии	48
2.3. Определение ширины запрещенной зоны полупроводников в квантующем магнитном поле.....	49
2.4. Сравнение теории с экспериментальными результатами.....	61
Выводы ко второй главе.....	67
ГЛАВА III. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ КВАНТОВЫХ ОСЦИЛЛЯЦИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ	69
3.1. Влияния температуры на осцилляции эффекта де Гааза-ван	

Альфа-частицы в полупроводниках с учетом термодинамической плотности состояний.....	69
3.2. Исследование зависимости осцилляции эффекта Шубникова-де Гааза от температуры в полупроводниках.....	74
3.3. Определение циклотронной эффективной массы электронов с помощью осцилляции эффекта Шубникова-де Гааза.....	80
3.4. Сравнение теории с экспериментальными данными квантовых осцилляционных явлений в полупроводниках с параболическим законом дисперсии	83
Выводы к третьей главе	90
ГЛАВА IV. ОСЦИЛЛЯЦИИ МЕЖЗОННОГО МАГНИТООПТИЧЕСКОГО ПОГЛОЩЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ С КЕЙНОВСКИМ ЗАКОНОМ ДИСПЕРСИИ.....	91
4.1. Осцилляции комбинированной плотности состояний в полупроводниках с неквадратичным законом дисперсии	91
4.2. Зависимость ширины запрещенной зоны и частоты поглощаемого света от сильного магнитного поля с непараболическим законом дисперсии ..	96
4.3. Температурная зависимость осцилляции комбинированной плотности состояний в квантующем магнитном поле с кейновским законом дисперсии	101
4.4. Влияние температуры на верную диаграмму спектра магнитопоглощения в полупроводниках с непараболическим законом дисперсии	103
Выводы к четвертой главе	107
ГЛАВА V. ВЛИЯНИЯ ДАВЛЕНИЯ НА ТЕМПЕРАТУРНУЮ ЗАВИСИМОСТЬ КВАНТОВЫХ ОСЦИЛЛЯЦИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ	109
5.1. Влияния давления на уровни Ландау электронов в зоне проводимости с параболическим законом дисперсии	109

5.2. Вычисление влияния давления на температурную зависимость осцилляций эффекты Шубникова-де Гааза и де Гааз-ван Альфена в полупроводниках	113
5.3. Исследование влияния давления на магнитооптическое поглощение в узкозонных полупроводниках с непараболическим законом дисперсии .	118
5.4. Обсуждение результатов и сравнение теории с экспериментом.....	123
Выводы к пятой главе	126
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	127
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	130
ПРИЛОЖЕНИЯ	149

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время ведутся интенсивные исследования в направлении создания материалов, которые одновременно обладали бы магнитными и полупроводниковыми свойствами. Вместе с тем эти материалы обладают уникальными физическими свойствами, что дает основание полагать перспективным использованием их для изготовления ряда оптоэлектронных приборов нового класса (приборы спинтроники), управляемых с помощью магнитного поля.

В настоящее время отсутствуют исчерпывающие методы исследования температурной зависимости плотности энергетических состояний в квантующем магнитном поле. Создание таких методов в теоретическом плане даёт возможность дальнейшего развития представлений о физических процессах, а в практическом плане позволяет существенным образом улучшить параметры приборов, созданных на базе таких явлений. В связи с этим методы исследований влияния внешних воздействий на плотности энергетических состояний в сильном магнитном поле и на квантовые осцилляционные эффекты является актуальной научной и практической задачей.

Исследование квантовых осцилляционных явлений в полупроводниках проводятся в научных центрах ведущих стран, в институтах и университетах, в частности, Laboratory National des Champs Magn'etiques Intenses, Dresden High Magnetic Field Laboratory and Institute of Ion-Beam Physics and Materials Research (France), The American Institute of Physics (США), International Laboratory of High Magnetic Fields and Low Temperatures (Wroclaw, Poland), в Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН и в Московский Государственный Университет им. М.В.Ломоносова (Москва, Россия), в Физико-техническом институте им. А.Ф. Иоффе, (Санкт-Петербург, Россия).

В мировом масштабе решены ряд актуальных проблем, в том числе исследования осцилляции магнитооптического эффекта в узкозонных

полупроводниках (Laboratoire National des Champs Magn'etiques Intenses, Dresden High Magnetic Field Laboratory and Institute of Ion-Beam Physics and Materials Research, The American Institute of Physics, International Laboratory of High Magnetic Fields and Low Temperatures). Работы по исследованию осцилляций эффекта Шубникова-де Гааза и де Гааза-ван Альфена при высоких температурах и давлениях в полупроводниках ведутся в Физико-техническом институте им. *А.Ф. Иоффе*, в институте теоретической физики им. *Л.Д.Ландау* РАН и в Московском Государственном Университете им. *М.В.Ломоносова*.

Французскими учеными *М. Helm* с сотрудниками проведены исследования квантовых осцилляционных явлений в импульсных магнитных полях до 45 Тл в узкозонных полупроводниках. Но, в этих работах не рассмотрена температурная зависимость квантовых осцилляционных явлений в узкозонных полупроводниках.

Испанскими учёными *J. Ruiz-Fuertes* и *A. Segura* определена зависимость энергии поглощаемого фотона от давления в полупроводниках в слабых магнитных полях. Авторы наблюдали влияния давления на коэффициент поглощения в полупроводниках при давлениях до 15 ГПа. Группой Российских ученых руководимых профессором *Р.П.Сейсян* определена зависимость интегрального поглощения в полупроводниках от магнитного поля, наблюдаемая экспериментально при низких температурах. На основе анализа интегрального поглощения показано, что в рассмотренных образцах в сильном магнитном поле возникают диамагнитные экситонные поляритоны. В этих работах исследована температурная зависимость края фундаментального оптического и магнитооптического поглощения длиннопериодных структур $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ с различным числом квантовых ям. Экспериментальные результаты интерпретируются при помощи механизма экситон-поляритонного светопереноса с участием локализованных экситонов в ограниченных структурах с конечным числом квантовых ям. Интерес к исследованиям осцилляции эффекты Шубникова—

де-Г ааза (ШдГ) и де-Г ааза—ван Альфена (дГ вА) возрос после их обнаружения в низкоразмерных системах, например, в наноструктурах кремния и фторида кадмия в сверхпроводящих оболочках. В этом случае энергетические позиции уровней размерного квантования определяют спектр уровней Ландау. Н.Т. Баграев и его сотрудниками впервые обнаружены и исследованы осцилляции эффекты ШдГ и дГ вА в зависимости от температуры наноразмерных полупроводников. В.А. Кульбачинский, А.А. Кудряшов и его сотрудниками исследован эффект ШдГ в полупроводниках. В этих работах экспериментально исследованы осцилляции ШдГ в сильных магнитных полях и при низких постоянных температурах. Ю.И.Равич экспериментально исследованы плотности энергетических состояний в сильном магнитном поле, которые при температуре жидкого азота рассматриваются как сплошной спектр. Дискретный спектр возникает при сильных магнитных полях за счет уровней Ландау. Тепловое уширение размывает уровни Ландау. Однако, температурная зависимость плотности состояний в квантующих магнитных полях ещё в литературе не рассмотрена. Кроме того, В.В. Щенников и Э.А. Нейфельд экспериментально исследованы осцилляции магнитосопротивление в полупроводниках под действием давления. В этих работах наблюдались осцилляции продольного сопротивления в зоне проводимости электронов при разных давлениях.

На сегодня учеными Узбекистана М.К.Бахадырхановым и его сотрудниками экспериментально установлено, что достаточно большое отрицательное магнитосопротивление в кремнии наблюдается не только в компенсированном $p\text{-Si}\langle B, Mn \rangle$, а также в перекомпенсированном $n\text{-Si}\langle B, Mn \rangle$ с положением уровня Ферми $F = E_C - 0.35 / E_C - 0.55$ эВ. Величина, а также температурная область существования отрицательного магнитосопротивления в таких материалах определяется положением уровня Ферми. В этих работах только рассмотрено в классических (не квантующих) магнитных полях. В работах Г.Гулямова с сотрудниками исследована температурная зависимость плотности состояний. Введена новая функция

описывающая термическое уширения энергетических состояний в термодинамическом неравновесном состоянии. Для определения заполнения энергетических состояний использована статистика Шокли-Рида-Холла. Исследованы свойства GN функции которая описывает термические уширения энергетических состояний в кристаллах. Показано, что тепловое уширение энергетических уровней зоны проводимости может объяснить температурную зависимость ширины запрещенного полупроводника.

Монография состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы, 14 приложений и содержит 194 страниц текста, включает 66 рисунков и 3 таблиц.

Монография представляет собой обобщения работ выполненных авторами в последний десять лет.

Предисловие, введения и главы 1-3, написаны Г.Гулямовым и У.И.Эркабоевым, главы 4-5 и приложения совместно Г.Гулямовым, Н.Ю.Шарибаевым и Б.Шахобиддиновым.

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

E_g - ширина запрещённой зоны полупроводника; m^*

- циклотронная эффективная масса; ω^* -

циклотронная частота;

H - напряженность магнитного поля;

B - индукция магнитного поля;

N - число уровней Ландау;

N_s - термодинамическая плотность состояний;

E_c - энергетическая граница зоны проводимости;

E_v - энергетическая граница валентной зоны;

P - гидростатическое давление;

P - барический коэффициент;

α - термический коэффициент;

α_n - коэффициент магнитооптического поглощения;

Nd - комбинированные плотности состояний;

$f(E)$ - функция распределения Ферми-Дирака;

χ - магнитная восприимчивость;

σ_z - продольная проводимость;

ρ_z - продольное магнитосопротивление;

τ - время релаксации электронов;

n_x, n_y, n_z - квантовое число по оси x, y, z

k_e, k_h - волновые векторы электронов и дырок; ν, ω -

частота света;

m_r - приведенная эффективная масса электронов и дырок;

$p_\nu(k)$ - матричный элемент оператора импульса; μ_B -

магнетон Бора; e - заряд электрона;

g - фактор;

k - постоянная Больцмана;

m_r - масса свободного электрона;

δ - дельта-функция Дирака; l - длина свободного пробега электрона;

S - Площадь сечения изоэнергетической поверхности;

A - Величина спин-орбитального отщепление;

V - Уровень Ферми c - скорость света;

I - интенсивность света;

N_c, N_v - эффективная плотности состояний в зоне проводимости и в валентной зоне;

$E(0)$ - энергетическая ширина запрещённой зоны при $T=0$;

m_n - скалярная эффективная масса электрона;

m_p - скалярная эффективная масса дырки;

m_{-p} - компоненты тензора обратной эффективной массы;

m_{nd} - эффективная масса плотности состояний для электронов;

m_{pd} - эффективная масса плотности состояний для дырок;

m_{\pm} - эффективная масса для движения перпендикулярной оси вращения эллипсоида энергии;

$m_{||}$ - эффективная масса для движения вдоль оси вращения эллипсоида энергии;

m_a - эффективная масса электропроводимости;

КПС- комбинированные плотности состояний;

ШдГ - Шубников-де Г ааза; дГ вА-де Г ааз-ван Альфен;

КЭХ- квантовой эффект Холла

ГЛАВА I. ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ КВАНТОВЫХ ОСЦИЛЛЯЦИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

В данной главе анализируется состояние проблемы по исследованию влияния давления на температурную зависимость квантовых осцилляционных явлений в полупроводниках на основе литературных данных. На основе анализа имеющихся теоретических и экспериментальных данных сформулирована постановка задачи.

1.1. Методы определения термодинамической плотности состояний полупроводников в отсутствие и в присутствии магнитного поля

Распределение плотности состояний по энергии является одной из наиболее важных характеристик электронного энергетического спектра. Для того, чтобы описать это распределение, введём понятие плотности состояний. Пусть $N(E)$ обозначает число состояний с энергией меньшей или равной E (не нормировано на объём V). Дифференциал $dN(E)$ даёт число состояний в интервале энергий от E до $E+dE$.

В трёхмерной системе квазичастиц объём фазового пространства, приходящийся на одно состояние, равен $(2\pi\hbar)^3/V$. Переходя с помощью закона дисперсии $E=p^2/(2m^*)$ от переменной p к переменной E [1], получим

$$N^f(E) = \frac{V 2(m^*)^{3/2} \sqrt{E}}{2\pi^2 \hbar^3} \quad (1.1)$$

Выражение для плотности состояний трёхмерной системы квазичастиц с квадратичным изотропным законом дисперсии (1.1) совпадает с аналогичным выражением для свободных электронов, если заменить эффективную массу m^* на массу свободного электрона m_0 .

Для двумерной кристаллической решётки на одно электронное состояние приходится площадь фазового пространства величиной $(2\pi\hbar)^2/S$, где S - площадь кристалла. В случае изотропного закона дисперсии

$E = \frac{p^2}{2m^*}$ изоэнергетические кривые являются концентрическими окружностями. При этом число электронных состояний в колечке шириной dp , заключённом между окружностями с радиусами p и $p+dp$, составляет [1]

$$dN = \frac{4\pi p dp}{(2\pi\hbar)^2} \quad (1.2)$$

Выражение для спектральной плотности состояний имеет вид

$$N(E) = \frac{4\pi p}{m^* v} \quad (1.3)$$

Основной особенностью спектральной плотности состояний для двумерной системы является то, что она не зависит от энергии и определяется только величиной эффективной массы электронов. В принципе, эффективная масса может зависеть от энергии и тогда двумерная плотность состояний будет также зависеть от энергии [1].

Для одномерного «кристалла» длиной L число электронов dN_p в элементе dp фазового пространства равно

$$N(E) = \frac{L}{\pi} \frac{1}{\hbar v} \quad (1.4)$$

В одномерном случае эффективная масса плотности состояний m_d просто совпадает с эффективной массой m^* электронов. Функция $N(E)$ (рис.1.1.) возрастает при уменьшении E , и имеет бесконечную интегрируемую особенность при $E=0$. Эта характерная черта плотности состояний одномерной системы играет принципиальную роль при распределении электронов по уровням энергии в квантующем магнитном поле [1]

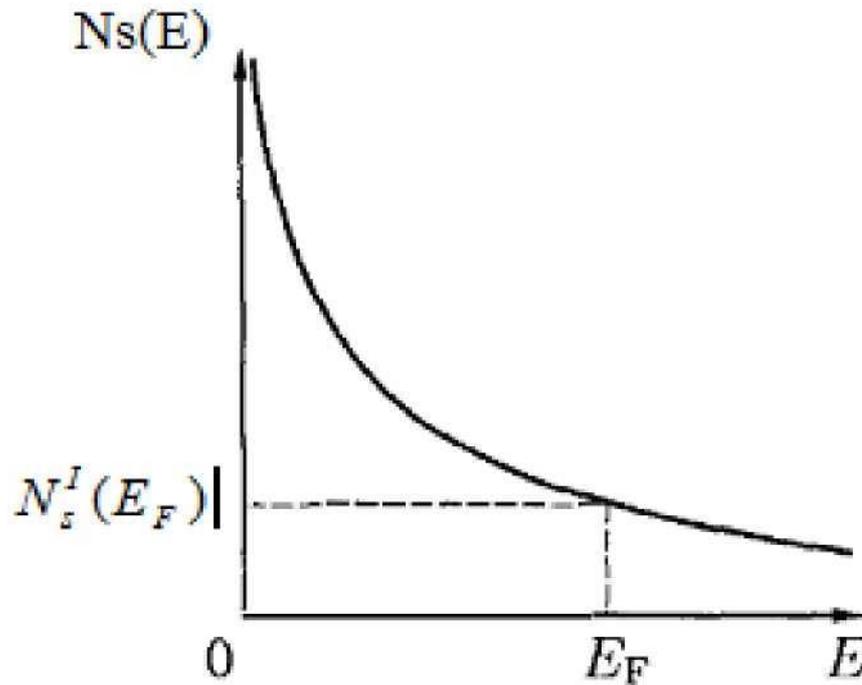


Рис. 1.1. Плотность состояний в одномерном случае [1]

Теперь, рассмотрим сначала идеальный газ электронов в квантующем магнитном поле. В идеальном газе электроны не взаимодействуют между собой, и поэтому энергетический спектр всей системы можно построить в одноэлектронном приближении, то есть, анализируя движение только одного электрона. Энергия электрона становится квазинепрерывной функцией импульса, хотя и описывается той же формулой, что и энергия свободной частицы [1]:

$$E = E(p_x, p_y, p_z) = \frac{p_x^2}{2m_0} + \frac{p_y^2}{2m_0} + \frac{p_z^2}{2m_0}$$

Разделим энергию электрона на две составляющие, связанные с движением электрона в плоскости x y и вдоль направления оси z :

$$E = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m_0} + \frac{p_z^2}{2m_0} = E^{\wedge} + E_n \quad (1.5)$$

Движение электрона в плоскости x y эквивалентно движению частицы в пространстве двух измерений. Как было показано выше, плотность состояний $N_s(E)$ свободных электронов в двумерном пространстве является постоянной величиной, которая определяется формулой (1.1). В таком случае

разрешённые значения энергии электрона образуют систему эквидистантных квазинепрерывных уровней энергии (левая часть(AB) рис. 1.2) [2].

Каждый энергетический уровень системы сильно вырожден: одно и то же значение энергии соответствует большему числу электронных состояний. Однако это не означает, что принцип Паули не выполнен, так как в состоянии с заданной энергией находятся электроны с различными значениями компонент p_x и p_y импульса (сумма квадратов которых равна постоянной величине $2m_0E_i$), то есть, различными квантовыми числами n_x и n_y .

Поместим теперь систему электронов в постоянное однородное магнитное поле B , направленное вдоль оси z . В плоскости, перпендикулярной B , электроны начинают прецессировать по окружности радиуса $r_B = m_0 v_{\perp} / |e|B$ с циклотронной частотой $\omega_c = |e|B / m_0$.

Энергия всякого периодического движения (например, движения электрона по атомным орбитам) квантуется [П.1]. Таким образом, можно записать энергии свободного электрона в квантующем магнитном поле (правая часть (CD), рис.1.2) [2] :

$$E = E_{\pm} + E_L = \hbar \omega_c \left(N + \frac{1}{2} \right) + \frac{p^2}{2m_0}, \quad N = 0, 1, 2, \dots \quad (1.6)$$

Выражение (1.6) для энергии E электрона в магнитном поле с учётом спинового расщепления уровней энергии приобретает вид:

$$E = E(N, s, k_z) = \hbar \omega_c \left(N + \frac{1}{2} \right) + s \hbar \omega_B + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_n} \quad (1.7)$$

где, N - число уровни Ландау, s - спиновое квантовое число, принимающее значения ± 1 .

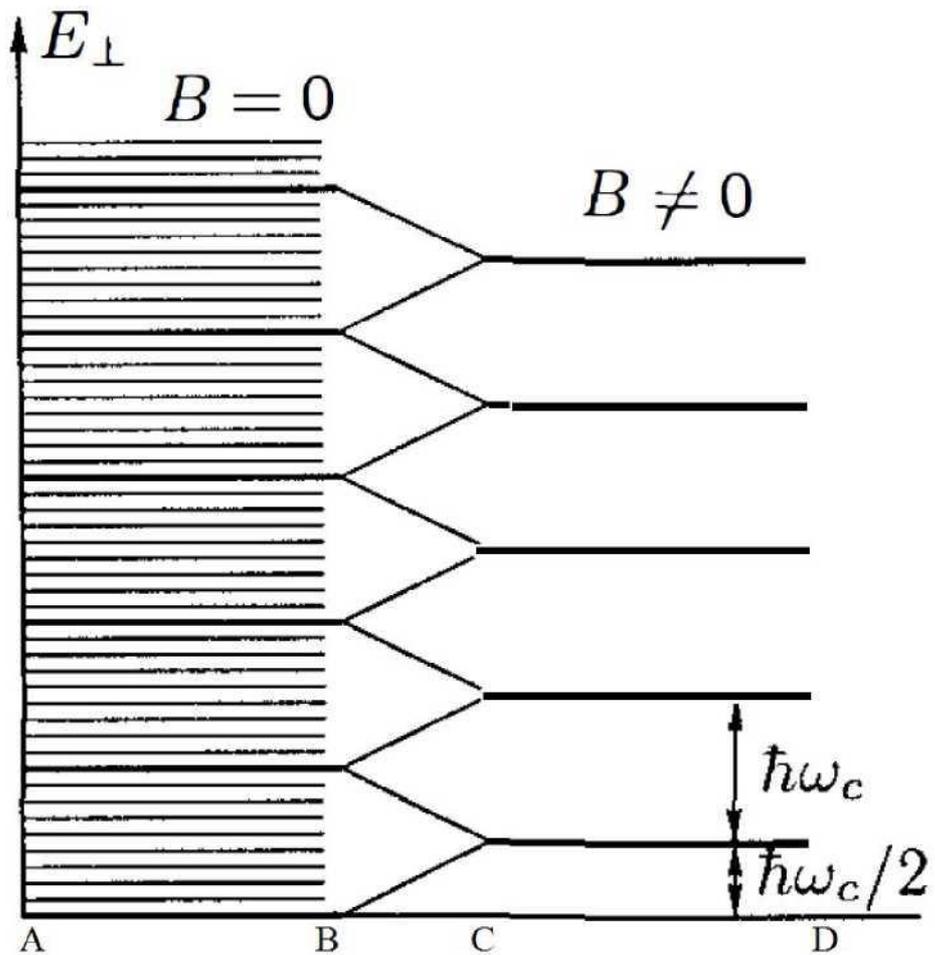


Рис. 1.2. Квантование энергии в магнитном поле B .

Переход от квазинепрерывного энергетического спектра электронов в магнитном поле (участка AB) к квантовому спектру при $B \neq 0$ в полупроводниках [1,2].

Для простоты проанализируем случай однозонного металла со сферической поверхностью Ферми при $T=0$ и будем пренебрегать спиновым расщеплением. При $B=0$ разрешённые состояния распределены равномерно внутри сферы Ферми и соответствуют элементарным объёмам $(2\pi\hbar)^3$. Для наглядности их можно изобразить точками, стоящими друг от друга на расстояниях $2\pi\hbar$ по осям p_x, p_y, p_z (Рис. 1.3).

Направим магнитное поле вдоль оси z . При этом разрешёнными значениями энергии E_{\pm} для движения электронов в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, становятся дискретные уровни

$h\omega_c (n + 1)$. Для того чтобы найти радиус p_n орбиты, запишем классическое выражение для E_{\pm} в виде

$$E_{\pm} = \frac{p_z^2}{2m} \pm \sqrt{\frac{e\hbar B}{m} \left(n + \frac{1}{2} \right)} \quad (1.8)$$

Поскольку радиус квантованной орбиты p_n (1.8) не зависит от p_z , орбиты электронов во всех плоскостях $p_z = const$ полностью совпадают между собой. Это означает, что разрешенные при $B=0$ состояния в пространстве импульсов в магнитном поле стягиваются на поверхности коаксиальных круговых цилиндров (Рис. 1.4) [1].

Принимая во внимание сделанные замечания, формулу для плотности $N_s(E)$ состояний на n -й параболе Ландау для кристалла единичных размеров можно записать в виде

$$N_s(E) = \frac{m^2}{2\pi\hbar^2} \sqrt{E - \frac{1}{2}\hbar\omega_c} \theta(E - \frac{1}{2}\hbar\omega_c) \quad (1.9)$$

Полная плотность состояний $N(E)$ в магнитном поле у электронной системы с квадратичным законом дисперсии без учёта спинового расщепления уровней Ландау может быть записана в виде [1]:

$$N(E, \pi) = \frac{m^2}{2\pi\hbar^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{E - \frac{1}{2}\hbar\omega_c} \theta(E - \frac{1}{2}\hbar\omega_c) \quad (1.10)$$

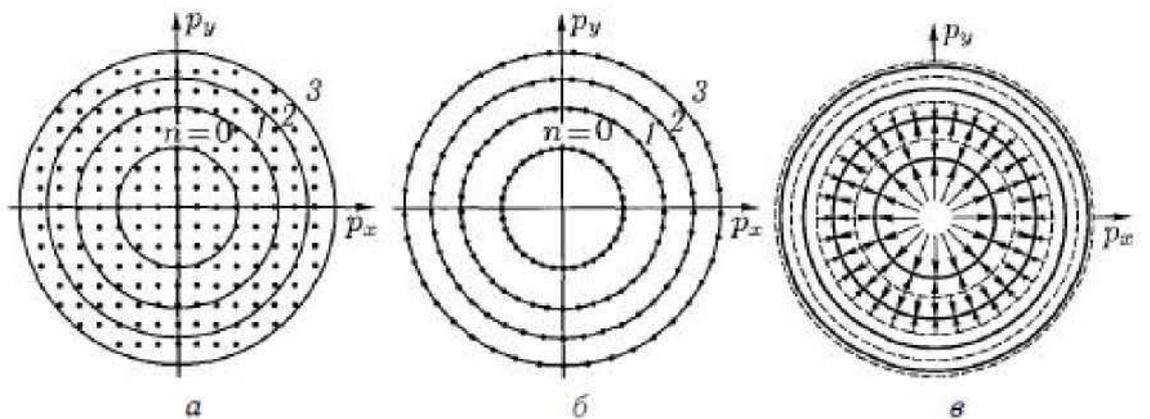


Рис.1.3. Квазинепрерывный спектр (а), квантованные состояния в магнитном поле, параллельном оси p_z (б) и стягивание состояний на квантованные окружности (в) [1]

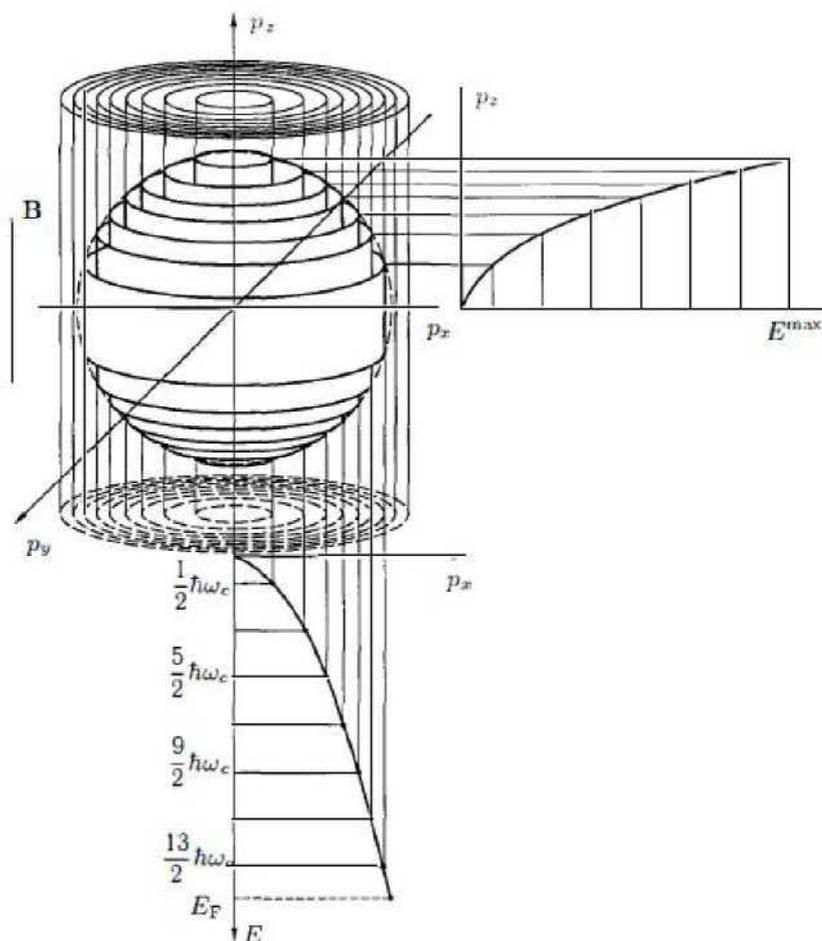


Рис. 1.4. Образование цилиндров Ландау при квантовании энергетического спектра в магнитном поле [1]

Функции $N_{sn}(E)$ для $n=0,1,2,\dots$ показаны на рис 1.5а. Полная плотность состояний $N_s(E,n)$ показана на рис 1.5б. На этом же рисунке пунктиром изображена зависимость зонной плотности состояний $N_s(E)$ от энергии при $B=0$. При уменьшении магнитного поля B плотность парабол Ландау увеличивается. Очевидно, что в пределе при $B \rightarrow 0$ мы должны от дискретных парабол Ландау вновь перейти к квазинепрерывному спектру трёхмерной системы $E=E(p_x, p_y, p_z)$. Плотность состояний такой системы описывается формулой (1.1) трёхмерного полупроводника в квантующем магнитном поле.

Однако, в этих работах не рассмотрена температурная зависимость термодинамической плотности состояний в полупроводниках. Кроме того, в этих работах только изучено изменение плотности состояний в сильном магнитном поле с параболическим законом дисперсии.

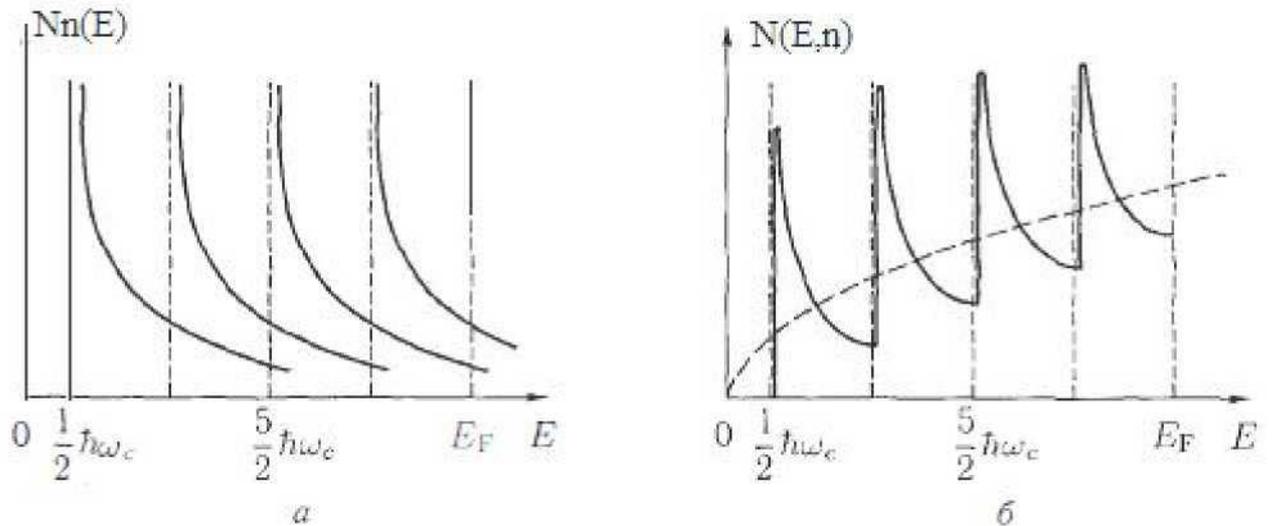


Рис. 1.5. а) Плотность состояний на уровнях Ландау; б) Полная плотность состояний [1]

В работах [3-10] рассмотрена температурная зависимость плотности энергетических состояний определенная методом релаксационной спектроскопии энергетических уровней в полупроводниках. Показано, что плотность поверхностных состояний зависит от температуры. Предложена методика определения плотности поверхностных состояний. Показано, что за счет температурного уширения энергетических уровней, дискретный спектр, с повышением температуры превращается в сплошной энергетический спектр. С помощью разложения энергетического спектра плотности состояний по GN функциям было показано, что величина энергетических щелей будет зависит от температуры. В этих работах не рассматриваются влияние температуры на термодинамическую плотность состояний в квантующем магнитном поле.

В работе [11] исследована плотность состояний двумерного электронного газа в магнитном поле с учетом рассеяния на точечных примесях. Показано, что учет электрон - примесного взаимодействия приводит к полному снятию вырождения уровней Ландау даже при малой объемной плотности точечных примесей. Вычислена плотность состояний в самосогласованном приближении, то есть с учетом всех диаграмм без пересечений примесных линий. Электронная плотность состояний

определяется вкладом не полюса, а разреза одночастичной функции Грина. Но, в этих работах не обсуждено изменение плотности состояний под действием температуры и давления. В работах [12-22] подробно изучено изменение плотности энергетических состояний, плотности локализованных состояний и плотности фононных состояний по энергии в 3D, 2D и 1D электронных газах в отсутствие и в присутствии магнитных полей. Как видно из приведенных работ, не разработаны конкретные методы расчета термодинамической плотности состояний под действием температуры и давления в квантующем магнитном поле.

1.2-§. Влияния температуры на квантовые осцилляционные явления в полупроводниках

Эффекты Шубникова-де Гааза (ШдГ) и де Гааза-Ван Альфена (дГВА) стали первой экспериментальной идентификацией существования размерного квантования энергии и момента в твердом теле [2, П.2].

В настоящее время методы на основе эффектов ШдГ и дГВА являются мощным инструментом изучения процессов квантовой интерференции, особенно в связи с развитием физики наноструктур, размеры которых сравнимы с фермиевской длиной волны, что позволяет исследовать взаимосвязанность квантования характеристик поперечного и продольного транспорта носителей. В работах [23-25] осцилляции ШдГ и дГВА были обнаружены при высоких температурах в слабых магнитных полях с помощью измерений полевых и температурных зависимостей продольного сопротивления и статической магнитной восприимчивости сверхузкой кремниевой квантовой ямы p-типа, ограниченной δ -барьерами, сильно легированным бором на поверхности кремния (100) n-типа. Регистрация квантования характеристик продольного транспорта носителей стала возможной вследствие реализации приближения сильного поля, $\mu - B \gg 1$, благодаря малой эффективной массе двумерных тяжелых дырок, что

подтверждается измерениями температурных зависимостей осцилляций дГВА [П.3].

Кроме того, в работах [26-30] подробно исследовались квантовые осцилляции явления в полупроводниках. В частности, в работе [26] экспериментально исследована зависимость продольного сопротивления от магнитного поля в полупроводниках при низких постоянных температурах (Рис.1.6). На рис.1.6 показаны осцилляции ШдГ в $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{Sb}$ при температуре 2 К. Но, в этих работах не рассмотрены осцилляции ШдГ при высоких температурах.

В работах [31-32] сообщается о наблюдении двумерных осцилляций ШдГ и холловских 2D-осцилляций в трехмерных монокристаллах Bi_2Se_3 , в полях до 19,5 Тл при температурах 0,3К. Вращение образцов в магнитном поле показало, что эти осцилляции связаны с множеством параллельных двумерных проводящих каналов толщиной 1-5 нм. В проводящих двумерных каналах толщиной около 1 нм при высоких полях наблюдалось квантованное холловское сопротивление.

В работах [33-34] исследовалась эволюция осцилляций ШдГ в гетероструктурах InAs/AlSb с двумерным электронным газом в квантовых ямах InAs шириной 12-18 нм при значительном изменении концентрации электронов $(3-8) \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$, за счет эффекта отрицательной остаточной фотопроводимости (Рис. 1.7). А также, теоретически и экспериментально изучены зонная структура и электрофизические свойства гетероструктур $\text{InAlAs}/\text{InGaAs}/\text{InP}$ с составной квантовой ямой InGaAs с нановставками InAs и GaAs [35; С.500-506.]. В этих работах, с помощью эффекта ШдГ измерены и рассчитаны значения эффективной циклотронной массы m_c с учетом непараболичности энергетического спектра электронов.

В монокристаллах $p\text{-Bi}_2\text{Te}_3$ с высоким содержанием примеси Sn , выращенных методом Чохральского, исследованы гальваномагнитные свойства в классических и квантующих магнитных полях до 12 Тл при ориентации магнитного поля вдоль тригональной оси C_3 [36]. Там,

экспериментально исследованы зависимости коэффициента Холла и поперечного магнитосопротивления от магнитного поля. Наблюдались осцилляции ШдГ и холловской компонент тензора сопротивления ρ_y при температурах $T=4,2$ и 11 К.

В работе [37] представлены результаты экспериментальных исследований магнитосопротивления, эффект Холла и эффекта ШдГ, выполненных на полупроводниковых гетероструктурах с одиночной квантовой ямой бесщелевого полупроводника HgTe шириной 20.2 нм. Исследования проведены на образцах с полевым электродом в широком диапазоне концентраций и дырок.

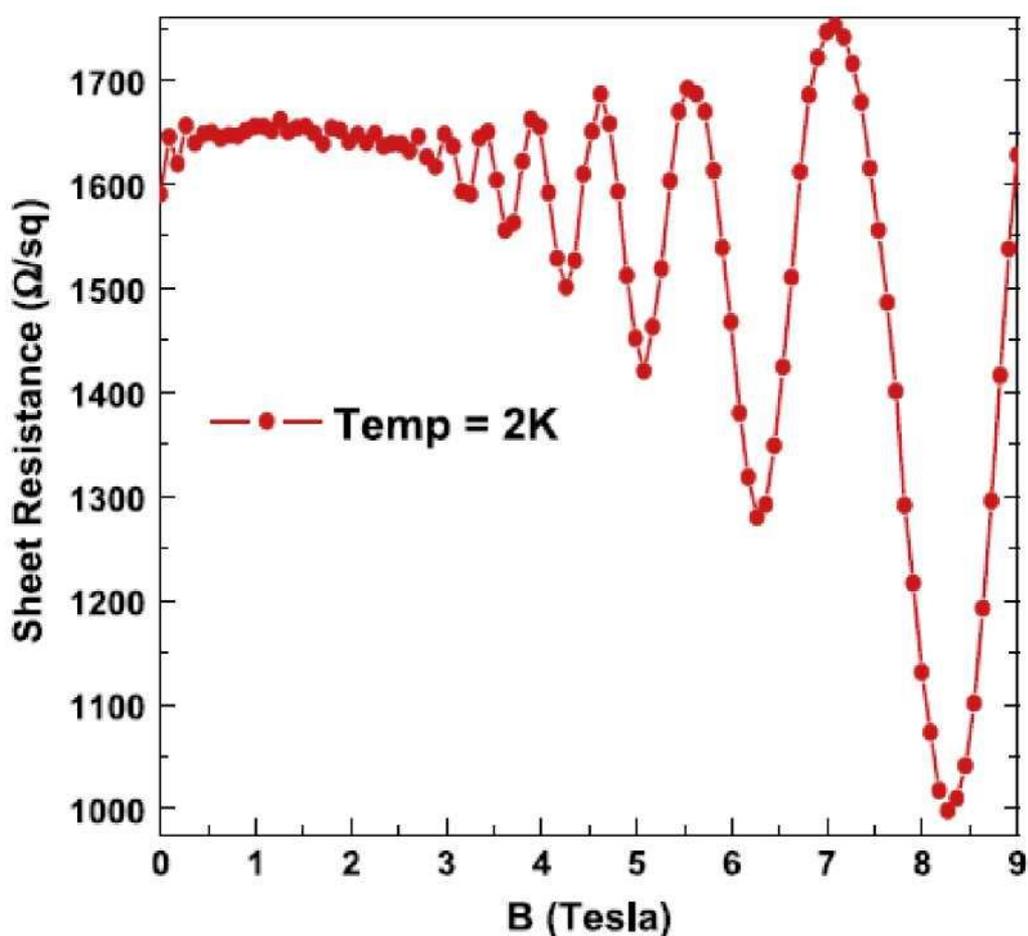


Рис.1.6. Осцилляции продольного магнитосопротивления в $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{Sb}$ при постоянной температуре [26].

Анализ экспериментальных данных позволил реконструировать энергетический спектр электронов и дырок вблизи экстремумов подзон размерного квантования. А также, в работе [38] исследовано обменное усиление g -фактора электронов в перпендикулярных магнитных полях до 12 Тл в квантовых ямах HgTe/CdHgTe шириной 20 нм с полуметаллической зонной структурой. Из анализа температурной зависимости амплитуды осцилляций ШдГ в слабых полях и вблизи нечетных факторов заполнения уровней Ландау $\nu < 9$ определены значения эффективной массы и g -фактора электронов на уровне Ферми (Рис.1.8).

В работе [39] сообщается о наблюдении осцилляций ШдГ и холловских осцилляций в высококачественных монокристаллах $\text{Bi}_{2-x}\text{Cu}_x\text{Se}_3$. Вращением образцов в магнитном поле доказано, что эти осцилляции возникают из двумерных поверхностных состояний в трехмерных монокристаллах и зависят только от перпендикулярной магнитного поля.

В 1930 году профессор де Гааз, руководитель Лейденской лаборатории, вместе с сотрудником лаборатории ван Альфеном измеряли намагниченность M в кристаллах висмута как функцию поля B при 14,2К и обнаружили осцилляции магнитной восприимчивости M/B . В том же году Л.Ландау дал объяснение таких осцилляций в теории свободных электронов. Интерес к эффекту дГВА возродился в 50-е годы, в значительной степени благодаря теоретическим работам И.Лифшица и А.Косевича и экспериментам Д. Шенберга, когда стало ясно, что эффект дГВА является уникальным инструментом исследования поверхности Ферми. Многолетние исследования показали, что при изучении поверхности Ферми метод, основанный на эффекте дГВА, не может сравниться ни с каким другим по своей мощности и простоте [40].

В последние годы, осцилляции эффекта дГВА получено 3D, 2D и 1D размерных полупроводников [41-43]. В частности, в работах [41] исследовано осциллирующий магнетокалорический эффект в размерноквантованной диамагнитной пленке в поперечном магнитном поле.

Получены выражения для термодинамического потенциала и энтропии. Показано, что изменение энтропии есть осциллирующая функция напряженности магнитного поля. Природа этого эффекта такая же, как для эффекта дГВА. Показано также, что изменение энтропии является осциллирующей функцией толщины пленки. Проведено сравнение со случаями 3D и 2D-систем.

В работах [44-45] выполнены измерения осцилляции эффекта дГВА в квазидвумерного органического проводника при разных низких температурах и при значениях магнитных полей $B < 50 T$. Анализ квантовых осцилляций с учетом данных циклотронного резонанса, полученных для частотного интервала 40-120 ГГц, позволил установить, что сложный спектр квантовых осцилляций образован фундаментальными частотами. Но, в этих работах не рассмотрен эффект дГВА в полупроводниках при высоких температурах.

Известно, условиями наблюдения эффектов ШдГ и дГВА являются

вырождение электронного газа $\frac{E_F}{kT} \gg 1$ классические сильные магнитные

поля $\mu_B \gg kT$ и низкие температуры ($\hbar\omega_c \gg kT$). Квантовые

осцилляции коэффициента Холла в полупроводниках обусловлены осцилляцией плотности состояний на поверхности Ферми и малы по

амплитуде, так как эффект Холла $|R_H| \propto \frac{1}{V} \frac{dN}{dE}$ в сильном магнитном поле в

первом приближении на зависит от рассеяния электронов. Таким образом, осцилляции термодинамической плотности состояний влияет на осцилляции эффектов ШдГ и дГВА в полупроводниках.

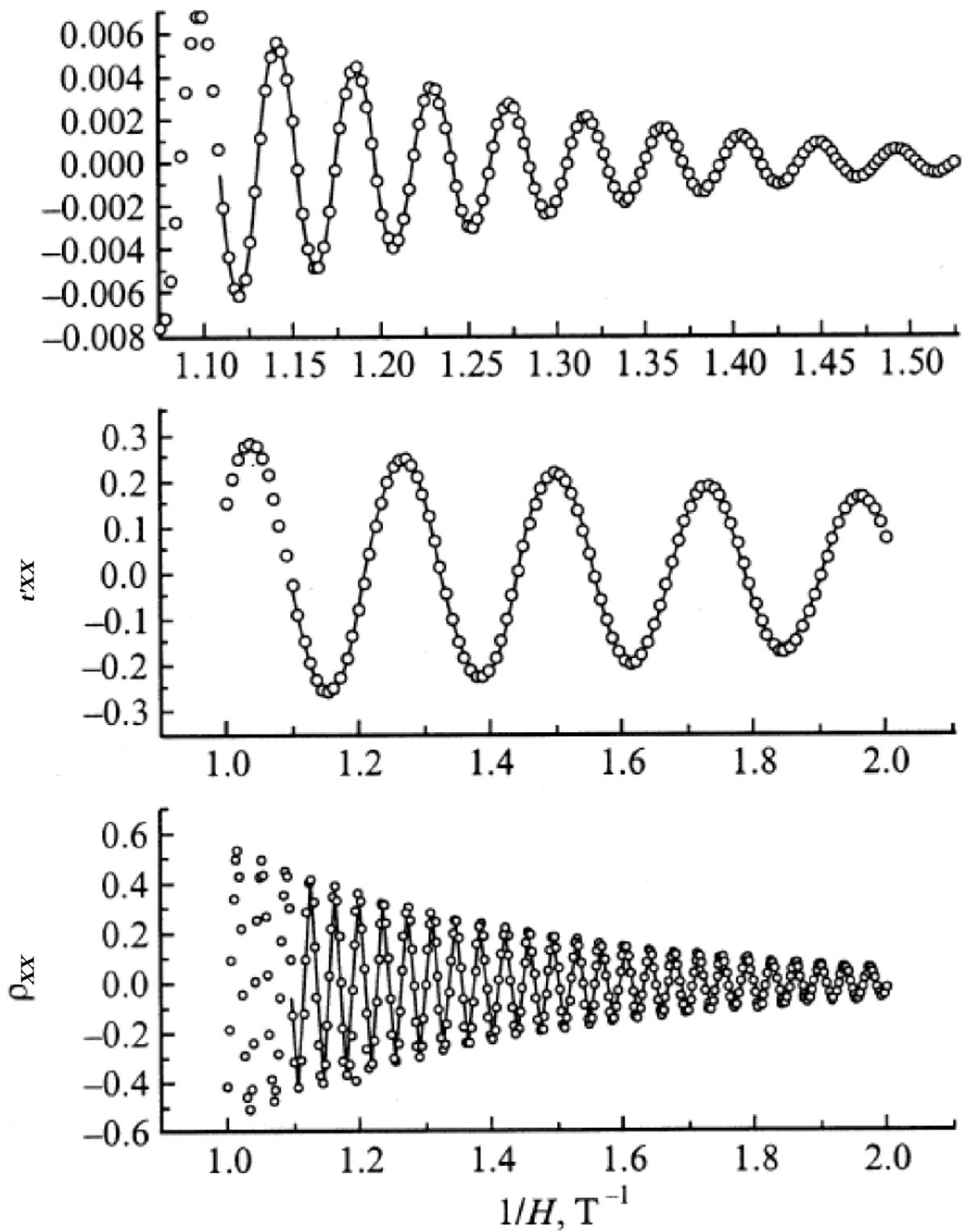


Рис.1.7. Осцилляции эффекта ШдГ в гетероструктурах InAs/AlSb с двумерным электронным газом в квантовых ямах InAs [33,34]

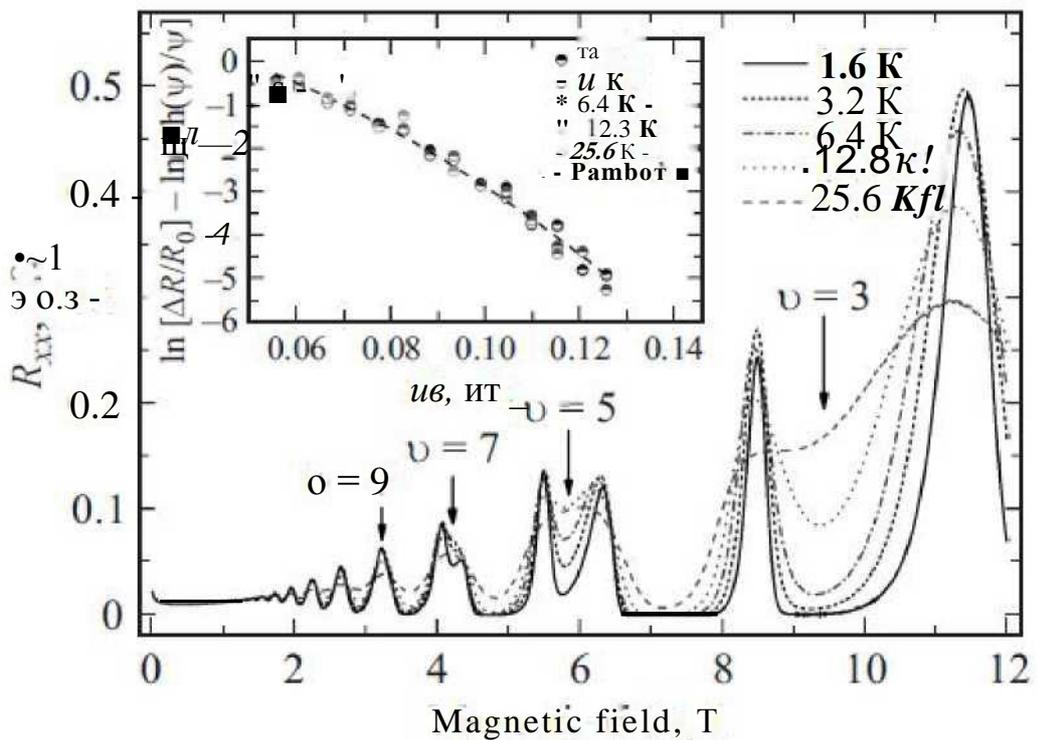
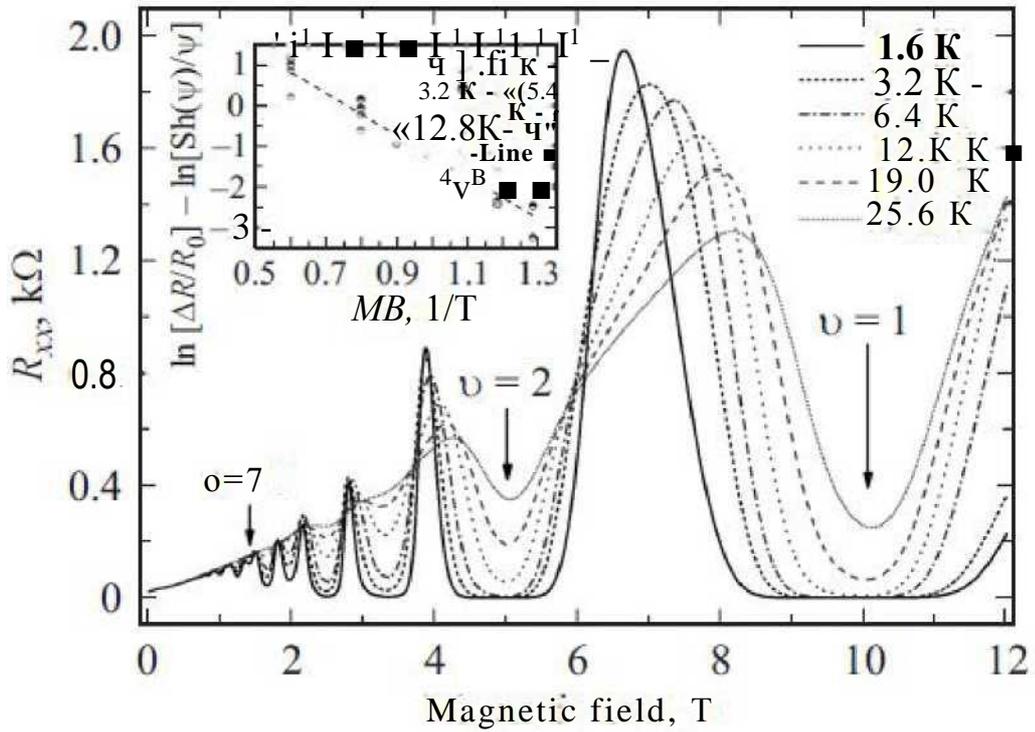


Рис.1.8. Осцилляции ШДГ в разных низкоразмерных полупроводниках в интервале температур от 1,6 до 25,6 К. Стрелками отмечены магнитные поля, соответствующие целочисленным факторам заполнения уровней Ландау [38].

1.3-§. Осцилляции межзонного магнитооптического поглощения в полупроводниках с параболическим законом дисперсии

Телекоммуникации, приборостроение, электроника и вычислительная техника все в большей степени осваивают оптический диапазон частот электромагнитных волн. В оптических устройствах могут применяться в основном достаточно прозрачные среды, то есть, различные диэлектрики и полупроводники. Физические явления, которые при этом используются, весьма многообразны. В основе этих явлений лежит зависимость оптических свойств некоторых прозрачных материалов от направления распространения в них света (анизотропия), а также реакция полупроводника или диэлектрика на воздействие внешних управляющих магнитных полей и светового излучения. Далее рассматриваются только такие оптические явления, которые обусловлены воздействием магнитного поля на достаточно сильные магнетики [46].

В последние годы развивается новая научно-техническая отрасль-магнетоэлектроника, или как теперь принято ее называть-спинтроника, занятая изучением и практическими приложениями эффектов и устройств, использующих спины электронов. «Спинтроника» изучает магнитные и магнитооптические взаимодействия в металлических и полупроводниковых структурах, а также квантовые магнитные явления в структурах наноразмерах [46]. В частности, в работах [47] исследовано магнитопоглощение в сильных магнитных полях до 40 Тл в низкоразмерных полупроводниках. В спектрах обнаружено до двух линий, связанных как с внутризонным переходом с нижнего уровня Ландау зоны проводимости, так и с межзонным переходом.

В работах [48-49] исследованы осцилляции, обусловленные оптическими межзонными переходами электронов в точке L зоны Бриллюэна висмута, в диапазоне температур $T = 77 - 280\text{K}$ в магнитных полях до $B = 22\text{ Тл}$ (Рис.1.9). Показано, что метод моделирования экспериментальной формы линии позволяет не только уточнить зонные параметры исследуемого

материала, но и детально выяснить физику явлений, приводящих к особенностям в экспериментальных магнитооптических спектрах. А также, в образцах, представляющих собой две разделенные зазором симметричные половинки монокристалла висмута, измерен коэффициент пропускания инфракрасного излучения ($\lambda = 10.6 \text{ мкм}$) в зависимости от индукции импульсного магнитного поля. Осцилляции, связанные с межзонными переходами на уровнях Ландау, наблюдались в интервале температур от 77 до 280К. Определены температурные зависимости ширины запрещенной зоны, эффективных масс и времени релаксации носителей заряда. Но, в этих работах не разработана теория влияния температуры на осцилляции межзонного магнитооптического поглощения в приведенных материалах.

Многочисленные публикации профессора Р.П. Сейсян и его учеников посвящены экспериментальным исследованиям осцилляций магнитооптических поглощений в объемных и низкоразмерных полупроводниках при низких температурах. Установлено, что эта зависимость представляет собой конкуренцию двух механизмов: рост интегрального поглощения, связанный с увеличением силы осциллятора вследствие сжатия волновой функции экситона магнитным полем, и падение, обусловленное магнитным вымораживанием заряженных рассеивающих центров. Экспериментальные результаты интерпретируются при помощи механизма экситон-поляритонного светопереноса с участием локализованных экситонов в ограниченных структурах с конечным числом квантовых ям.

Веерная диаграмма содержит информацию как о слабых магнитных полях (эффект Зеемана и диамагнитный сдвиг), так и о сильных полях (переходы между уровнями Ландау) (Рис.1.10) [50-56].

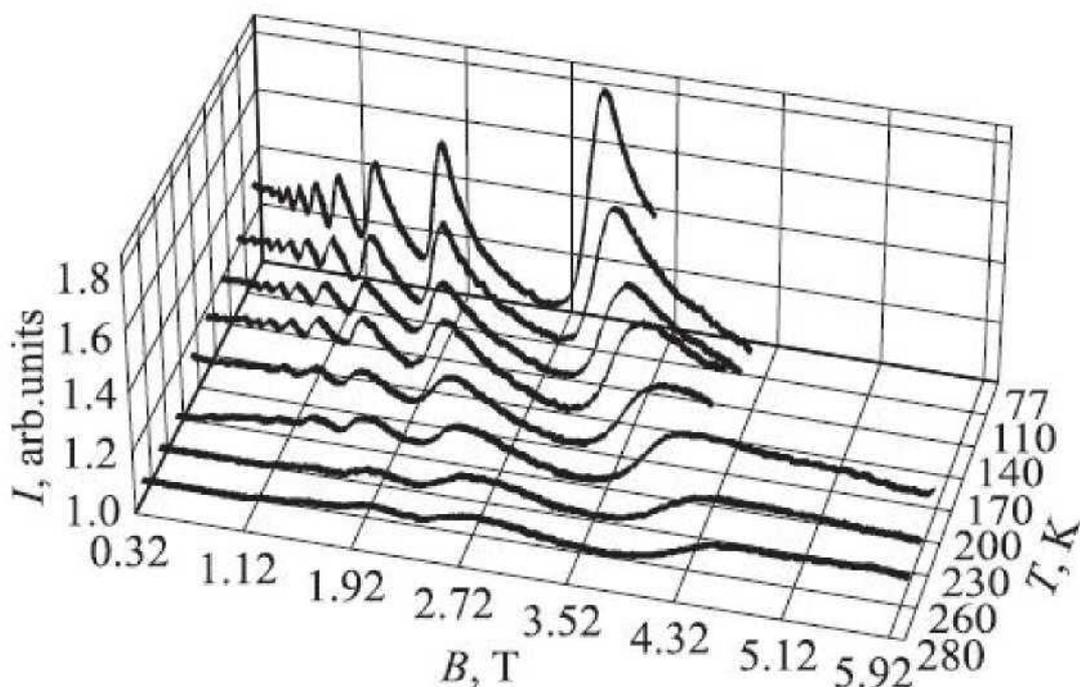


Рис.1.9. Зависимость интенсивности магнитооптических осцилляций от величины магнитного поля и при разных температурах [48]

В работе [57] рассчитана ширина запрещенной зоны GaAs в магнитных полях до 10 MG в рамках пятизонной k_p -модели. Найдены правила отбора для межзонных переходов электронов в сильных магнитных полях и вычислены зависимости вероятностей межзонных переходов от магнитного поля. Проведено сопоставление результатов расчетов электронных спектров в рамках пятизонной модели, модели Кейна и приближение сильной связи. Показано, что проведенные расчеты согласуются с экспериментальными результатами при учете влияния «хвостов» плотности состояний и экситонных эффектов на поглощение света. В работах [58-59] исследованы спектры фотолюминесценции и отражения в магнитных полях до 7 Тл полумагнитной квантовой ямы CdMnSe шириной 3.8 нм, заключенной между барьерами CdMgSe. Отмечен сильный магнитный сдвиг линии излучения тяжелого экситона к низким энергиям в поляризации σ^+ и уменьшение полуширины линии более чем вдвое при увеличении магнитного поля. Установлено образование локализованного магнитного полярона с

поляронной энергией 19.8 мэВ, измеренной по изменению циркулярной поляризации в магнитном поле. В σ^- -поляризации в интервале магнитных полей 0.4-2 Тл наблюдалась линия излучения, которую можно интерпретировать как обусловленную комплексом с энергией связи 10 мэВ из двух электронов с противоположно направленными спинами и тяжелой дырки.

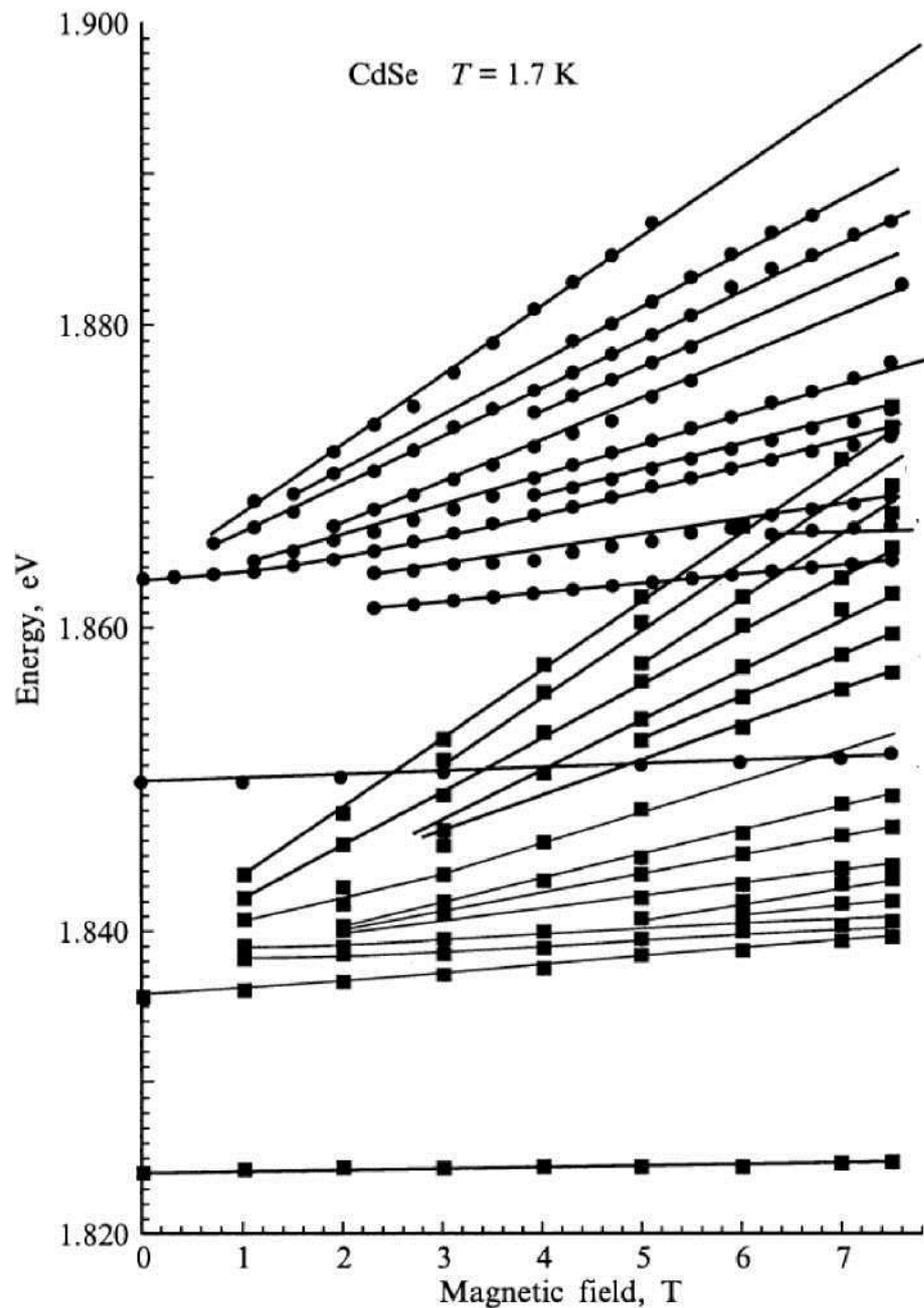


Рис.1.10. Экспериментальная веерная диаграмма образца CdSe при T=1.7K [50]

1.4. Влияние давления на осцилляции магнитооптического поглощения и на квантовых осцилляционных явлений в полупроводниках

В последующие годы стало ясно, что эффектом ШдГ и дГ вА является универсальным и мощным инструментом для исследования энергетического спектра вырожденных электронных систем в металлах, полуметаллах и объемных и низкоразмерных полупроводниках. В последнее время была экспериментально реализована интересная возможность получения зависимости от энергии плотности состояний в примесной зоне сильно легированного полупроводника с помощью исследования эффекта ШдГ и дГвА под давлением [60]. В качестве примера на рис.1.11 приведены осцилляции ШдГ при нескольких давлениях от Г-электронов в образце GaSb. Опыт показывает, что концентрация n постоянна в области низких давлений и, начиная с некоторой величины давления $p = p'$, которые тем меньше, чем выше уровень легирования полупроводника, n убывает и обращается в нуль при 9 кбар.

А также, в работе [61] рассмотрены влияния давления на атомную и электронную полупроводников. Показано, что при увеличении давления от 0 до 2 GPa ширина запрещенной зоны меняется от 4.67 до 4.74 eV (Рис.1.12). Увеличение ширины запрещенной зоны происходит за счет перераспределения электронного заряда на атомах и в структуре образцах. В этих работах рассмотрено влияния давления на ширину запрещенной зоны полупроводников в отсутствие магнитного поля. В работе [62] исследовано удельное сопротивление ρ и константа Холла R кристаллов $\text{HgTe}_{1-x}\text{S}_x$ в интервале температур 4.2-350 К в магнитных полях B до 14 Тл, а также барические зависимости ρ в интервале давление P до 1 GPa при $T = 77.300\text{К}$ и $B=0-2$ Тл. Установлено, что образцы с $x < 0.2$ имеют убывающую зависимость $\rho(T)$, свойственную бесщелевым полупроводникам, а с $x > 0.27$ - типичную для полуметаллов. В полупроводниковых кристаллах с $x \ll 0.20$ и $x \ll 0.14$ обнаружено изменение знака температурного коэффициента $\rho(T)$ при $T=265$ и $T>300$ К

соответственно. Под давлением $\sim 1\text{GPa}$ температуре инверсии знака уменьшалась на $\sim 30\text{ K}$ [П. 4-6]. В этой работе определена температурная зависимость магнитосопротивления в полупроводниках под действием давления в некантованных магнитных полях.

В работах [63-65] подробно экспериментально исследовано магнитосопротивление в разбавленных магнитных полупроводниках при атмосферном давлении, что позволило определить тип, концентрацию, подвижность носителей заряда и их зависимость от температуры, состава и магнитного поля (рис.1.13). Исследования электрических свойств разбавленных магнитных полупроводников позволили обнаружить отрицательное и положительное магнетосопротивление, индуцированное высоким давлением, которое проявляется в магнитном поле $H < 5\text{ кЭ}$. В этих работах не рассмотрена теория влияния давления на осцилляционные явления в квантующем магнитном поле. Влияние температуры, давления и магнитного поля на энергетический спектр объемных и низкоразмерных полупроводников теоретически и экспериментально рассмотрено в работах [66-80].

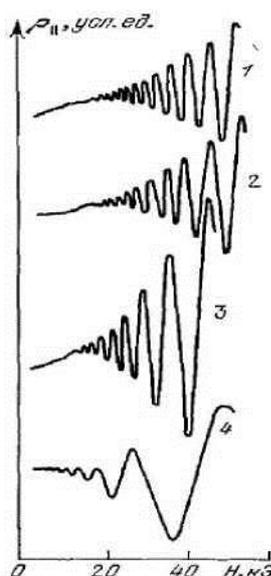


Рис.1.11. Осцилляции ШдГ продольного магнетосопротивления ρ_a у образца GaAs при различных давлениях p (в кбар)=1,0(1), 3,4(2), 5,6(3) и 8,3(4) [60]

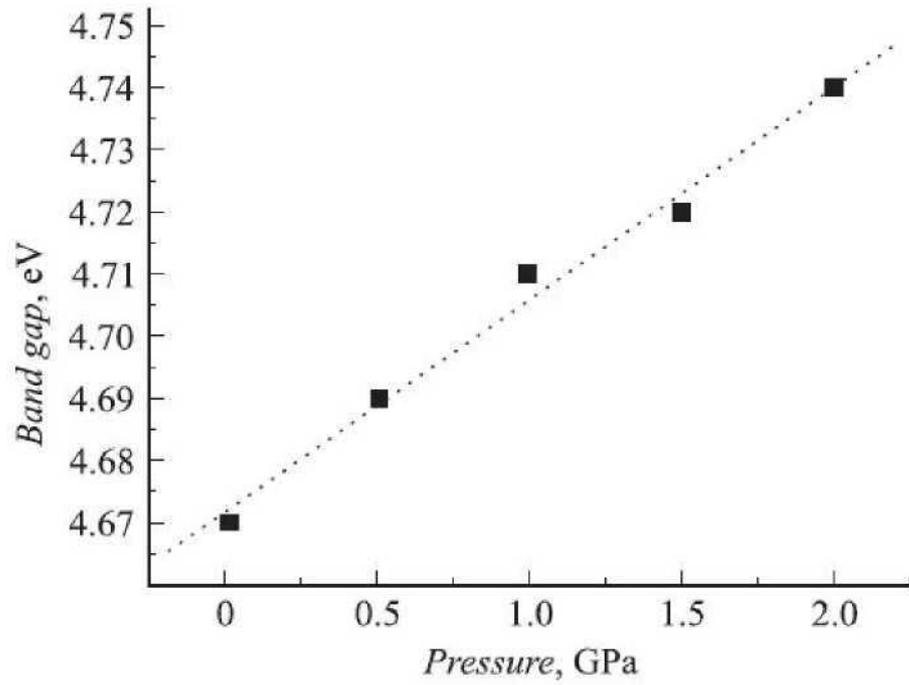
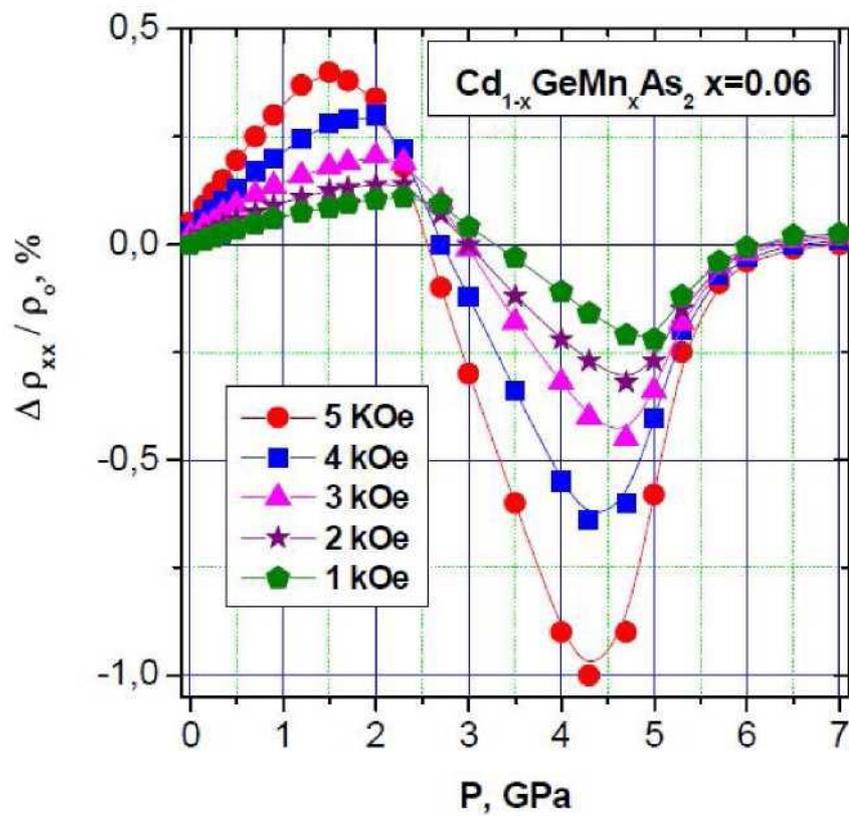


Рис. 1.12. Изменение ширины запрещенной зоны MgSiO₃ в зависимости от давления [61]



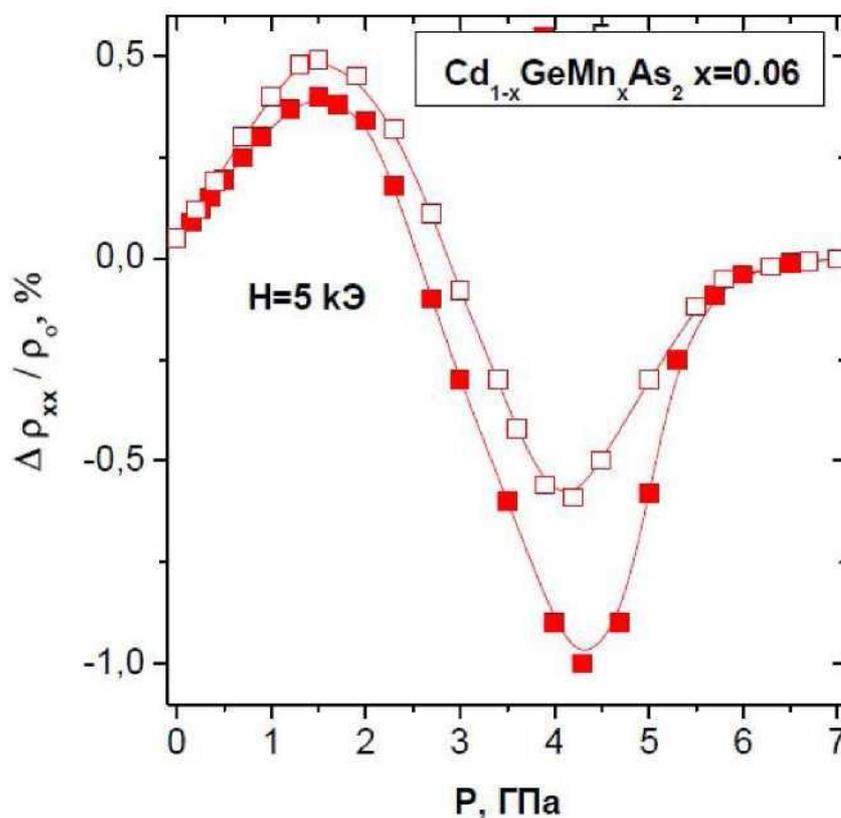


Рис.1.13. Барические зависимости поперечного магнетосопротивления $\Delta \rho_{xx}(P) / \rho_0$ в различных магнитных полях для магнитных полупроводников[65]

Из анализа приведенного литературного обзора следует, что все эффекты, зависящие от плотности состояний, могут при некоторых условиях осциллировать с периодом, определяемым интервалом между двумя последовательными совпадениями уровня Ландау. Это обстоятельство проявляется в том, что в выраженном электронном газе многие термодинамические, электрические и оптические величины, выражающиеся через плотность состояний, при определенных условиях осциллируют при изменении магнитной индукции и при низких температурах.

ГЛАВА II. ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ТЕРМОДИНАМИЧЕСКУЮ ПЛОТНОСТЬ СОСТОЯНИЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВ В КВАНТУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В настоящей главе рассматривается влияния температуры на термодинамическую плотность состояний полупроводников в квантующем магнитном поле. Получена новая формула термодинамической плотности состояний полупроводников в сильном магнитном поле для кейновской закона дисперсии. С помощью предложенной формулы, определено влияние температуры на ширину запрещенной зоны полупроводников в сильном магнитном поле.

2.1. Моделирование влияния температуры на уровни Ландау электронов и дырок в полупроводниках

Было показано, что температурная зависимость плотности состояний может быть описано разложением плотности состояний в ряд по GN-функциям (которое определяется производной по энергии вероятности заполнения энергетического уровней [5-7]). Исследованием с помощью разложения в ряд по GN- функциям плотности состояний удалось объяснить температурную зависимость энергетических щелей в полупроводниках. В этой модели температурная зависимость ширины запрещенной зоны обусловлена термическим уширением квазидискретных уровней вблизи дна зоны проводимости и потолка валентной зоны.

Температурная зависимость плотности энергетических состояний обусловлена термическим уширением дискретных энергетических состояний [6]. Термическое уширение может быть описано температурной зависимостью вероятности заполнения энергетических уровней. Вероятность термического выброса электронов из глубоких уровней E_i в разрешенную зону с энергией E определяется экспоненциальным множителем $\exp\left(\frac{E - E_i}{kT}\right)$ и

вероятность их опустошения глубоких заполненных уровней экспоненциально зависит от энергии состояния и температуры образца. Для поверхностных и объемных состояний температурная зависимость термического уширения энергетических уровней описывается производной по энергии от вероятности опустошения дискретных энергетических

$$\text{состояний } GN(E, T) = \frac{\partial o(E, T)}{\partial E} \text{ где } o - \text{вероятность термического}$$

опустошения энергетического состояния с энергией E.

Для описания температурной зависимости плотности состояний будем считать, что плотность состояний при абсолютном нуле температуры известной функцией энергии $N_s(E^0)$. В частности, для свободного электронного газа в магнитном поле плотность состояний определяется следующим выражением [81]

$$N_H(E, H) = \frac{1}{4\pi} \frac{2m^{3/2}}{v h^2} \sum_n \theta(E - (n+1) \hbar \omega_c) \quad (2.1)$$

Каждое состояние с энергией E_i с ростом температуры уширяется. Температурные уширения состояния с энергией E_i описывается статистикой Шокли-Рида-Холла. Значение уширения описывается производной по

энергии от вероятности опустошения состояния с энергией E ($\frac{\partial o}{\partial E} = GN(E)$).

Результирующая плотность состояний, учитывающая вклад термического уширения всех состояний будет описываться суммой всех уширений в рассматриваемой области энергий. Математически это сводится к разложению в ряд плотности состояний $N_s(E, T)$ при температуре T, по GN - функциям. Причем, коэффициент разложения $N^0(E_i)$ является плотность энергетических состояний, которое не учитывает термическое уширение уровней. При абсолютном нуле температуры GN - функция превратится в дельта -функцию Дирака [5-7] (Рис. 2.1).

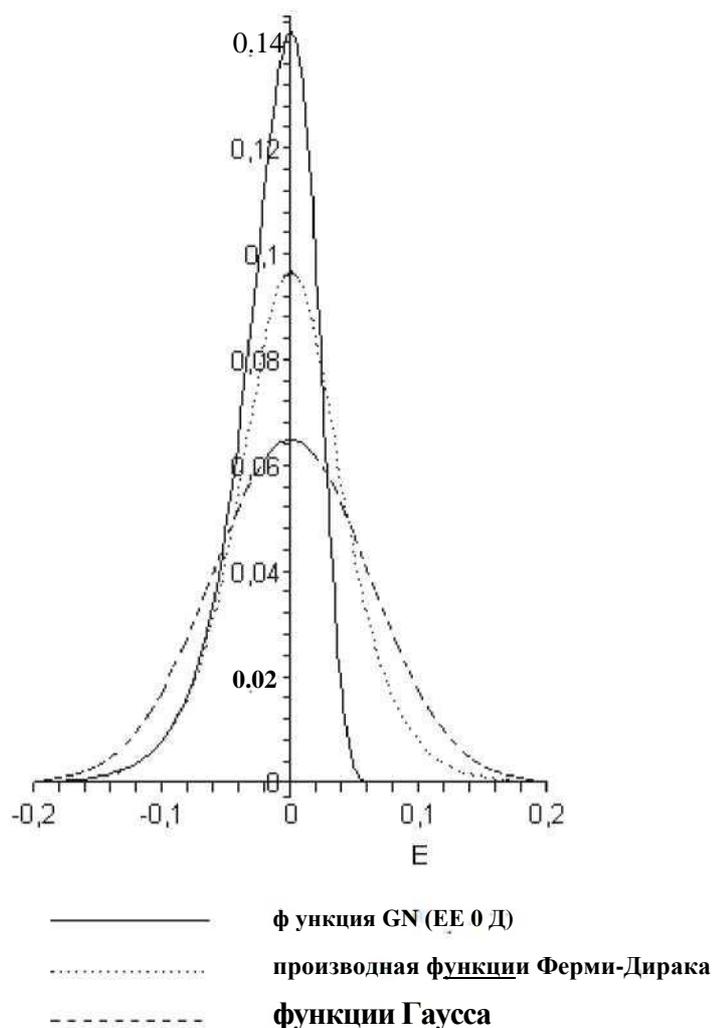


Рис.2.1. Вид функции GN, производная функции Ферми-Дирака и функция Гаусса при комнатной температуре.

В квантующем магнитном поле энергетический спектр электронов сильно изменяется [81-82]. Движение электрона в плоскости перпендикулярном магнитному полю становится ограниченным. Энергия электронов по направлению плоскости перпендикулярном магнитному полю квантуется. Энергия свободных электронов принимает следующий вид [8182]:

$$E = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \quad (2.2)$$

Изменение энергетического спектра приводит к изменению плотности энергетического состояния. Полное число уровней, связанных с данным макроскопическим объемом в k -пространстве, остается в новой схеме тем

же, что и прежде. Влияние магнитного поля сводится к тому, что оно, вызывает квантование орбиты в k -пространстве и заставляет свободные электроны конденсироваться на ближайших орбитах [81].

Для полной плотности энергетических состояний с энергией меньших e имеем :

$$N_H(E, H) = \frac{1}{4n^1} \frac{2m^{3/2}}{v h^2} h a_H \sqrt{E - (n+1) h a} \quad (2.3)$$

при $a_H \rightarrow 0$ это выражение переходит

$$N(E) = \frac{1}{4\pi} \frac{m^{3/2}}{h^2} \sqrt{E} \quad (2.4)$$

В этом выражение не учитывается температурное уширение энергетических уровней. Чтобы учитывать температурную зависимость плотности состояний, разложим $N_s(E, T)$ в ряд по GN функциям. Тогда получится плотности энергетических состояний зависящие от температуры.

Термическое уширение уровней в магнитном поле приводит к сглаживанию дискретных уровней. Термическое уширение будет учитываться с помощью GN функции. Плотность состояний зависит от температуры, как в работах [5-7], $N(E, T)$ разложим в ряд по GN функциям

$$N_s(E, H, T) = \sum_{i=1}^{\infty} N_H(E, H) G_N(E, T) \quad (2.5)$$

Здесь, H -напряженность магнитного поля, $a_c = \frac{eH}{m c}$ -циклотронная частота,

$N_{si}(E, H, E)$ - плотность состояний при абсолютном нуле температуры.

Рассматриваемый интервал энергии в разрешенных зонах и запрещенной зоне разделим на равные мелкие части значения энергии. Производя суммирование по формуле (2.5) получим $N_s(E, T)$ зависящий от температуры. Это выражение при $T \rightarrow 0$ превращается в (2.1). В этом случае уровни Ландау проявляются резко. С ростом температуры резкие всплески начинают сглаживаться (рис.2.2) и при $kT \sim h a$ осцилляции плотности

состояний постепенно исчезают при достаточно высоких температурах $kT > \hbar\omega_c$, $N_s(T, E, H)$ превращается в сплошную плотность состояний и не будет чувствоваться магнитного поля. $N_s(T, E, H)$ превратится в плотность состояний в отсутствии магнитного поля. Это позволяет получить плотность состояний которая зависит от температуры. На рис. 2.2 приведена плотность состояний в магнитном поле $\hbar\omega_c = 0,01$ эВ при температуре $T=0,4$ К, $kT=4 \cdot 10^{-5}$ эВ, $\frac{\hbar\omega_c}{kT} = 0,25 \cdot 10^3 = 250$, $kT \ll \hbar\omega_c$. При таких низких температурах влияние термического уширения слабое и плотность состояний не чувствует отклонения N_s от идеальной формы, которая не учитывает влияние температуры. На рис. 2.3 приведена $N_s(E, H)$ для температур 0,4, 10, 45, 77 К. Как видно из этих рисунков, с ростом температуры резкие пики уровней Ландау обусловленное квантованием уровней энергии электронов в плоскости перпендикулярной магнитному полю, постепенно сглаживаются. Это приводит к тому, что при температуре $T=45$ К, $kT=4,5 \cdot 10^{-5}$ эВ, $kT \ll \hbar\omega_c$ пики уровней Ландау становятся не заметными. При температуре 77 К пики уровней Ландау практически не заметны и совпадают с плотностью состояний в отсутствии магнитного поля.

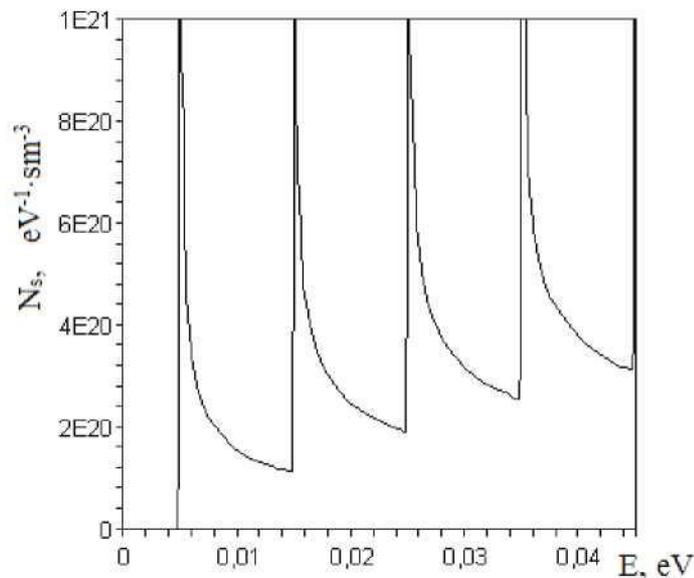


Рис.2.2. Плотность энергетических состояний в сильном магнитном поле $H=10$ кЭ при температуре $T=0,4$ К вычисленной по формуле (2.5).

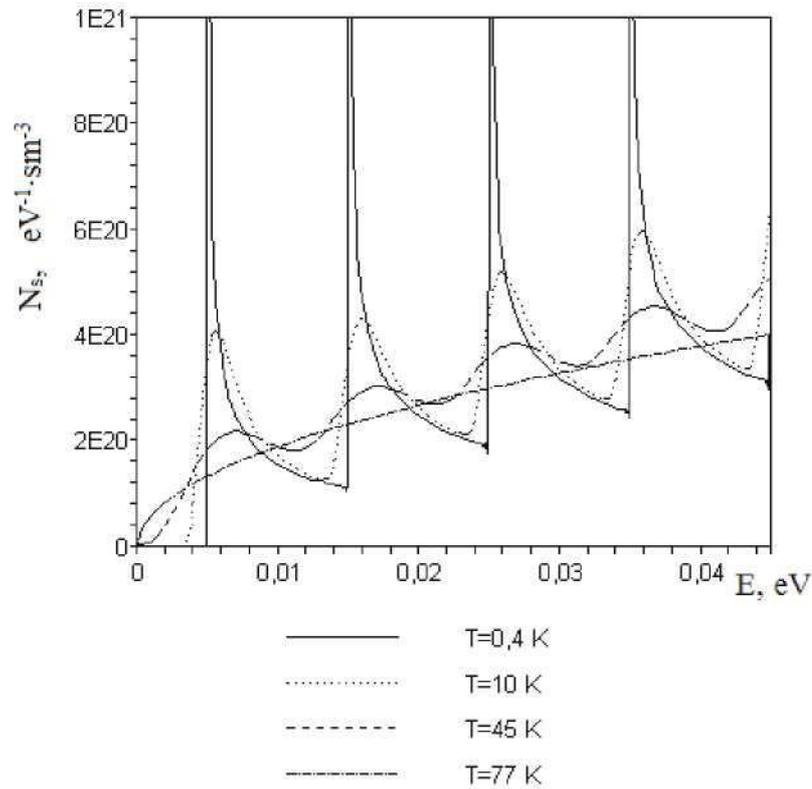


Рис.2.3. Температурная зависимость плотности энергетических состояний в квантующем магнитном поле.

Изменение a_c = меняет энергетическое расстояние между пиками m_c уровней Ландау. Таким образом, осцилляции плотности состояний наблюдается при температурах $kT \ll h\omega_c$. Начиная с температур порядка $0,5kT \sim ha_c$ осцилляции плотности состояний обусловленное квантованием Ландау не наблюдается. В этом случае измерения дают сплошной спектр плотности состояний. Для обнаружения квантовых уровней необходимо решать обратную задачу. В этом случае надо находить дискретный уровень обусловленный квантованием Ландау. Для этого необходимо измерить $N_s(E, T)$ при температуре эксперимента, затем на основе расчетов получить $N_s(E, T)$ при низких температурах. Методика определения N_s может быть построена следующим образом. Определим экспериментально $N_s(T, E, H)$ для двух различных значений температур T_1 и T_2 $N_s(T_1, E, H), N_s(T_2, E, H)$ таким образом, чтобы $N_s(E, H)$ было одинаково для обоих $N_s(T_1)$ и $N_s(T_2)$. То же

самое можно проделать для нескольких значений напряженности магнитного поля H_1 и H_2 . Для повышения точности определения $N_s(E, H)$ можно использовать результаты экспериментально найденных $N_s(T, E, H)$ более трех или четырех в разных температурах. Если результаты моделирования $N_s(T, E, H)$ для различных значений T и H совпадают тогда нахождение плотности состояний можно считать завершенной, при этом измерения N_s при различных значениях T и H должны дополнить друг-друга и это должно обеспечить достоверность полученных результатов. В этом случае $N_s(E, H)$ найденная при любой температуре по методу разложения $N_s(E, T)$ в ряд по GN - функциям должна получиться одинаковой.

На рис.2.4 приведена плотность состояния в магнитном поле вычисленной разложением в ряд по GN функциям, функциям по производной функции Ферми-Дирака и функции Гаусса для, $ha_c = 0,01$ эВ. Как видно из этих рисунков, с ростом температуры резкие пики уровней Ландау постепенно сглаживаются.

При температуре 35К пики уровней Ландау практически не заметен и совпадает с плотностью состояний разложенных в ряд по функции Гаусса и функции производной Ферми-Дирака (на рис.2.5).

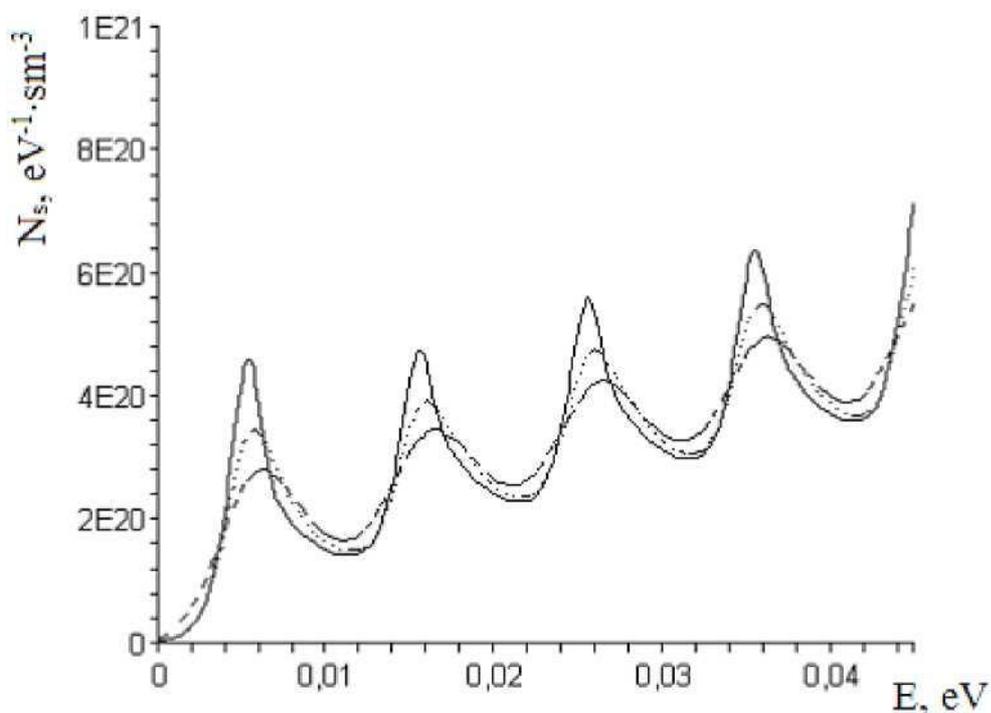
На рис.2.6 приведен трехмерный график зависимости плотности состояний в сильном магнитном поле от энергии и температура. Как видно из этих рисунков, с ростом температуры дискретный спектр уровни Ландау превращается сплошной энергетический спектр.

2.2. Расчеты плотности энергетических состояний в квантующем магнитном поле с неквадратичным законом дисперсии

Температурная зависимость плотности состояний в квантующих магнитных полях рассматривался как результат теплового уширения уровней Ландау [83-84]. В этих работах показано, что сплошной спектр плотности состояний измеренный при температуре жидкого азота, при низких температурах превращается в дискретные уровни Ландау. Математическое

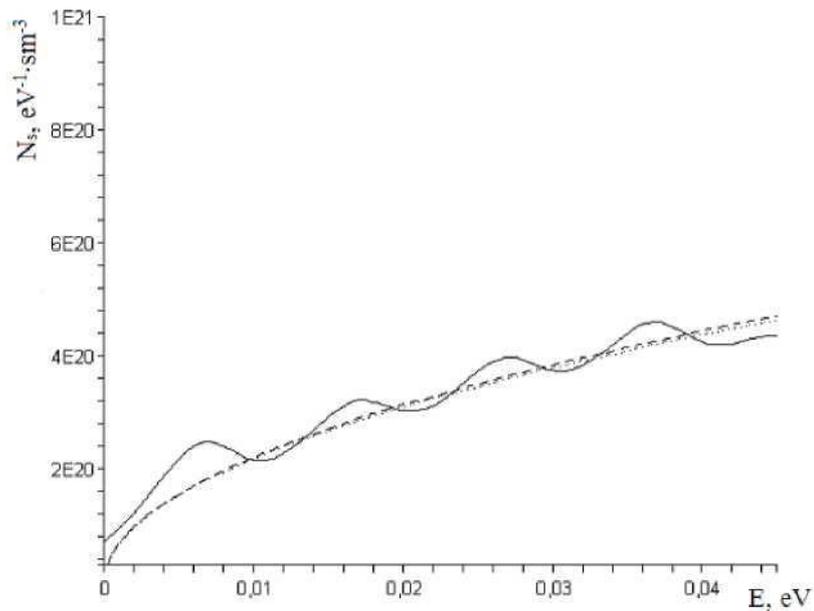
моделирование процессов с использованием экспериментальных значений сплошного спектра плотности состояний дает возможность рассчитать дискретные уровни Ландау. Однако, в этих работах рассмотрен только квадратичный закон дисперсии. Если же закон дисперсии неквадратичен, как, например, у электронов в соединениях III-V и II-VI, то эффективная масса зависит от энергии.

В работах [85-86] определены плотности энергетических состояний в сильном магнитном поле при температуре жидкого азота. В этих работах экспериментальные результаты сравнивались с моделью Кейна в узкозонных полупроводниках. Там не обсуждались влияния температуры на плотности энергетических состояний в квантующем магнитном поле.



— функция GN-производная от степени опустошения уровня по энергии,
 производная по энергии от функции Ферми-Дирака,
 - - Функция Г аусса.

Рис. 2.4. Температурная зависимость плотности энергетических состояний в сильном магнитном поле ($H=10\text{кЭ}$) при температуре $T=10\text{ К}$.



— функция GN-производная от степени опустошения уровня по энергии, $\frac{dN_s}{dE}$ производная по энергии от функции Ферми-Дирака, $\frac{dN_s}{dT}$

Рис. 2.5. Температурная зависимость плотности энергетических состояний в сильном магнитном поле ($H=10\text{кЭ}$) при температуре $T=35\text{ К}$.

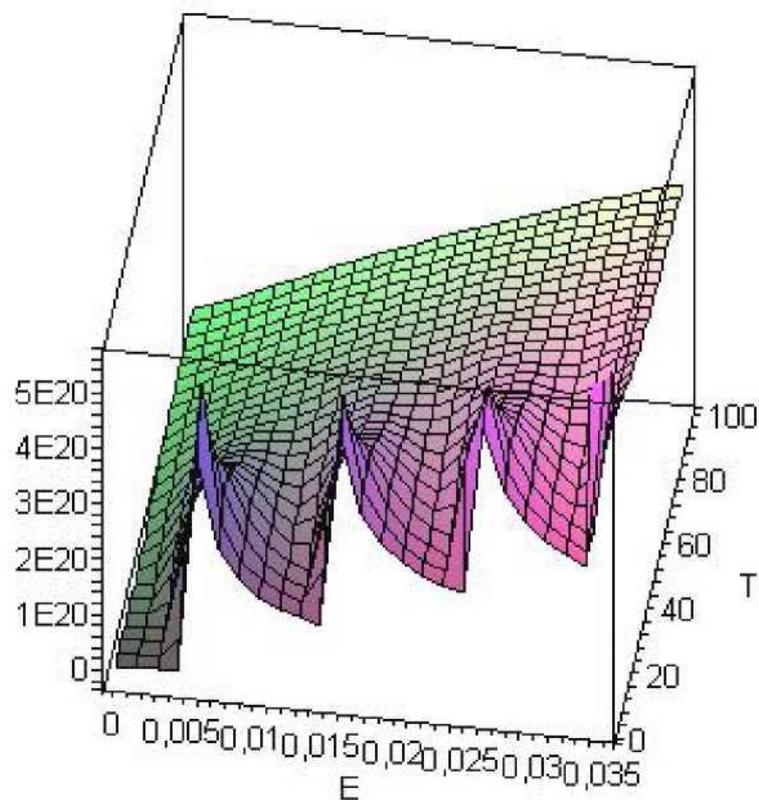


Рис.2.6. Плотность состояний в трехмерном пространстве N_s, E, T при $H=10\text{кЭ}$.

Целью настоящего параграфа является разработано методики определения температурной зависимости уровней Ландау в полупроводниках с неквадратичным законом дисперсии.

Рассмотрим неквадратичный закон дисперсии в квантующем магнитном поле. В магнитном поле энергия свободных электронов с квадратичным законом дисперсии и учётом спинного расщепления уровней энергии приобретает следующий вид [85]:

$$E = \hbar \omega_c \left(\frac{1}{2} + s \right) \mu_B + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_c} \quad (2.6)$$

Здесь, ω_c - циклотронная частота электронов, μ_B - магнетон Бора, B - индукция магнитного поля.

Однако, если зависимость энергии от волнового вектора не описывается квадратичной формой, как, например, для электронов в InSb энергетические уровни носителей заряда в магнитном поле не эквидистанты, так как циклотронная масса, определяется выражением

$$m_c = \frac{2n}{dE} \quad (2.7),$$

а значит циклотронная частота зависит от E и k_z .

Непараболичность зоны проводимости в соединениях III-V и II-VI возникает в результате взаимодействия между зоной проводимости и тремя валентными зонами. В магнитном поле уровни энергии для трех энергетических зон (кроме зоны тяжелых дырок, которая не взаимодействует с ними) даются кубическим уравнением [87]:

$$E^3 - (E_N + E_g)E^2 + (E_N + E_g + 4)E - P = \frac{2}{k^2} + (2N + 1) \mu_B \left(\frac{2}{k^2} + (2N + 1) \mu_B \right) \quad (2.8)$$

Здесь, E_N - энергии электронов в зоны проводимости с учётом спина при квантующем магнитном поле, E_g - ширины запрещенной зоны, 4 - величина спин-орбитального отщепления, P - матричный элемент.

В нашей работе рассматриваются узкощелевые полупроводники, электроны в которых обладают кейновским законом дисперсии при выполнении условий [88-89]:

$$\begin{aligned} & \Gamma \quad 2] \\ & E(p) - E_c \ll E_g + - A \\ & k \gg E \quad [\\ & 3^g \\ & \wedge \quad i \end{aligned}$$

где A -величина спин-орбитального отщепления, E_g -ширина, запрещенной зоны.

При этом условии кубические уравнения (2.8) сводится к квадратному, решение которого для электронов зоны проводимости имеет вид

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \dots \pm 2 \sqrt{E_g + 4E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \pm \frac{g_0 \mu_B \hbar}{2}} \quad (2.9)$$

Это формула применима только для узкозонных полупроводников.

Пользуясь выражением (2.7) для циклотронной массы. Найдем теперь число состояний с энергиями в интервале между двумя уровнями Ландау.

Найдем разность площадей сечений двух изоэнергетических поверхностей, энергии которых различаются на $\Delta E = \hbar m_c$:

$$\Delta S = \frac{2\pi m_c}{h^2} \Delta E \sim \frac{2\pi m_c}{\hbar^2} \hbar m_c$$

Число состояний на единицу площади в плоскости k_x, k_y для квантования,

обусловленного условиями цикличности, равно $\frac{L_x L_y}{(2\pi)^2}$ То число состояний

между двумя квантовыми орбитами равно

$$(2\pi) \frac{\Delta S}{(2\pi)^2} = \frac{\Delta S}{2\pi} = 2nh$$

Из уравнения (2.9) определим k_z без учета спина:

$$k_z = \frac{(2m)}{\hbar} \sqrt{E^2 + E_g^2 - (E - (N + \frac{1}{2})\hbar\omega_c)^2} \quad (2.10)$$

Вернемся теперь к вычислению плотности состояний с непараболическим законом дисперсии в присутствии магнитного поля. Движение электрона свободно по оси z, то есть не квантуется по k_z .

$$k_z = \frac{L_z}{L_z} \quad (2,10)$$

Согласно выражению (2,9) и (2,10) число состояний в интервале энергий от

$$(N + \frac{1}{2})\hbar\omega_c \text{ до } E$$

$$n_z = \frac{(2m)^2}{nh} \frac{E^2 + E_g (E - (N + \frac{1}{2})\hbar\omega_c)^{\frac{1}{2}}}{E} \quad (2,11)$$

Полное число квантовых состояний с энергиями меньшими E, равно

$$N(E) = \frac{L_x L_y L_z m^3}{\pi^2 h^3} \int_{E_g}^E \frac{E^2 + E_g (E - (N + \frac{1}{2})\hbar\omega_c)^{\frac{1}{2}}}{E} dE \quad (2,12)$$

В результате, мы определяем плотности энергетических состояний в единице объема без учёта спина с кейновским законом дисперсии в магнитном поле:

$$N(E, H) = \frac{dN(E)}{dE} = \frac{(m \hbar \omega_c)^{\frac{1}{2}}}{(2)^{\frac{1}{2}} \pi^2 h^3} \frac{E^2 + E_g (E - (N + \frac{1}{2})\hbar\omega_c)^{\frac{1}{2}}}{E} \quad (2,13)$$

Здесь, $N_s(E, H)$ - термодинамическая плотность энергетических состояний в квантующем магнитном поле с непараболическим законом дисперсии,

При E_g выражение (2,13) переходит в параболическом законе дисперсии (2,3), В этом выражении не учитывается температурное уширение энергетических уровней,

2.2.1. Температурная зависимость термодинамической плотности состояний полупроводников с кейновским законом дисперсии

В работе [90] обсуждалось определение термодинамической плотности состояний в сильном магнитном поле. Термодинамическая плотность состояний такой системы представляет собой набор дельта функциональных пиков, стоящих друг от друга на hm_c .

Термическое уширение будет учитываться с помощью производной по энергии функции распределения Ферми-Дирака $\frac{\Delta f_0(E, T)}{dE}$. При абсолютном

нуле температуры $\frac{df_0(E, T)}{dE}$ - функция превратится в дельта - функцию

Дирака.

Чтобы учитывать температурную зависимость плотности состояний, разложим $N_s^i(E, H)$ в ряд по $\frac{df_0(E, T)}{dE}$ функциям. Тогда получится плотность энергетического состояний зависящие от температуры [83]. Термическое уширение уровней в магнитном поле приводит к сглаживанию дискретных уровней

$$\rho(E, H, T) = \sum_{i=1}^{\infty} N_s^i(E, H) \frac{df_0(E, T)}{dE} \quad (2.14)$$

Здесь, H -напряженность магнитного поля, $m_c = \frac{eH}{m\omega_c}$ -циклотронная частота,

m^* - циклотронная эффективная масса. $N_s^i(E, H)$ - плотность состояний в квантующем магнитном поле при абсолютном нуле температуры. Это выражение при $T \rightarrow 0$ превращается в (2.13). В этом случае уровни Ландау проявляются резко. С ростом температуры резкие всплески начинают сглаживаться (рис.2.7) и при $kT \sim hm$ осцилляции плотности состояний постепенно исчезают при достаточно высоких температурах $kT > hm$, $N_s^i(E, H)$ превращается в сплошную плотность состояний и не будет

чувствоваться магнитное поле. $N_s^i(E, H, T)$ превратится в плотность состояний в отсутствии магнитного поля. Это позволяет получить плотность

состояний которая зависит от температуры. На рис.2.7 приведена плотность состояний в магнитном поле для InSb при следующих значениях параметров:

$$T^* = \sim m_0, E_g(0) = 0,234\text{eV}, B = 2T \text{ or } \%a_c \ll 1,5 \cdot 10^{23} \text{eV},$$

при температуре $T = 1\text{K}$, $kT = 8,6 \cdot 10^{-5} \text{eV} \text{ --- } 5,7 \cdot 10^{-2}, kT \ll \hbar a_c$. При таких

низких температурах влияние термического уширения слабое и плотность состояний не чувствует отклонения N_s от идеальной формы, которая не учитывает влияние температуры. На рис.2.8 приведена $N_s(E,H)$ для температур 1, 20, 50 К. Как видно из этих рисунков, с ростом температуры резкие пики уровней Ландау обусловленные квантованием уровней энергии электронов в плоскости перпендикулярной магнитному полю, постепенно сглаживаются. Это приводит к тому, что при температуре $T=20\text{K}$, $kT=1,7 \cdot 10^{-3} \text{эВ}$, $kT \ll \hbar m_c$ пики уровней Ландау становятся не заметными. При температуре 50 К пики уровней Ландау практически не заметен и совпадает с плотностью состояний в отсутствии магнитного поля [П.7].

2.3. Определение ширины запрещенной зоны полупроводников в квантующем магнитном поле

Данные экспериментов, как электрических, так и оптических измерений, указывают на то, что ширина запрещенной полосы полупроводников зависит от температуры. Эту зависимость, в некоторых пределах близкую к линейной, связывают, в первую очередь, с температурным изменением размеров элементарной ячейки [91]. Изменение ширины запрещенной зоны полупроводника, обусловленное изменением температуры, связано с изменением энергии электрон-фононной системы [92]. Эта энергия состоит из чисто электронного слагаемого, колебательного слагаемого и слагаемого, отвечающего электрон-фононному взаимодействию.

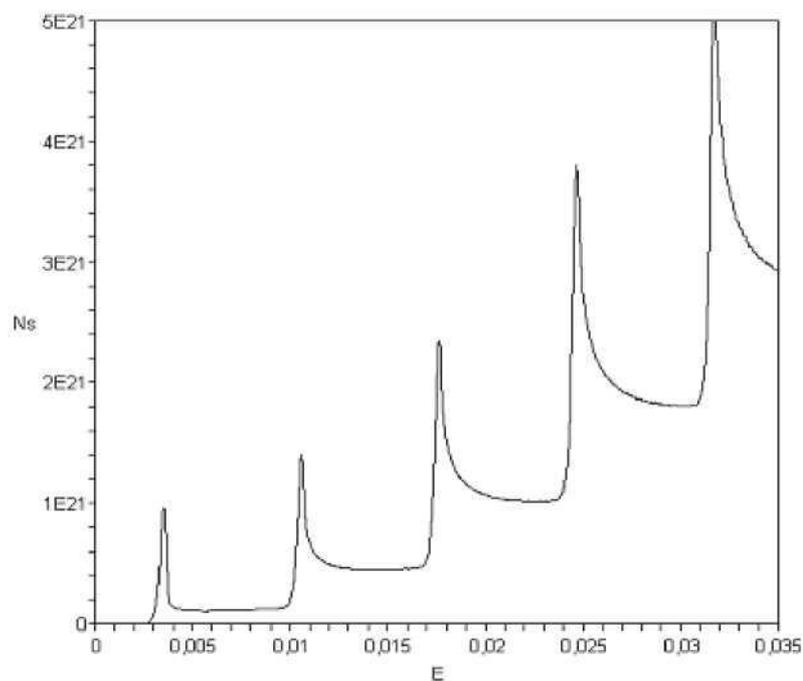


Рис.2.7. Плотность энергетических состояний в сильном магнитном поле $H=20\text{кЭ}$ при температуре $T=1\text{ К}$ с непараболическим законом дисперсии, вычисленной по формуле (2.14).

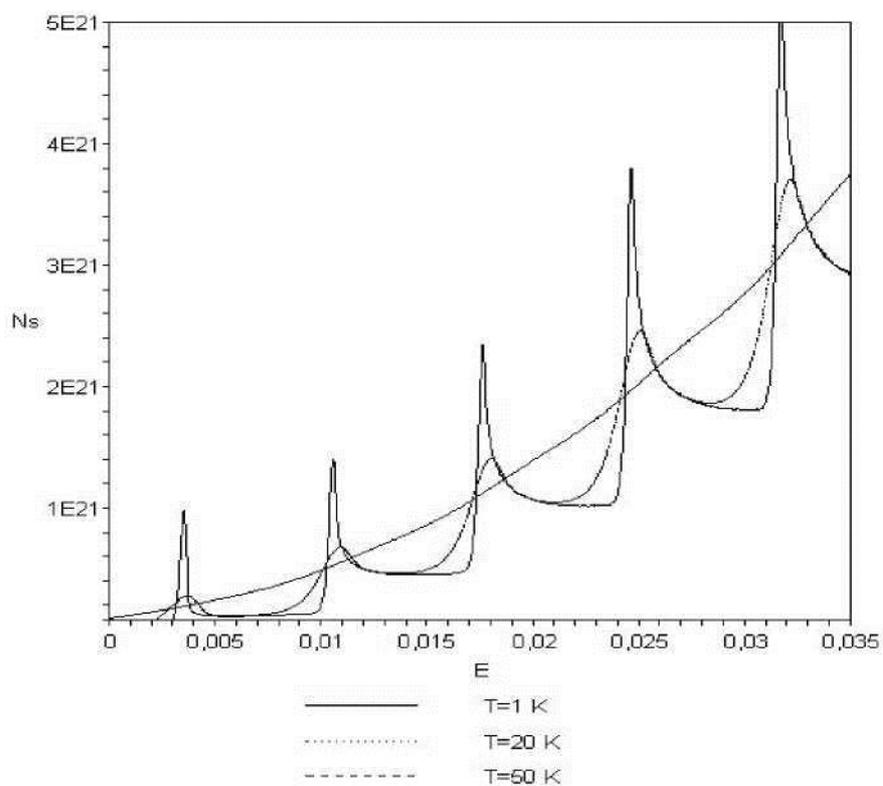


Рис.2.8. Температурная зависимость плотности энергетических состояний в квантующем магнитном поле с непараболическим законом дисперсии, вычисленная с помощью формулы (2.14).

В работах [93-97] показано, что исследование оптических свойств полупроводников позволяет достоверно определять важнейшие характерные параметры - ширину запрещенной зоны, эффективные массы и подвижности электронов и дырок, энергии акустических и оптических фононов и многие другие. В этих работах по спектрам пропускания определена ширина запрещенной зоны и построена ее температурная зависимость в отсутствие сильного магнитного поля.

В работе [6, 83-84] было показано, что сплошной спектр определенный при комнатной температуре возникает за счет термического уширения конечного числа дискретных уровней в запрещенной зоне. Термическое уширение энергетических состояний зоны проводимости, запрещенной зоны и валентной зоны полупроводника объясняет температурную зависимость ширины запрещенной зоны полупроводника. В этих работах показано, что сплошной спектр плотности состояний, измеренный при температуре жидкого азота, при низких температурах превращается в дискретные уровни Ландау. Однако влияние температуры и магнитного поля на ширину запрещенной зоны с помощью $\theta \frac{df_0(E, \mu, T)}{dE}$ -функции не исследовано.

Целью настоящего параграфа является исследование влияния температуры и магнитного поля на ширину запрещенной зоны полупроводников.

В достаточно сильных магнитных полях энергетический спектр свободных электронов и дырок претерпевает серьезные изменения, что отражается и на плотности состояний [1, 98]. Движение электрона и дырки в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, становится ограниченным. Энергия электронов и дырок в направлении плоскости, перпендикулярной магнитному полю, квантуется. Энергия свободных электронов и дырок в квантующем магнитном поле с учётом спинового расщепления уровней энергии приобретает следующий вид [1 98]:

$$\begin{aligned}
 E_e &= \hbar \omega_c \left(n_c \pm \frac{1}{2} \right) + s \hbar g B \pm \frac{\hbar k l}{2 m_e} \\
 E_p &= \hbar \omega_c \left(n_v \pm \frac{1}{2} \right) + s \hbar g B \pm \frac{\hbar k l}{2 m_p}
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

где s - спиновое квантовое число, принимающее значения ± 1 , n_c - номера уровней Ландау зоны проводимости и валентной зоны. ω_c, ω_v - циклотронные частоты электронов и дырок.

Изменение энергетического спектра приводит к изменению плотности энергетического состояния. Принимая во внимание сделанные замечания, формулу для плотности энергетических состояний $N_n(E)$ на n -ом уровне Ландау для идеального полупроводника в $V=1$ см можно записать в виде [1]:

$$N_n(E) = \frac{q \sqrt{B}}{y f m} \quad E - \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

где q - заряд электронов или дырок.

Полное число уровней, связанных с данным макроскопическим объемом в k -пространстве, остается в новой схеме тем же, что и прежде. Влияние магнитного поля сводится к тому, что оно вызывает квантование орбиты в k -пространстве и заставляет свободные электроны конденсироваться на ближайших орбитах [1].

Мы замечаем, что в то время как $N_s(E)$ стремится к нулю при $E \rightarrow E_0$, величина $N_n(E)$ в аналогичном пределе при $E \rightarrow E_n$ стремится к бесконечности, здесь $E_n = (n + (1/2)) \hbar \omega_n$ [99]. В этом выражении не учитывается температурное уширение энергетических уровней. Чтобы учесть температурную зависимость плотности состояний, разложим $N_s(E, T)$ в ряд по $d f_0(E, T)$ -функциям. Тогда получим плотность энергетических состояний, зависящую от температуры.

Термическое уширение уровней в магнитном поле приводит к сглаживанию дискретных уровней. Термическое уширение будет учитываться с помощью $d f_0(E, T)$ -функций. Плотность состояний,

зависящую от температуры, как в работах [6, 83, 84], $N(E, T)$ разложим в ряд по $\frac{df_0(E, \mu, T)}{dE}$ функциям:

$$N_s(E, H, T) = \sum_{n=1}^{\infty} N_H(E, H) \exp\left(-\frac{\Delta E_n}{kT}\right) \quad (2.16)$$

Здесь, H - напряженность магнитного поля, $\omega_c = eH / m^*c$ - циклотронная частота, m^* - циклотронная эффективная масса. $N_{si}(E, H, T)$ - плотность состояний в квантующем магнитном поле при абсолютном нуле температуры.

Плотность состояний при конечной температуре $N_s(E, H, T)$ разложим в ряд по $\frac{df_0(E, \mu, T)}{dE}$ - функциям в следующем виде:

для зоны проводимости:

$$N_c(E, H, T) = \frac{1}{4\pi^2} \frac{2m^*}{\hbar^3} \sum_{n=1}^{\infty} \int_{E_n}^{\infty} \frac{df_0(E, \mu, T)}{dE} \exp\left(-\frac{E - E_n}{kT}\right) \quad (2.17)$$

для валентной зоны:

$$N_v(E, H, T) = \frac{1}{4\pi^2} \frac{2m^*}{\hbar^3} \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{E_n} \frac{df_0(E, \mu, T)}{dE} \exp\left(-\frac{E_n - E}{kT}\right) \quad (2.18)$$

Выберем следующее распределение

$$N_s(E, H, T) = \begin{cases} N_c(E, H, T) & \text{при } E > E_c \\ N_v(E, H, T) & \text{при } E < E_v \end{cases} \quad (2.19)$$

На рис.2.9 приведены кривые плотности состояний валентной зоны и зоны проводимости для InSb ($E_g(T=0, H=0) = 0.234$ эВ) [97] в сильном магнитном поле $H = 300$ кЭ при температуре $T = 3$ К, $kT = 3 \times 10^{-4}$ эВ, $\omega_c / kT = 100$, $kT \ll \omega_c$. При таких низких температурах влияние термического уширения слабое и плотность состояний не чувствует отклонения N_s от идеальной формы, не учитывающей влияние температуры.

На рис. 2.9 показаны графики плотности состояний $N_s(E, H, T)$ при температурах $T = 3$ К, 70 К, 300 К. С ростом температуры резкие всплески начинают сглаживаться и при $kT \sim \omega_c$ осцилляции плотности состояний

постепенно исчезают при достаточно высоких температурах $kT > \hbar \omega_c$. $N_s(E, H, T)$ превращается в сплошную плотность состояний и не будет чувствовать магнитного поля, т.е. превратится в плотность состояний в отсутствие магнитного поля. Это позволяет получить температурную зависимость плотности состояний. Как видно из рисунка, с ростом температуры резкие пики уровней Ландау, обусловленные квантованием уровней энергии электронов в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, постепенно сглаживаются.

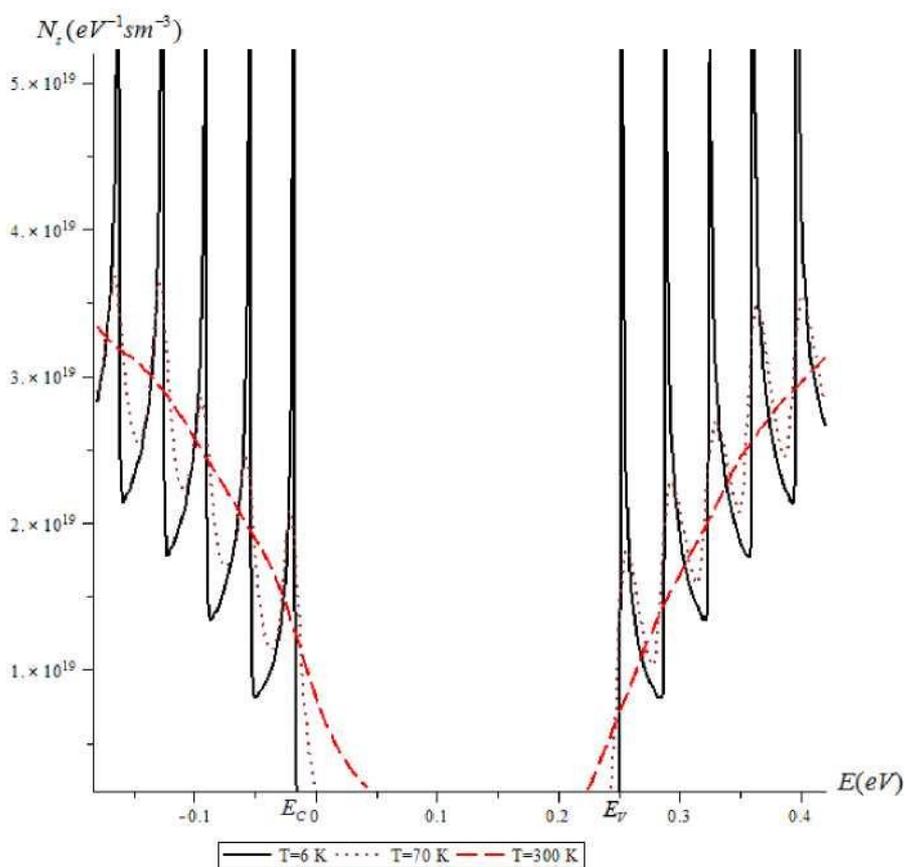


Рис. 2.9. Влияние температуры на термодинамическую плотность состояний InSb в квантующем магнитном поле при $H = 300$ кЭ.

Это приводит к тому, что при температуре $T = 200$ К $kT = 2 \times 10^{-2}$ эВ, $kT \ll \omega_c$ пики уровней Ландау становятся слабо заметными. При температуре 300 К пики уровней Ландау практически не заметны и совпадают с плотностью состояний в отсутствие магнитного поля. Таким образом, из этих графиков видно, как с ростом температуры уменьшается ширина запрещенной зоны InSb. Такое уменьшение ширины запрещенной зоны

появляется при температурном уширении энергетических уровней зоны проводимости и валентной зоны.

Для обнаружения квантовых уровней необходимо решать обратную задачу. Найти решение уравнения (2.16) и (2.19) при $T = 3$ К и разных значениях сильного магнитного поля.

На рис. 2.10 показаны графики плотности состояний $N_s(E, H, T)$ при магнитных полях $H = 300$ и 400 кЭ. Мы видим, что в присутствии сильного магнитного поля валентная зона и зона проводимости расщепляются на ряд одномерных подзон, каждая из которых идентифицируется с помощью уровня Ландау p , принимающего целые значения.

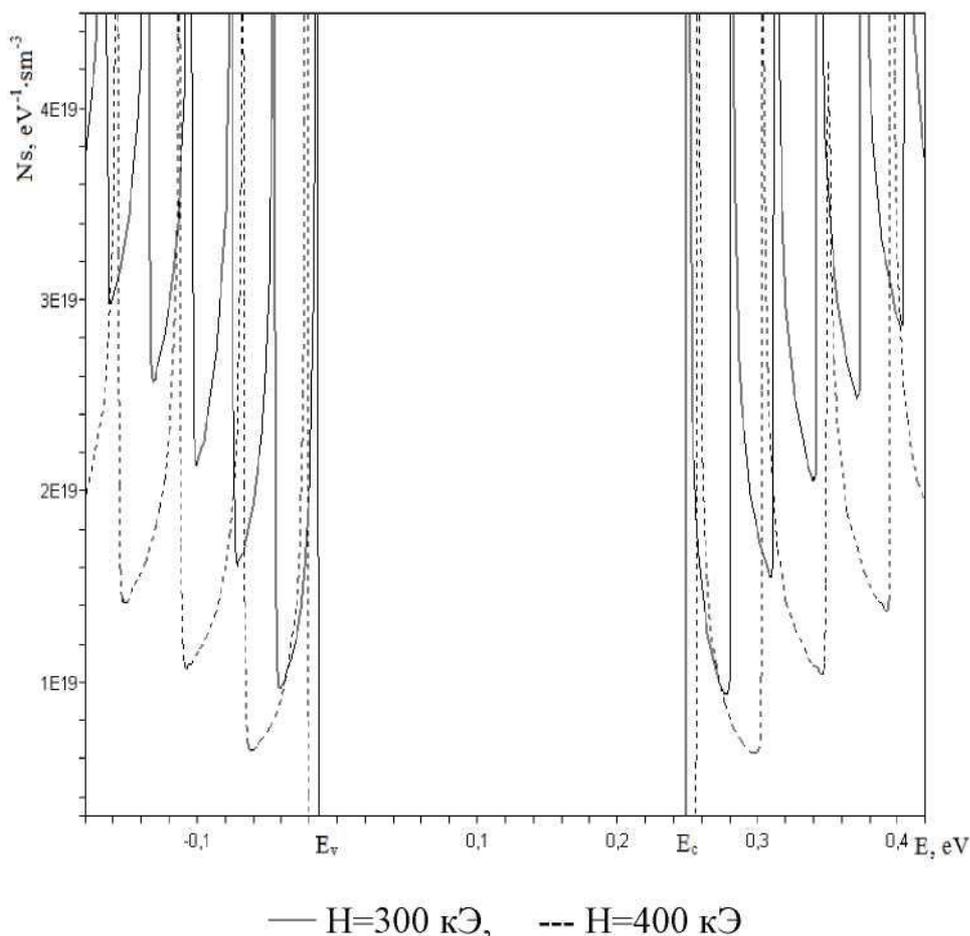


Рис. 2.10. Плотности энергетических состояний при разных магнитных полях и $T=3$ К в InSb.

Минимальная энергия низшей, отвечающей $n_c = 0$, подзоны в зоне проводимости лежит на $\hbar\omega_C / 2$ выше края зоны в нулевом поле, а максимальная энергия высшей подзоны валентной зоны $n_v = 0$ расположена на $\hbar\omega_C / 2$ ниже края валентной зоны в нулевом поле. Как видно из этих рисунков, с ростом магнитного поля получим изменение ширины запрещенной зоны в InSb.

В таких полупроводниках, как InSb, InAs и другие, где эффективные массы электронов малы, достаточно сравнительно слабых магнитных полей, чтобы достичь условий квантования, при которых расстояние между уровнями Ландау больше характерной энергии электрона. В этих условиях из циклотронного резонанса можно найти циклотронную массу $m^* = eH / \omega_c$, связанную с переходами между энергетическими уровнями, и следовательно, зависящую от магнитного поля.

Нетрудно понять, что направление вращения электрона в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, определяется взаимным направлением векторов \mathbf{k} и \mathbf{k}_\pm . Из работы [87] следует, что если направление вращения связано со знаком циклотронной массы: если $m^* > 0$, то электрон движется по левому винту как отрицательно заряженная частица, если $m^* < 0$, по правому винту как положительно заряженная частица. При этом знак циклотронной массы определяется знаком производной $\partial S / \partial s$, который зависит от того, будет ли энергия внутри поверхности $s(\mathbf{k}) = s_0$ меньше или больше e_0 . Если $s < s_0$, то $\partial S / \partial s > 0$ и $m^* > 0$; если $s > s_0$, то $\partial S / \partial s < 0$ и $m^* < 0$. В работе [100] определена зависимость циклотронной массы m^* электронов от магнитного поля и низких температур. На рис.2.11 приведена экспериментальная зависимость циклотронной массы электронов в полупроводников от магнитного поля и низких температур, взятая из работы [100].

Экспериментальные данные получены из измерений циклотронного резонанса на инфракрасных частотах [100]. Используя данные рис. 2.11, можно вычислить изменения эффективной массы для плотности

энергетических состояний при комнатной температуре в сильном магнитном поле. На рис. 2.12 приведен график температурной зависимости плотности энергетических состояний для полупроводников с учетом изменения циклотронной эффективной массы.

Из рис. 2.12 видно, исследования плотности состояний в квантующих полях при высоких температурах дают возможность определить зависимость эффективной массы от магнитного поля. Изменение наклона $N_s(E)$ в магнитном поле, сжатие и растяжение $N(E)$ в магнитном поле свидетельствуют о зависимости эффективной массы от магнитного поля. Хотя квантование энергии электронов и уровни Ландау не проявляются, зато трансформация искривления плотности состояний свидетельствует о квантовании энергии в магнитном поле. Это происходит даже при смывании уровней Ландау в магнитном поле. При высоких температурах уровни Ландау не различимы, однако за счет сжатия или растяжения расстояния между уровнями Ландау кривая $N_s(E, H)$ меняет свои размеры и форму.

В работе [101] определена эффективная масса электронов в полупроводниках n-InAs при энергиях, не равных энергии Ферми, по температурной зависимости амплитуды осцилляций туннельной проводимости в сильном магнитном поле. На рис.2.13 приведена зависимость эффективной массы в n-InAs от энергии из работы [101]. Используя данные рис.2.13 можно вычислять изменения эффективной массы на температурную зависимость плотности энергетических состояний в сильном магнитном поле. На рис.2.14 приведен график температурной зависимости плотности энергетических состояний для InAs с учетом изменения эффективной массы. Из рис.2.14 видно, что изменения эффективной массы с энергией может сильно повлиять на температурную зависимость плотности энергетических состояний в квантующем магнитном поле.

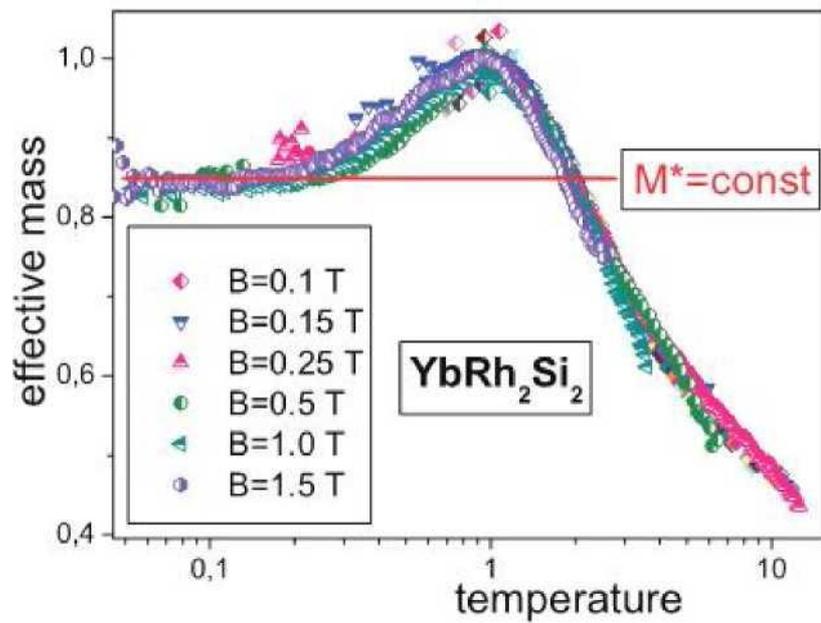


Рис. 2.11. Зависимость циклотронной эффективной массы электронов от магнитного поля [100]

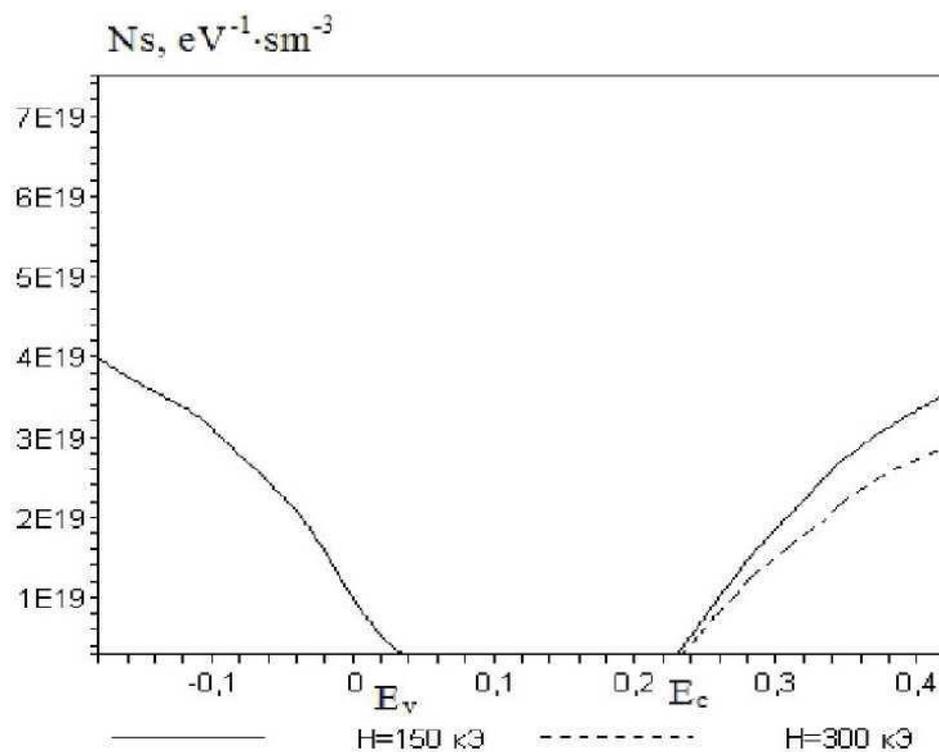


Рис. 2.12. Влияние магнитного поля на плотности энергетических состояний в квантующем магнитном поле при комнатной температуре: сплошная линия для $m^*/m_0 = 0.42$, штриховая - для $m^*/m_0 = 0.62$.

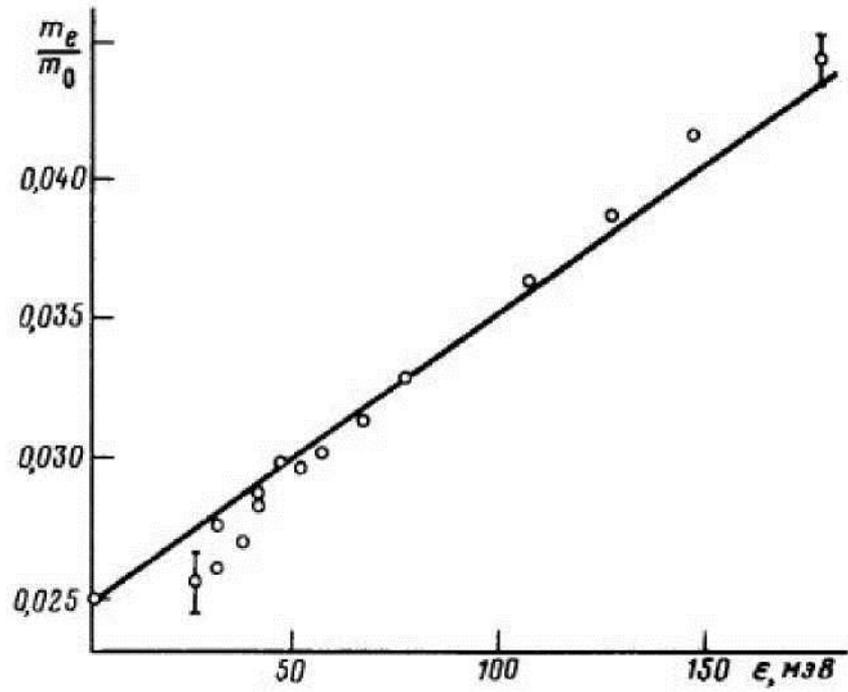
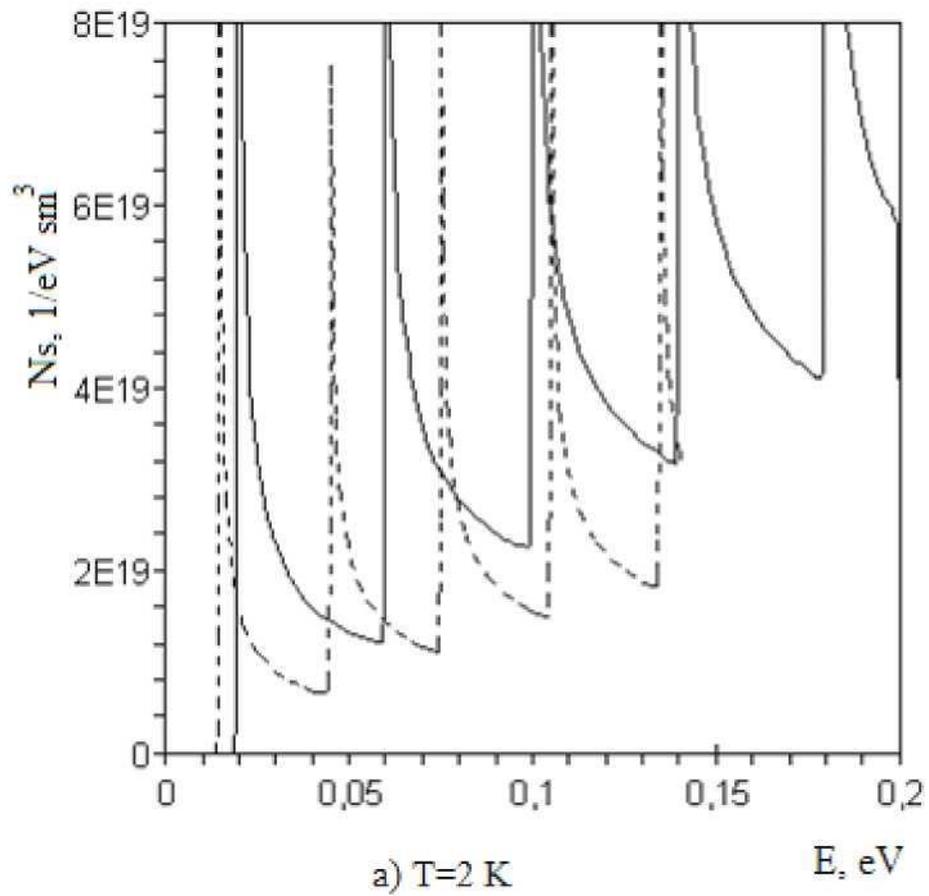


Рис. 2.13. Зависимость эффективной массы в n-InAs от энергии [101].



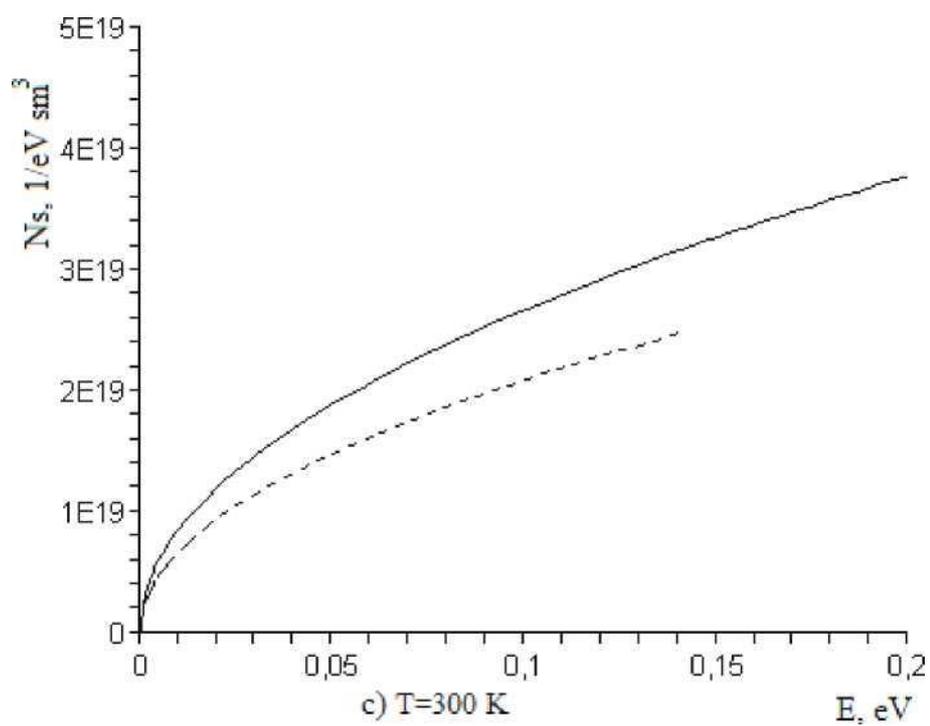
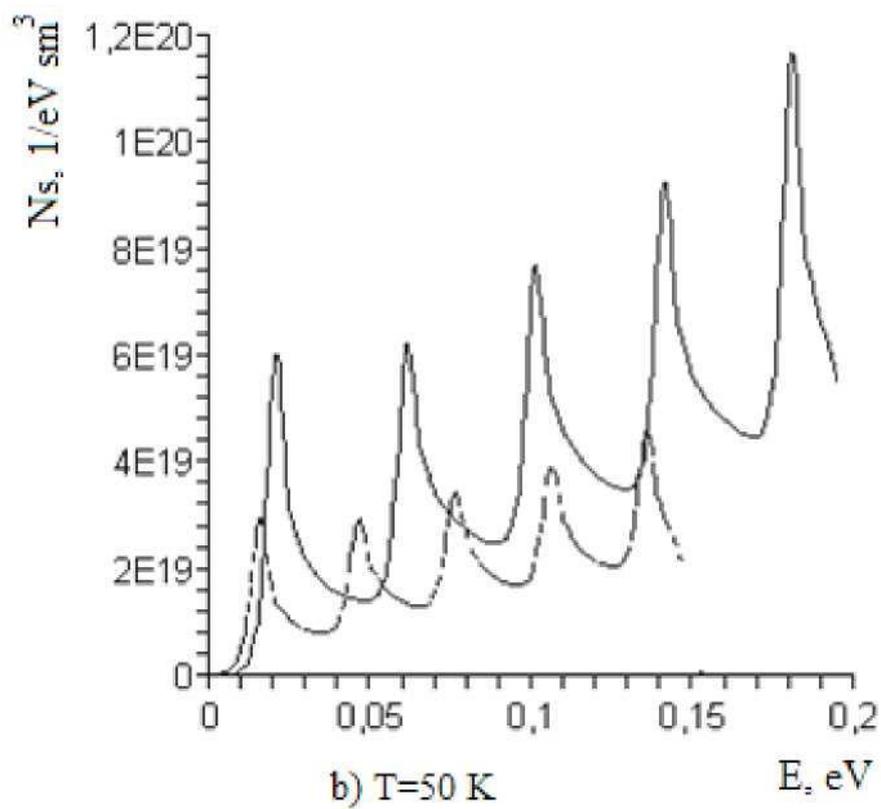


Рис.2.14. Температурная зависимость плотности энергетических состояний в квантующем магнитном поле при $H=50\text{кЭ}$.

- * .
- для $m = \text{const}$.
- для $m^* = m(E)$.

2.4. Сравнение теории с экспериментальными результатами

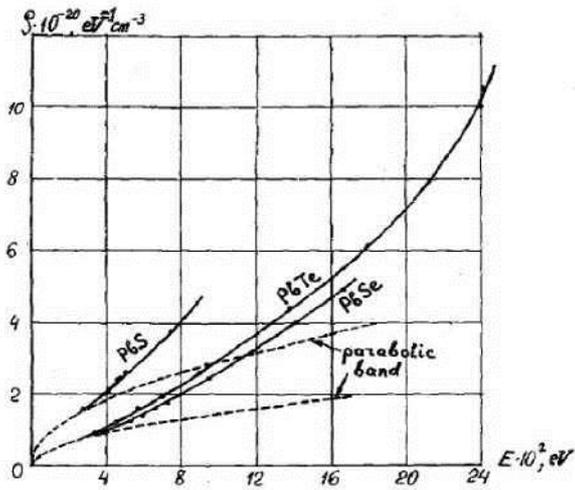
Проанализируем плотность состояний конкретных полупроводников в квантующем магнитном поле. На рис. 2.15а приведена плотность состояний при температуре измерения $T=77$ К и $H=30$ кЭ PbS [102]. В пределах точности эксперимента плотность состояний непрерывная, монотонно растущая, гладкая функция энергии. На этом рисунке осцилляции плотности состояний не наблюдается. Это свидетельствует о том, что $\hbar m_c < kT$.

Разложим этот график плотности состояний в ряд по $\frac{\hbar_0(E, H)}{T}$ функциям.

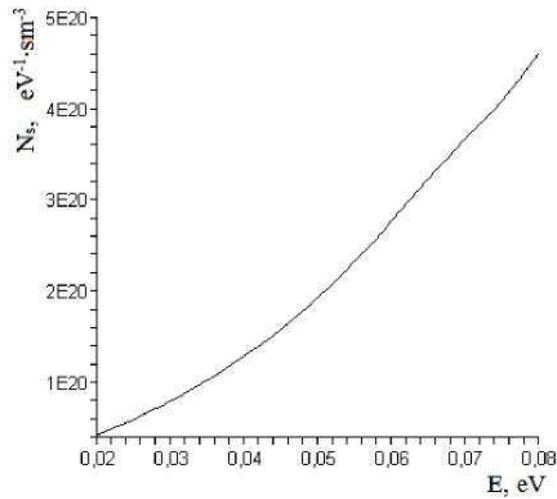
При разложении исходным брать идеальный $N_s(E_0, H)$ по формуле (2.14) (рис.2.15б). Однако в отличие от идеального будем учитывать зависимость массы электронов от энергии. Пики $N_s(E)$ будем располагать в значениях энергии кратными на $\hbar m_c$, однако, высоту пиков будем считать зависящей от энергии. Затем подбирая коэффициенты в сумме перед $N_s(E_0, H)$ подгоняем теоретический $N_s(E, H)$ к экспериментальным, причем, подгоночным параметром и являются коэффициенты перед $N_s(E_0, H)$. Далее в формуле (2.16) будем понижать температуру начиная с некоторой $T=20$ К гладкая кривая начинает осциллировать и выделяются уровни Ландау (рис.2.15с). Таким образом при температуре $kT \ll \hbar \omega_c$ уровни Ландау начинают резко выделяться как отдельные пики $N_s(E, T)$.

В сильном магнитном поле сплошной спектр энергетических состояний сильно деформируется и превращается в осциллирующие линии, с повышением температуры дискретные уровни смыкаются, и плотности энергетических состояний превращаются в сплошной спектр. В эксперименте плотности состояний зависят от энергии, температуры, от эффективной массы. Эффективная масса зависит от энергии. ω_c зависит от эффективной массы. Таким образом, с ростом энергии меняется расстояние между пиками.

a)



b)



c)

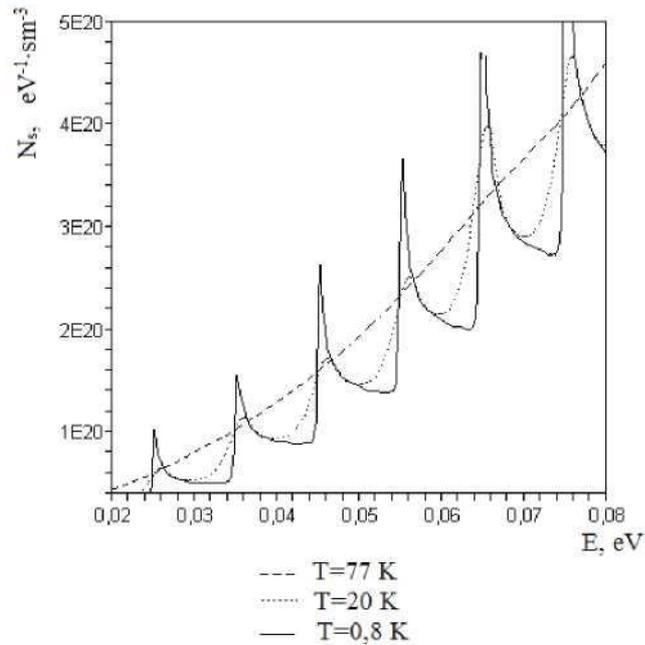
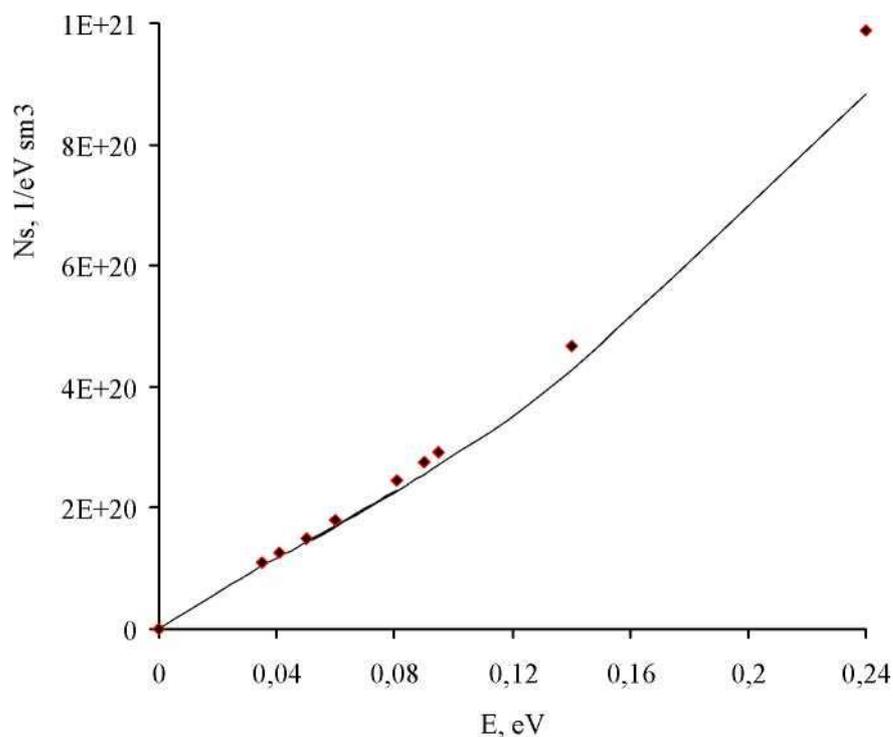


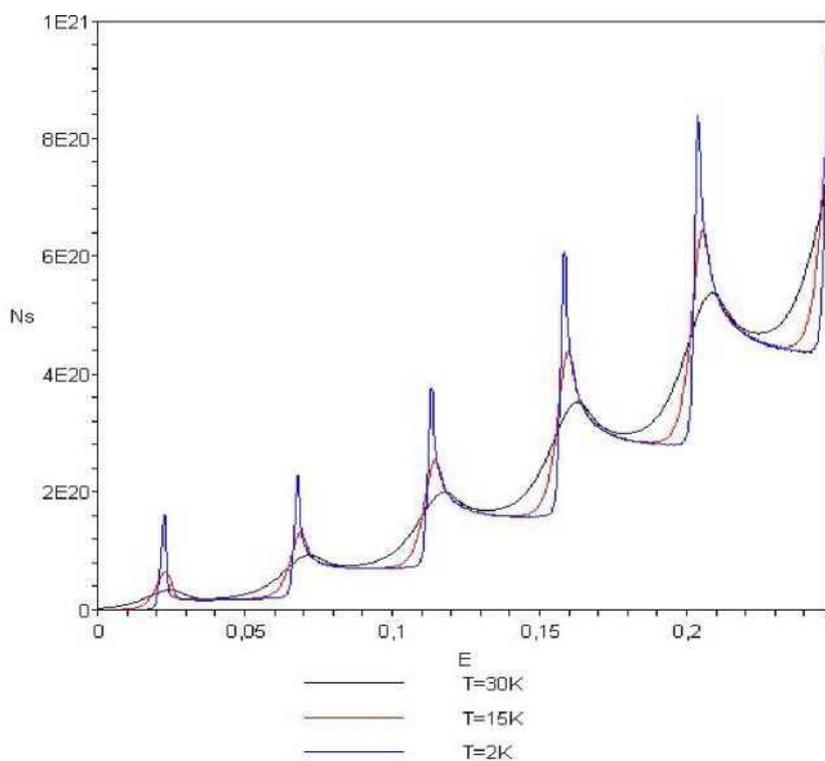
Рис. 2.15. Изменение плотности энергетических состояний с понижением температуры в сильных магнитных полях. а)- эксперимент для PbS в $H=32$ кЭ. [102], б)- модельный расчет для $T=77$ К. в) - плотность энергетических состояний в магнитном поле для трех разных значений температур. С понижением температуры сплошной спектр плотности энергетических

При постоянной эффективной массе зависимость плотности состояний от энергии имеет вид $\rho \sim \nu(E - E_c)$. Если с ростом энергии электронов увеличивается эффективная масса электронов, уменьшается расстояние между уровнями Ландау, кривая плотности состояния перемещается в сторону больших значений плотности состояний и перемещается вверх по оси плотности состояний. Таким образом, магнитное поле сдвигает плотность состояний в плоскости $N_s - E$ даже при температурах, когда уровни Ландау не заметны и за счет термического уширения.

Рассмотрим влияние изменения массы на плотность состояний в магнитном поле. Это может быть рассмотрено как отклонение закона дисперсии электронов от параболичности. Рассмотрим плотность состояний в магнитном поле для случаев $\frac{dm}{ds} > 0$, $\frac{dm}{ds} = 0$ и $\frac{dm}{ds} < 0$. С ростом магнитного поля $N_s(E, H)$ смещается в сторону меньших значений энергии и поднимается вверх по оси плотности состояний. В частности, рассмотрим зависимость плотности энергетических состояний от магнитного поля и температуры в PbTe. На рис.2.16а) приведена плотность состояний при температуре измерения $T = 77\text{K}$ и $H = 30\text{kOe}$ ($\nu = 3\text{T}$) PbTe [102]. Далее в формуле (2.14) будем понижать температуру начиная с $T = 20\text{K}$. Гладкая кривая начинает осциллировать и выделяются уровни Ландау (рис.2.16б). Таким образом, при температуре $kT \ll \hbar a_c$ уровни Ландау начинают резко выделяться как отдельные пики $N_s^n(E, H, T)$. Сравнение теории с экспериментом приведены на рис.2.16б $N_s(E, H, T)$ при различных значениях магнитных полей. Как видно из рис.2.16б с ростом напряженности $N_s(E, H)$ сжимается в сторону меньших энергий и поднимается в верх по оси N_s . Энергетический спектр и закон дисперсии может меняться в различных точках k - пространства. Это означает, что расстояние между уровнями Ландау в различных частях k - пространства будут разными.



a)



b)

Рис.2.16. Определение изменение плотности энергетических состояний с понижением температуры в сильных магнитных полях с непараболическим законом дисперсии. *a*)- эксперимент (точки) [102] и теория (сплошная линия) для PbTe в $H=32$ кЭ. *b*)- плотность энергетических состояний с непараболическим законом дисперсии для трех разных значений температур

Проведем численный анализ процесса и сравним с экспериментальными результатами изменения ширины запрещенной зоны в квантующем магнитном поле [П.8-10]. Графики плотности состояний при температуре $T = 300$ К по своей форме напоминают плотность состояний неупорядоченных полупроводников [103]. Концепция плотности электронных состояний для некристаллических материалов остается справедливой в той же мере, что и для кристаллических. Особенно важным является вопрос о состояниях в запрещенной зоне. В этой модели было введено понятие “краев подвижности” при энергиях в хвостах зон. Эти края подвижности совпадают с введенными ранее Моттом критическими энергиями, отделяющими локализованные состояния от нелокализованных состояний. Разность между энергиями краев подвижности в зоне проводимости и валентной зоне называют “запрещенной зоной по подвижности” [103].

Здесь при математическом моделировании процесса изменения ширины запрещенной зоны с температурой мы воспользуемся понятием ширины запрещенной зоны [103]. Значения плотности состояний, соответствующие энергии краев запрещенной зоны, - E_c и E_v .

Проанализируем определение ширины запрещенной зоны конкретных полупроводников в сильном магнитном поле. На рис.2.9 с помощью численных экспериментов вычислена плотность состояний в InSb при разных температурах и $H = 300$ кЭ. Как видно, при $E < 0$ находится валентная зона, при $E > E_g$ ($H = 300$ кЭ, $T = 3$ К) - зона проводимости и при $0 < E < E_g$ ($H = 300$ кЭ, $T = 3$ К) - запрещенная зона, в которой отсутствуют энергетические уровни. Здесь $E_c = 0.251$ эВ, $E_v = -0.012$ эВ, $E_g = E_c - E_v = 0.263$ эВ при $H = 300$ кЭ, $T = 3$ К. Однако для InSb $E_g(T = 0, H = 0) = 0.234$ эВ [97]. Отсюда $A_s(H, T) = E_g - E_g(0) = 0.029$ эВ; $n = 0$, $\%m_c = \%m_c^c / 2 + \text{йш}^\circledast / 2 = 0.03$ эВ. Таким

$$A_e(Y, T) * M \odot_c(T, H),$$

$$A_m = \frac{eH}{c} \frac{m}{m_e} \frac{m}{h} \frac{1}{\eta(T)},$$

$$E(Y, T = 0) = E_z(T = 0) + h \odot_c, \quad (2.20)$$

$$E_r(Y, T) = E_g(T) + \frac{Y}{m_0 c} \frac{m}{m_e} \frac{m}{h} \frac{1}{\eta(T)}$$

Если $Y \neq 0$, тогда $E_g(Y, T) \neq E(T)$. Распределение состояний в разрешенных зонах, как в первом случае, будем определять выражением (2.19) и (2.20). Зависимость изменения ширины запрещенной зоны от температуры в сильном магнитном поле в этом случае определяется также, как в предыдущем случае. Также ширина запрещенной зоны при заданной температуре определяется выражением (2.20). На рис.2.17 приведены графики зависимости ширины запрещенной зоны $E_g(H, T)$ от температуры из теоретических расчетов (сплошная линия) и экспериментальный график [97].

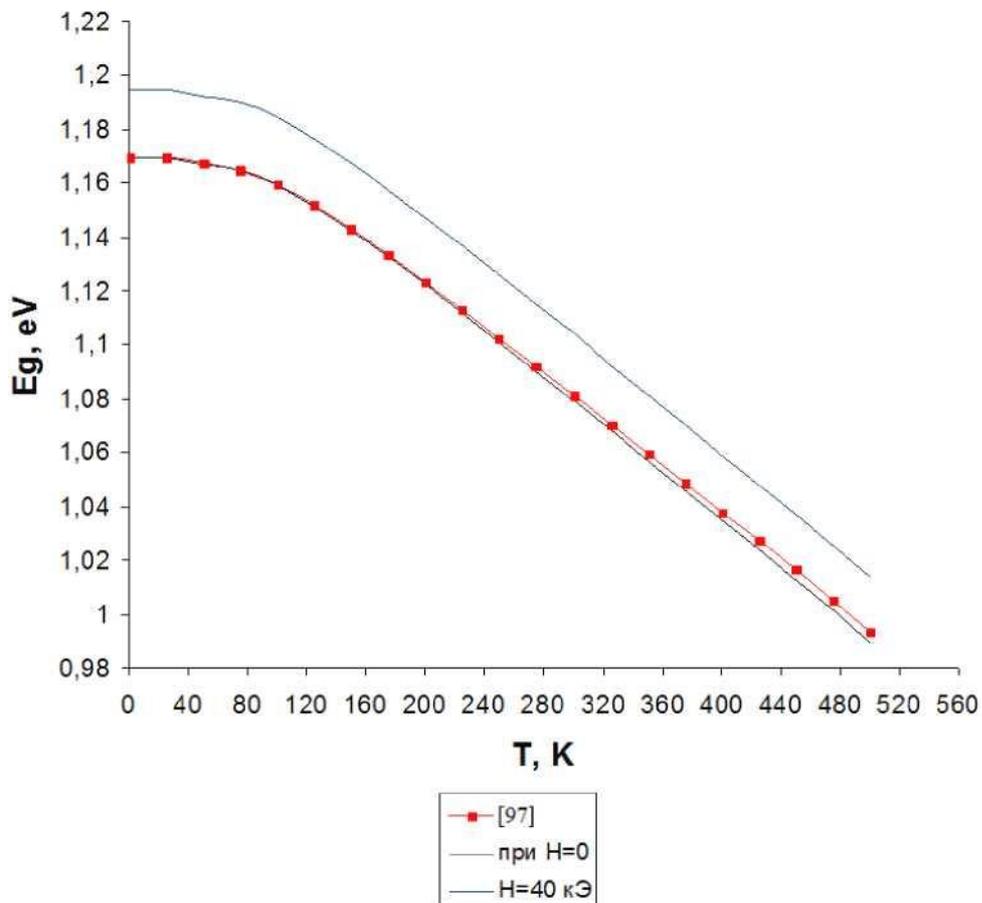


Рис. 2.17. Влияние температуры на ширину запрещенной зоны Si в разных магнитных полях.

для Si:

$$E_g(T = 0, H = 0) = 1.17 \text{ эВ} [97; С.975-990].$$

$$H=40 \text{ кЭ. Отсюда, } A_e(\#, T) = E_g(H) - E_g(0) = 0.025 \text{ эВ}; n = 0,$$

$$ha_c = ha_c^e / 2 + \%G > C / 2 = 0.03 \text{ эВ}.$$

На этом рисунке приведена температурная зависимость ширины запрещенной зоны Si в присутствии и в отсутствие магнитном поле с параболическим законом дисперсии. Как видно, для слабых полей наша теория и эксперимент находятся в хорошем согласии.

Выводы

1. Разработана методика определения термодинамической плотности состояний в квантующем магнитном поле. Для параболического закона дисперсии показано, что плотность состояний в сильном магнитном поле при увеличении температуры совпадает с плотностью состояний в образце без магнитного поля. Показано, что с ростом температуры уровни Ландау за счет термического уширения смыкаются и N_s превращаются в плотность состояний в отсутствии магнитного поля.

2. Получена, новая формула термодинамической плотности состояний в квантующем магнитном поле с непараболическим законом дисперсии. С помощью предложенной формулы, исследована температурная зависимость термодинамической плотности состояний в квантующем магнитном поле с кейновским законом дисперсии.

3. С помощью предложенной формулы исследованы экспериментальные результаты PbS и PbTe [102]. Используя предложенную модель из высокотемпературной N_s рассчитана низкотемпературная плотность состояний. Моделирование температурной зависимости позволили определить уровни Ландау в PbS и PbTe в широких температурных спектрах.

4. Рассмотрено влияние температурного уширения энергетических уровней полупроводника на энергетическую плотность состояний в сильном магнитном поле. Результаты расчетов изменения ширины запрещенной зоны

полупроводника в сильном магнитном поле по порядку величины совпадают с экспериментальными данными. Следовательно, можно сделать вывод, что температурное уширение энергетических состояний зоны проводимости и валентной зоны может существенно изменить ширину запрещенной зоны в квантующем магнитном поле.

5. Установлено, что зависимость эффективной массы электронов от энергии влияет на температурную зависимость ширины запрещенной зоны в квантующем магнитном поле. Исследована температурная зависимость энергетического спектра плотности состояний InSb с учетом зависимости эффективной массы от магнитного поля в зоне проводимости.

6. С помощью предложенной модели исследованы экспериментальные результаты Si [97]. Моделирование температурной зависимости плотности состояний позволило определить ширину запрещенной зоны Si в сильном магнитном поле при разных температурах.

ГЛАВА III. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ КВАНТОВЫХ ОСЦИЛЛЯЦИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

В сильном магнитном поле энергетический спектр электронов полупроводника становится квантованным, вследствие чего плотность электронных состояний как функция энергии приобретает осциллирующей характер. Именно это обстоятельство есть первопричина возникновения осцилляционных зависимостей от магнитного поля ряда равновесных и неравновесных величин, характеризующих состояние и поведение электронов кристалла в квантующем магнитном поле. В настоящее время такие осцилляции объединены общим названием квантовых осцилляционных эффектов.

Целью третьей главы является исследование температурной зависимости осцилляции эффекта ШдГ и дГвА в полупроводниках с учетом термодинамической плотности состояний и определение циклотронной эффективной массы полупроводников с помощью предложенного метода.

3.1. Расчеты влияние температуры на осцилляции эффекта де Гааза-ван Альфена в полупроводниках с учетом термодинамической плотности состояний

В дальнейшем эффекты дГвА развились в классические методы в физике твердого тела и физике полупроводников. Эффект дГвА является универсальным и мощным инструментом для исследования энергетического спектра свободных электронных систем в полупроводниках. В первый раз определение осцилляции магнитной восприимчивости экспериментально наблюдалось в кристаллах висмута при низких температурах и сильных магнитных полях [2]. Интерес к эффекту дГвА возродился в 50-е годы, в значительной степени благодаря теоретическим работам И.М.Лифшица и А.М. Косевича, построивших наиболее строгую теорию осцилляционных

эффектов в металлах [104], и экспериментам Д.Шенберга [40], когда стало ясно, что эффект дГВА является уникальным инструментом исследования поверхности Ферми.

Эффект дГВА в последние годы обусловлен интенсивными исследованиями низкоразмерных структур, прежде всего полупроводниковых наноструктур, в которых спектр уровней Ландау определяется в первую очередь, позициями уровней размерного квантования. В работах [23-24] обнаружены осцилляции дГВА при высоких температурах и слабых магнитных полях с помощью измерений полевых и температурных зависимостей статической магнитной восприимчивости наноразмерных полупроводниках.

В частности, если энергетический спектр оператора чисто дискретный (точечный), то плотность энергетических состояний равна сумме δ -функций, сосредоточенных в точках спектра E_i , амплитуда которых $N_{si} = \psi_i(0) + \psi_i^*(0)$, где $\psi_i(x)$ - нормированные на единицу собственные функции [105]:

$$N(E) = \sum_i N_{si} \delta(E - E_i) \quad (3.1)$$

В этом выражении не учитывается температурное уширение энергетических уровней.

Рассмотрим температурную зависимость осцилляции эффекта дГВА в полупроводниках двумя разными способами:

1. Осцилляции магнитной восприимчивости в сильном магнитном поле обусловлены осцилляциями плотности состояний. Из квантовой механики известно, что при наличии внешнего магнитного поля H магнитный момент электрона может быть направлен либо по полю, и тогда его энергия равна $s - \mu_B H$, либо против поля, и тогда его энергия равна $s + \mu_B H$, где s - энергия электрона без поля. Очевидно, что суммарный магнитный момент 1 см вещества, обусловленный электронами проводимости с моментами, направленными по магнитного полю, равен [98]

$$M = \int_{-\infty}^{\infty} \mu_B f(E - \mu_B H) N(E, H) dE$$

так как $N_s(E, H)dE$ - число квантовых состояний в интервале dE со спином одного направления в квантующем магнитном поле. $f_0(E - \mu_B H)$ -функция Ферми-Дирака, μ_B -магнетон Бора. Аналогично суммарный магнитный момент, обусловленный электронами с моментами, направленными против поля

$$M_- = -j \int_0^{\infty} (E + \mu_B H) N_s(E, H)$$

dE Таким образом, результирующий момент

$$M = M_+ - M_- = M_+ = j \int_0^{\infty} \{f_0(E - \mu_B H) - f_0(E + \mu_B H)\} N(E, H) dE$$

Для малых магнитных полей можно разложить $f_0(E + \mu_B H)$ в ряд по $\mu_B H$ и ограничиться членом первой степени; тогда

$$M = 2j \int_0^{\infty} (-\mu_B H) N(E, H) dE,$$

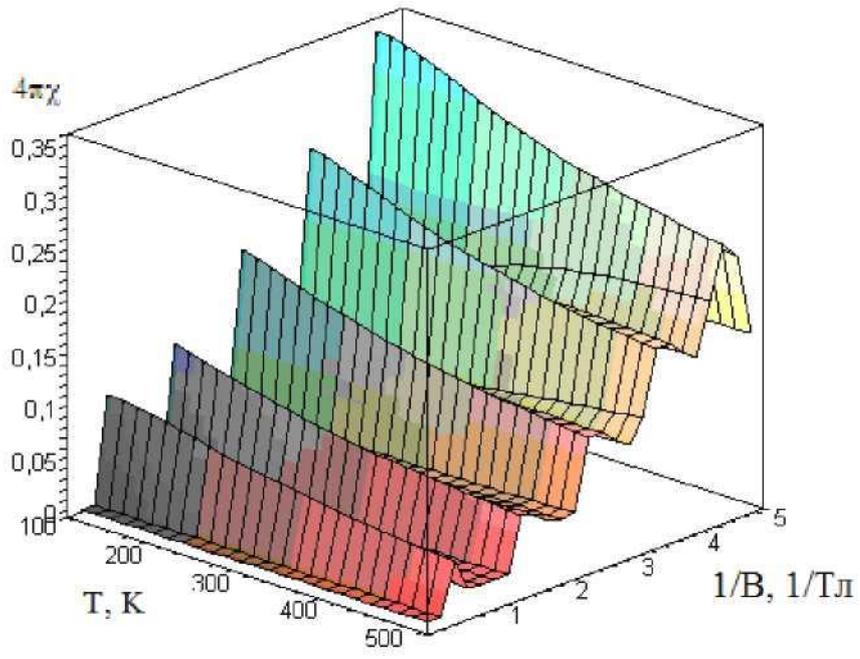
Для исследования температурной зависимости осцилляций магнитной

восприимчивости $\frac{\partial \chi(E)}{\partial E}$ заменим на $\frac{d \chi(E, j, T)}{dE}$ - функцию, тогда для

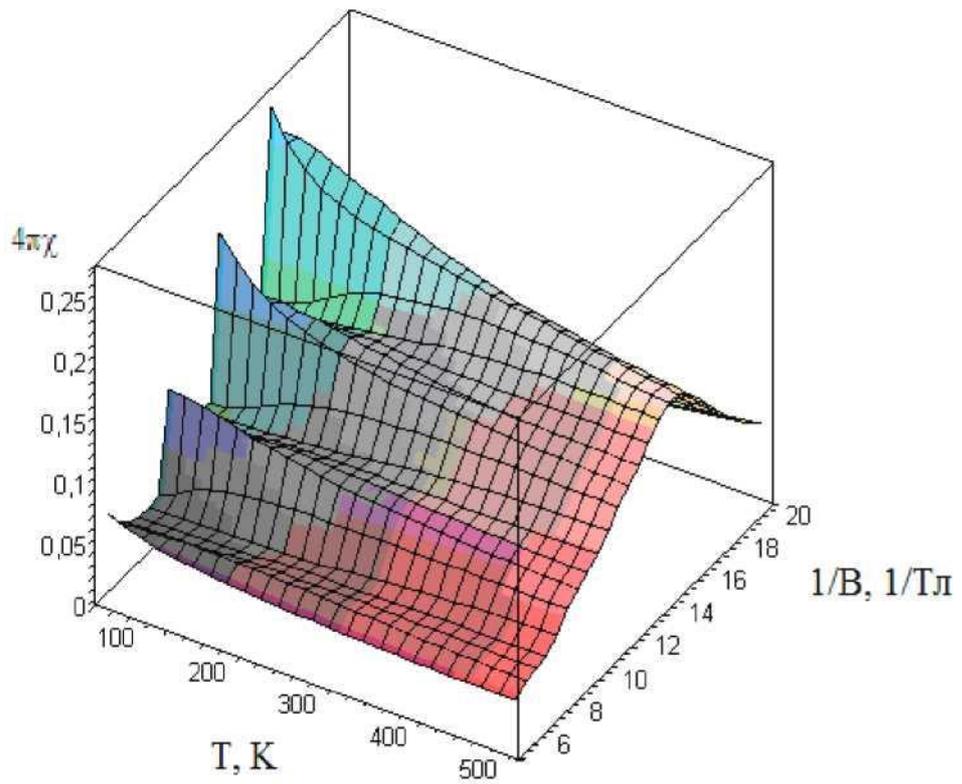
магнитной восприимчивости получим следующее выражение:

$$\chi = -2j \int_0^{\infty} \frac{dN(E, H)}{dE} dE \quad (3.2)$$

Можно наблюдать температурную зависимость магнитной восприимчивости (эффект дГВА) в полупроводниках с помощью этой формулы. А также, дает возможность вычисление температурная зависимость осцилляции эффекта дГВА в полупроводниках с помощью формулы (2.15), (2.13) и (3.2) с параболическим и непараболическим законом дисперсии. На рис. 3.1а приведен эффект осцилляции дГВА при высоких температурах и слабых магнитных полях. С помощью численных экспериментов рассчитаны осцилляции дГВА при различных температурах. На рис. 3.1б показано превращение сплошного спектра осцилляционного уровней с повышением температуры. (Рис.3.1а и 3.1б).



a)



b)

Рис. 3.1. Магнитная восприимчивость полупроводника (Осцилляции де Гааза-ван Альфена) в слабых магнитных полях (а- $\omega = [0,1;5]7\text{л}^{-1}$ и б-

H

2. Рассмотрим свободную энергию электронного газа. Согласно, распределению Гиббса можно написать в виде [106-107]

$$F = -kT \ln \sum_n \exp(-\epsilon_n / kT) \quad (3.3)$$

Где, ϵ_n -уровень энергии системы.

Свободная энергия электронов выражается через плотность состояний в квантующем магнитном поле и определяется по следующей формуле [98]:

$$F = nE, \frac{16m^{3/2} (ju^*H)^{5/2}}{2\pi^2 u^*H} \text{гуг} \left(\frac{B}{B_0} \right)^{3/2} \frac{dF}{dB} \quad (3.4)$$

Где $u^* = \frac{1}{m^*} \sqrt{2m^*U_B}$, U_B , H -напряженность магнитного поля, N -число уровней

Ландау,

$$\frac{d^2 F}{dB^2} = - \frac{\exp(-kT)}{(E - E_0)^2} \quad (3.5)$$

Производная второго порядка от $F(H, T)$ по напряженности магнитного поля, есть магнитная восприимчивость

$$X(H, T) = \frac{\partial^2 F(H, T)}{\partial H^2} \quad (3.6)$$

На рис.3.2 приведены графики осцилляций магнитной восприимчивости вычисленные по формулам (3.4-3.6) в сильном магнитном поле, при температуре $T=5K$, $m^*/m_0=1$. При таких низких температурах влияние термического уширения слабое. На рис.3.3 приведены осцилляции магнитной восприимчивости для разных температурах. Как видно из этих рисунков, при температуре $T=80K$ пики осцилляции эффект дГВА обусловленное квантованием Ландау не наблюдается.

В работах [6] определение вероятности опустошений энергетических

состояний показало что, если $E_0 = kT \ln \left(\frac{nT}{T_0} \right)$ то функция вероятности

опустошения энергетических состояний

$$p(E_0, E, T) = 1 - \exp \left(- \frac{E_0 - E}{kT} \right)$$

является ступенчатой функцией, её производная

$$\xi = M \text{tanh}(F/T) = \pm \exp(\pm \mu_B \hbar^{-1} \langle p^2 \rangle^{1/2} / E) \quad (3.7)$$

при низких температурах описывает дельта - функцию Дирака. Таким образом, для исследования температурной зависимости осцилляций магнитной восприимчивости в формуле (3.4) $\frac{d\chi_0(E)}{dE}$ заменим на $G_N(E_0, E, T)$ - функцию.

Тогда можно рассчитать температурную зависимость осцилляций магнитной восприимчивости с помощью формул (3.4), (3.6) и (3.7). На рис.3.3 приведена температурная зависимость осцилляций магнитной восприимчивости вычисленная с помощью формул (3.6) и (3.7). Из рис.3.3 видно, что с ростом напряженности магнитного поля амплитуда осцилляций магнитной восприимчивости $\chi(H, T)$ возрастает.

3.2. Исследование зависимости осцилляции эффекта Шубникова-де Гааза от температуры в полупроводниках

Известно, что кинетические коэффициенты вырожденного электронного газа при пересечении квазиуровня Ферми уровнями Ландау в квантующем магнитном поле осциллируют. Такие параметры как эффективная масса, время релаксации и концентрация носителей заряда обычно определяются из измерений осцилляций продольного магнитопроводимости.

Физическая причина очевидна: проводимость металла $\sigma \sim N_s(E, H)$ определяется в том числе и плотностью состояний на ферми-поверхности. Поэтому периодическое изменение плотности состояний при пересечении уровнем Ландау поверхности Ферми будет приводить к осцилляции продольного магнитосопротивления.

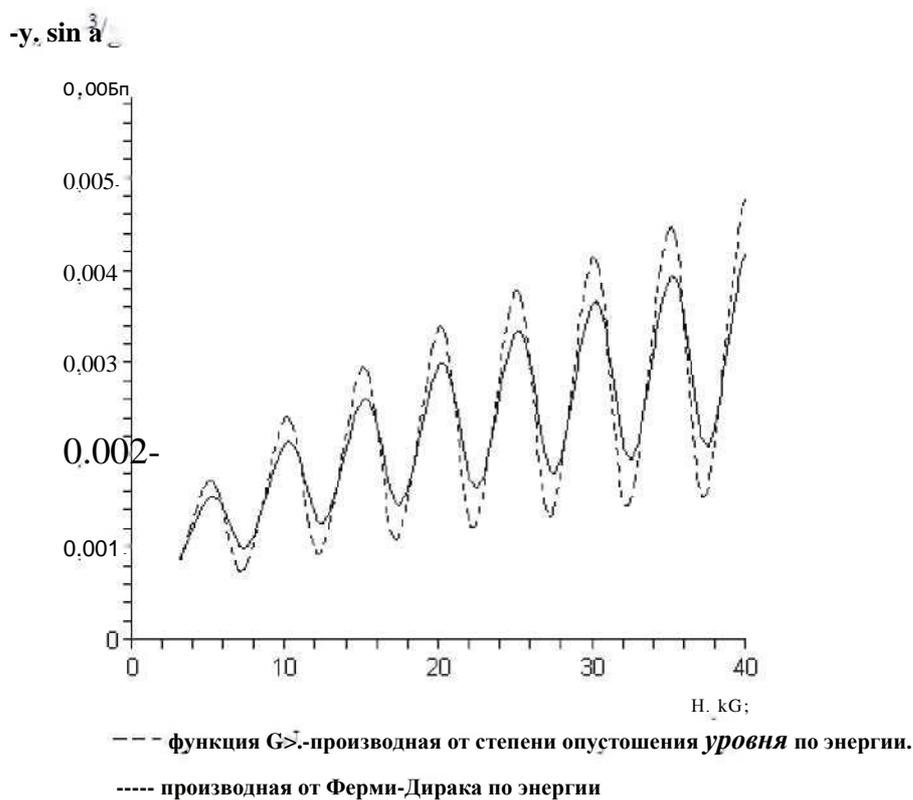


Рис.3.2. Зависимость осцилляций магнитной восприимчивости от напряженности магнитного поля

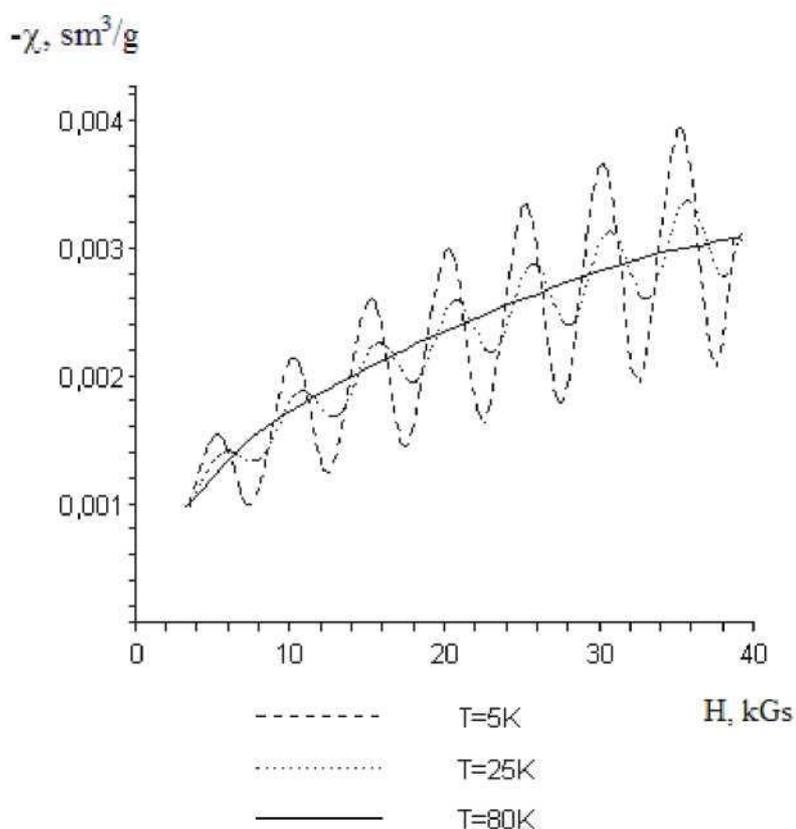


Рис.3.3. Изменение магнитной восприимчивости для разных температур в сильных магнитных полях, вычисленная формулами (3.5) и (3.6).

Адамс и Холстейн [108] дали приближенную формулу, которая с хорошей точностью аппроксимирует плотность состояний на уровне Ферми:

$$\rho^{(M)} = \frac{m^2}{2} \left(\frac{\hbar m}{\hbar m_c} \right)^{-1/2} \frac{1}{\gamma} \frac{M - M^2}{\sqrt{M}} \frac{4 - 1/2 f}{2} \frac{N + 1}{M^{s_M} + 1}$$

Здесь, s_M - энергия уровня Ландау, ближайшего снизу к уровню Ферми.

Эта формула справедлива, если $s_M \gg \hbar \omega_c$. Второе и третье слагаемые в формуле есть периодические функции $1/N$, обуславливающие осцилляционное поведение плотности состояний. В этом выражение не рассмотрена температурная зависимость плотности состояний.

Для наблюдения осцилляций ШдГ необходимо, чтобы были выполнены условия

$$\begin{aligned} \hbar \omega_c &\gg 1 \\ \hbar m &> \dots \end{aligned}$$

Из этих условий следуют, что для наблюдения осцилляций ШдГ необходимо вырождение электронного газа $m > kT$. Ясно, что при этом кинетические коэффициенты и магнитная восприимчивость определяют плотность состояний у уровня Ферми [87].

Целью настоящего параграфа является теоретическое исследование температурной зависимости осцилляций ШдГ в полупроводниках.

Когда электрические и магнитные поля направлены одинаково, ток образуется неквантованным движением носителей заряда. Мы рассмотрим зависимости продольного сопротивления от магнитного поля и температуры в полупроводниках. В этом случае для каждого уровня Ландау можно ввести свою бoльцмановскую функцию распределения $f_N(k_z)$ и свое время релаксации τ_N . Функция распределения удовлетворяет кинетическому уравнению [87]:

$$\frac{\partial f_N}{\partial t} + \frac{eE_z}{\hbar} \frac{\partial f_N}{\partial k_z} = - \frac{f_N - f_{0N}}{\tau_N} \quad (3.8)$$

Ток, связанный с N -м квантовым уровнем, может быть вычислен обычным путем:

$$J_z N = \frac{e^2 E_z}{\hbar m} \int T_N^f dk \quad (3.9)$$

В результате получаем проводимость по оси z в сильном магнитном поле [87]:

$$\frac{1}{(2m)^2} \frac{e^2}{\hbar^3} \frac{\hbar a_c}{c} \int_{\hbar \omega > c}^j z T_N(E) N_s(E_N, H) dE \quad (3.10)$$

Здесь, ω_c - циклотронная частота. $T_N(E)$ - время релаксации по энергии. Время релаксации берём в следующем виде: $\tau = \tau_0 E^r$. Показатель степени r имеет различные значения для разных механизмов рассеяния. Например, в случае рассеяния на акустических колебаниях и ионах примеси показатель степени равно -2 и 2 [98]. $N_s(E_N, H)$ - плотность состояний в квантующем магнитном поле при абсолютном нуле температуры. $\frac{df_0(E)}{dE}$ - производная по энергии от функции распределения Ферми-Дирака. Для анализа этой функции рассмотрим ее производную по энергии:

$$\frac{df_0(E, \mu, T)}{dE} = \frac{\exp\left(\frac{E - \mu}{kT}\right)}{1 + \exp\left(\frac{E - \mu}{kT}\right)^2} \quad (3.11)$$

В работе [90] обсуждались определение термодинамической плотности состояний в сильном магнитном поле. Термодинамическая плотность состояний такой системы представляет собой набор дельта функциональных пиков, стоящих друг от друга на $\hbar a_c$.

Таким образом, термическое уширение будет учитываться с помощью производной по энергии функции распределения Ферми-Дирака $\frac{df_0(E, \mu, T)}{dE}$.

Исследованием плотности состояний с помощью разложение в ряд по $\frac{df_0(E, \mu, T)}{dE}$ - функциям удалось объяснить температурную зависимость

энергетических щелей в полупроводниках [83]. Результирующая плотность состояний, учитывающая вклад термического уширения всех состояний будет описываться суммой всех уширений в рассматриваемой области энергии.

Математически это сводится к разложению в ряд плотности

состояний $N_s(E, H, T)$ при температуре T , по $\frac{E - E_N}{kT}$ - функциям. Причем,

коэффициентом разложения $N_s(E_N, H)$ являются плотность энергетических состояний, которое не учитывает термическое уширение уровней. При стремлении к абсолютному нулю термодинамическая плотность состояний превратится в коэффициент разложения в ряд по $\frac{E - E_N}{kT}$ - функциям.

Отсюда, мы определяем температурную зависимость осцилляции ШдГ в квантующем магнитном поле:

$$\chi(H, T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dN_s(E, H, T)}{dE} dE \quad (3.12)$$

и продольного сопротивления $\rho_{zz}(H, T) = \chi(H, T)$

В результате мы получим осцилляции ШдГ при низких температурах с помощью формул (3.12) [П.11]. На рис.3.4 приведена зависимость продольного сопротивления от сильного магнитного поля при температуре $T=5$ К, при числе уровней Ландау $N=10$. Каждая осцилляция амплитуды соответствует одному дискретному уровню Ландау. Таким образом, осцилляции плотности состояний наблюдается при температурах $kT \ll \hbar\omega_c$. С ростом магнитного поля амплитуда осцилляций продольного магнетосопротивления увеличивается. С ростом температуры, амплитуда таких осцилляций уменьшаются. На рис.3.5 приведено осцилляции ШдГ при разных температурах. Как видно из рисунка, с ростом температуры уменьшаются резкие пики амплитуды осцилляции ШдГ обусловленное квантованием уровней Ландау. На рис.3.6 показано трехмерное изображение осцилляций продольного сопротивления, вычисленная по формуле (3.12). В этом рисунке продольное сопротивление изменяется по температуры и

магнитному полю. Как видно из рисунков, амплитуды осцилляции ШдГ исчезают при $T=80$ К. Это трехмерное изображение получено при механизме рассеянии на акустических колебаниях. Такие же графики можно получить и для других механизмов рассеяния.

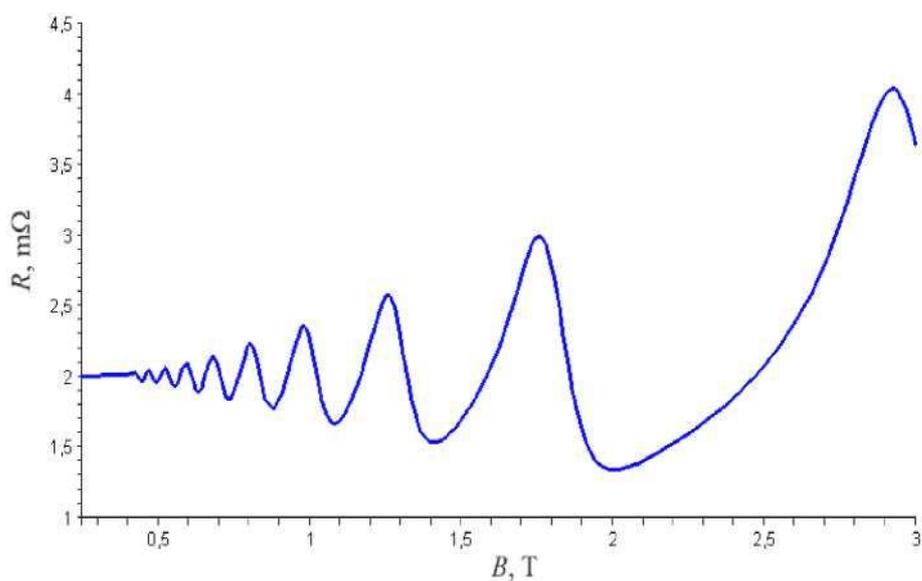


Рис.3.4. Осцилляции Шубникова-де Гааза при температуре $T=5$ К, вычисленная по формуле (3.12) для $m = m_0 E^\wedge$.

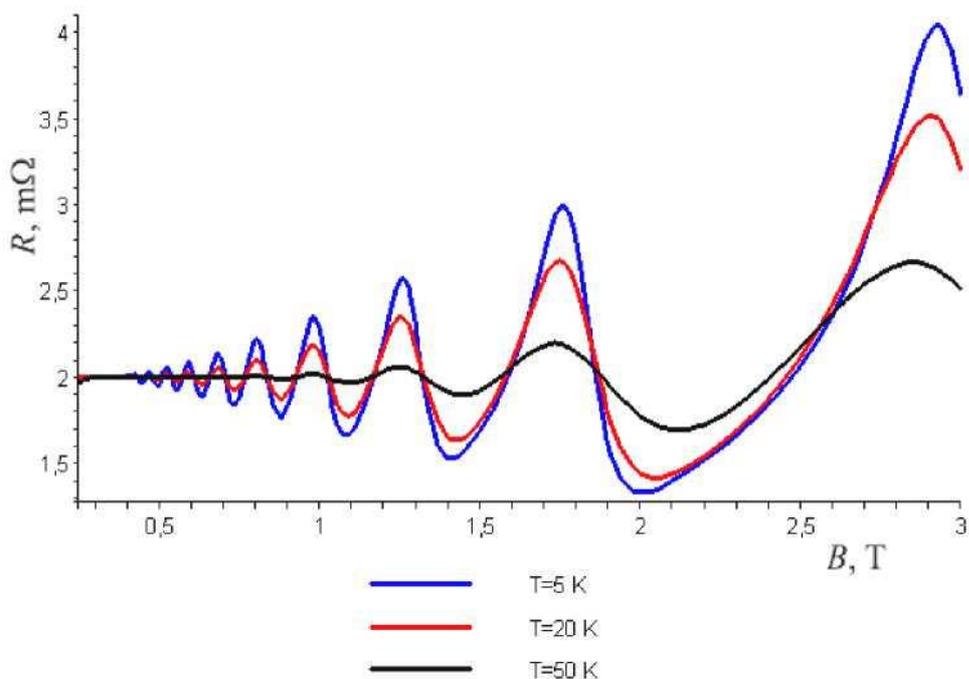


Рис.3.5. Влияние температуры на осцилляции Шубникова-де Гааза, вычисленная по формулу (3.12) для $t = t E^\wedge$

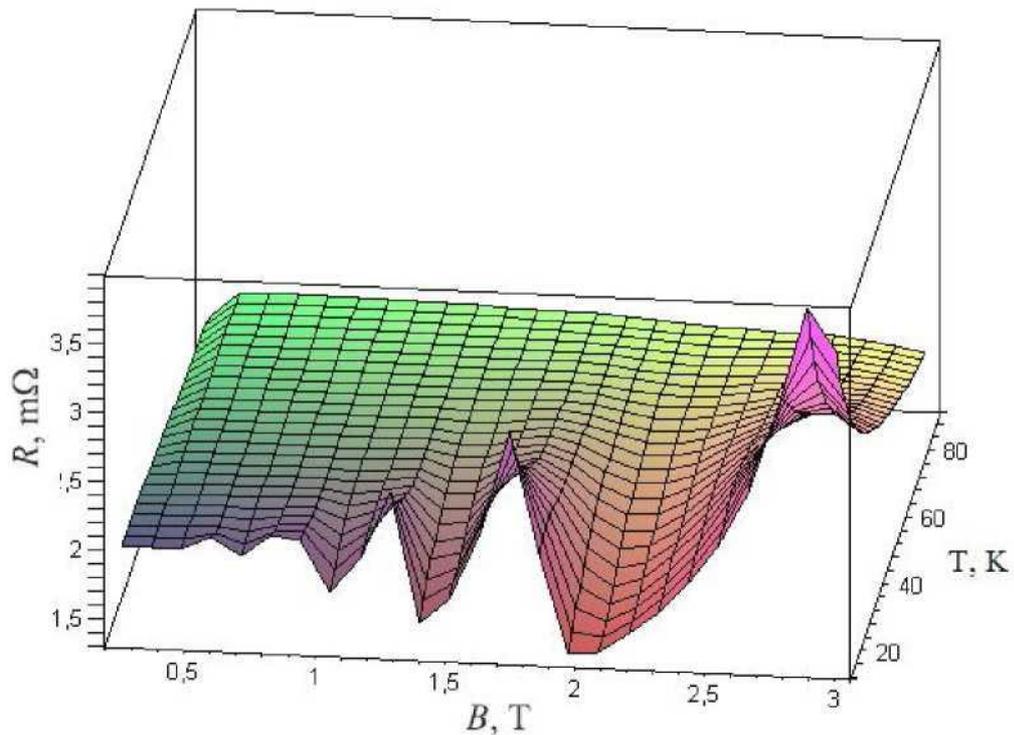


Рис.3.6. Трехмерное изображение осцилляций Шубникова-де Гааза, вычисленная по формулу (3.12) для $\gamma = \gamma E^\wedge$

3.3. Определение циклотронной эффективной массы электронов с помощью осцилляций эффекта Шубникова-де Гааза

Введение понятия эффективной массы m оказалось плодотворным для изучения полупроводников. Оно значительно облегчило трактовку ряда математических результатов теории, которые без использования понятия эффективной массы имели бы весьма формальный характер. Эффективная масса может служить, в определенных пределах, удобной характеристикой для описания стационарных решений одноэлектронной задачи, то есть, зависимости $s_n(k)$, с одной стороны, и законов движения носителей заряда по внешним воздействиям - с другой.

Как известно, эффективная масса будет сильно зависит от температуры, давление, электрического и магнитного поля в полупроводниках. А также, эффективная масса имеет следующие типы:

эффективная плотность состояний, эффективная масса проводимости, циклотронная эффективная масса.

Завадский и Зак [109] рассмотрели задачу о стационарных электронах в скрещенных электрическом E и магнитном H полях. Для получения уравнения эффективной массы необходимо исключить межзонные матричные элементы, возникающие от членов в гамильтониане, содержащих электрическое и магнитное поля.

Теперь применимость приближения эффективной массы ограничивается еще отношением напряженностей электрического и магнитного полей:

$$\frac{eEa}{\hbar eH / m_n c} \ll 1$$

Рассмотрим определение циклотронной эффективной массы с помощью осцилляции эффекта ШдГ в полупроводниках. Амплитуда осцилляций магнетосопротивления возрастает при понижении температуры, что дает возможность определить эффективную массу электронов. Использование эффекта ШдГ для измерения эффективной массы электронов в полупроводниках основано на температурной зависимости амплитуды осцилляции ШдГ [110]. В экспериментах [110-111] эффективная масса электронов определена при низких температурах с помощью осцилляции ШдГ. Осцилляции продольного сопротивления обусловлена периодически повторяющимися изменениями плотности состояний электронов. Как видно из выражение (3.12), продольное магнетосопротивление зависит от осцилляций термодинамической плотности состояний. В формуле (3.12) термодинамическая плотность состояний является коэффициентом

разложения магнетосопротивления в ряд по $\frac{\hbar \omega(E, T)}{kT}$ - функциям. Таким

$$dE$$

образом, высота каждого пика является амплитудой осцилляции ШдГ. Это дает нам возможность определения эффективной массы электронов при низких температурах. С ростом температуры каждый пик (осцилляции амплитуды ШдГ) уменьшается.

Из рисунка (3.7) мы определяем амплитуды продольного сопротивления при магнитном поле $B=1,8T$: $arch \frac{m, \epsilon}{A(T1, B)} = arch \frac{7}{67} = 0,299$.

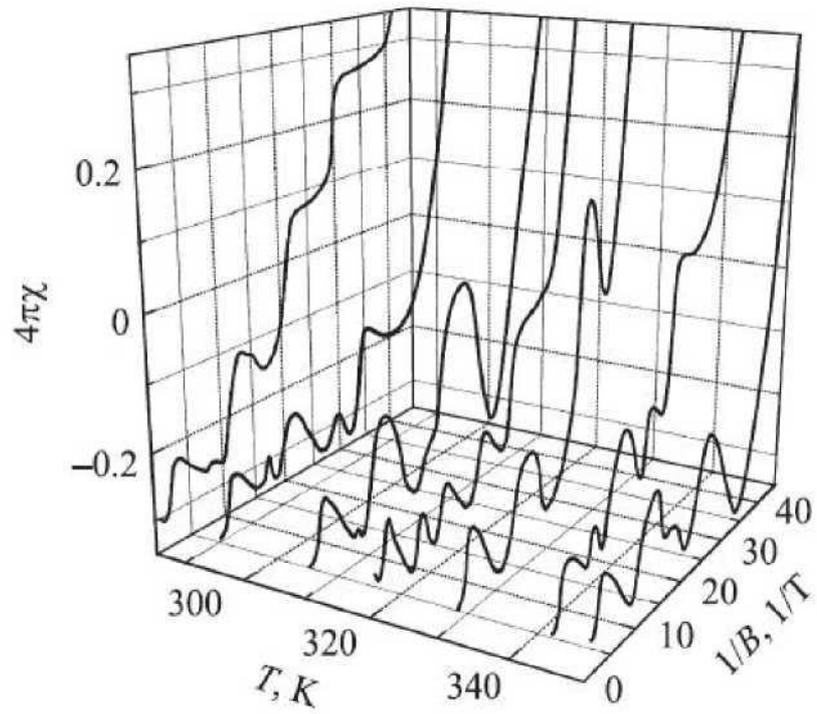
Таким образом, используя эти величины мы получим эффективную массу электрона: $m_c = 6,65 \cdot 10^{-32}$ кг или $m_c = 0,073m_0$. Отсюда, у нас возникает возможность расчета циклотронной эффективной массы при помощи выражения (3.12) и (3.14). На таблице 3.1 сравниваются теоретические и экспериментальные данные для циклотронной эффективной массы электронов в полупроводниках. Здесь теоретические данные вычисляются с помощью формул (3.12) и (3.14). Как видно из таблицы, экспериментальные и теоретические данные хорошо согласуются.

Таблица 3.1.

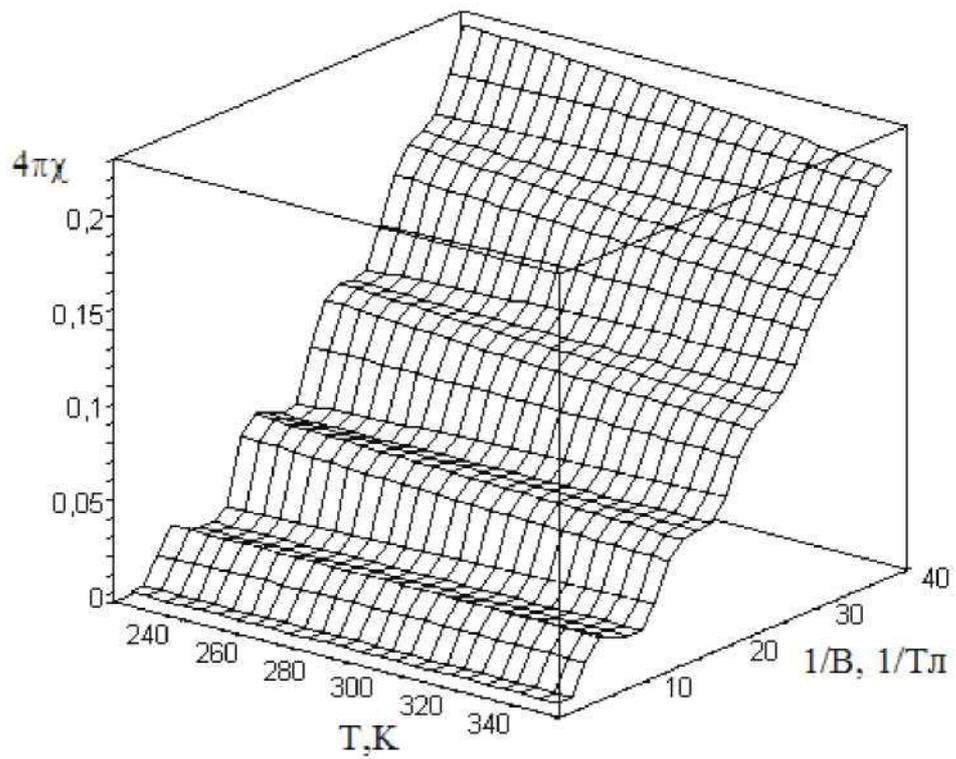
№	Образцы	*	
		Теория — m_0	Эксперимент — m_0
1	p-Sb _{2-x} Tl _x №3	0.085	0.083 [112]
2	n-Bi _{2-x} Tl _x Se ₃	0.108	0.105 [113]
3	Bi ₂ Se ₃	0.128	0.12 [113] ; 0.14 [114,115,116]
4	SiGe/Ge/SiGe	0.113	0.112 [117]

3.4. Сравнение теории с экспериментальными данными в квантовых осцилляционных явлениях с параболическим законом дисперсии

В работах [23-24] определена температурная зависимость осцилляции дГВА при высоких температурах в слабых магнитных полях в низкоразмерных полупроводниках. (Рис. 3.8а). Таким образом, можно вычислить осцилляции эффекта ШдГ в таких полупроводниках с помощью формулы (3.2). На рис. 3.8b приведены осцилляции дГВА в наноструктуре CdV_xF_{2-x}/p-CdF₂-QW/ CdV_xF_{2-x} на поверхности кристалла n-CdF₂. Как видно из рисунка (3.8а) и (3.8b), что осцилляции эффекта дГВА сравниваются качественно.



a)



b)

Рис. 3.8. Осцилляции дГВА в низкоразмерных полупроводниках, измеренный при различных температурах

a) эксперимент [23, 24], b) расчет с помощью формулы 3.2.

В работе [82] определена типичная кривая зависимость магнитного момента от магнитного поля. У большинства металлов зависимость магнитного момента от магнитного поля не ограничивается одной гармоникой, а представляет из себя суперпозицию нескольких гармоник, причем, как правило, с резко различными периодами (на рис.3.9).

На рис. 3.10 была показана зависимость магнитной восприимчивости и температуры от обратного магнитного поля в расширенном масштабе (в интервале значений $\frac{1}{H} = (0; 10] \text{ Тл}^{-1}$), а также представлено возникновение дополнительных осцилляционных уровней, т.е., ярко выражено наблюдение эффекта дГ вА.

В работе [40] эксперименты на висмуте были проведены в более сильных магнитных полях и низких температурах. Исходными данными для применения формул (3.6) и (3.7) является экспериментальная осцилляция магнитной восприимчивости при конкретной температуре T (температура эксперимента).

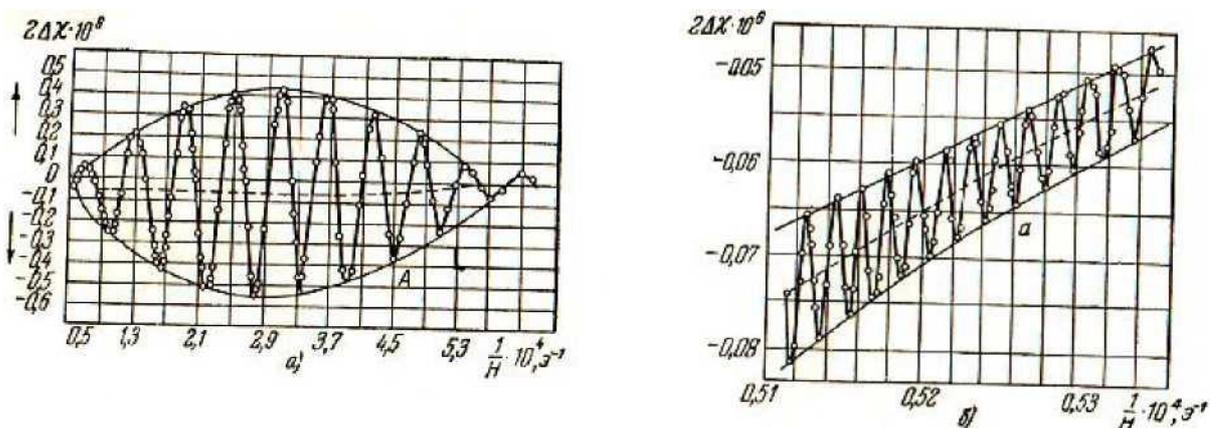


Рис.3.9. а) Типичная кривая зависимость $\chi(H)$ магнитной восприимчивости от обратного магнитного поля. б) Тонкая структура явления де Гааза-ван Альфена. Кривая a представляет собой растянутый по обеим координатным осям начальный участок кривой А (кристалл Zn, $T=4,2 \text{ } ^\circ\text{K}$) [82]

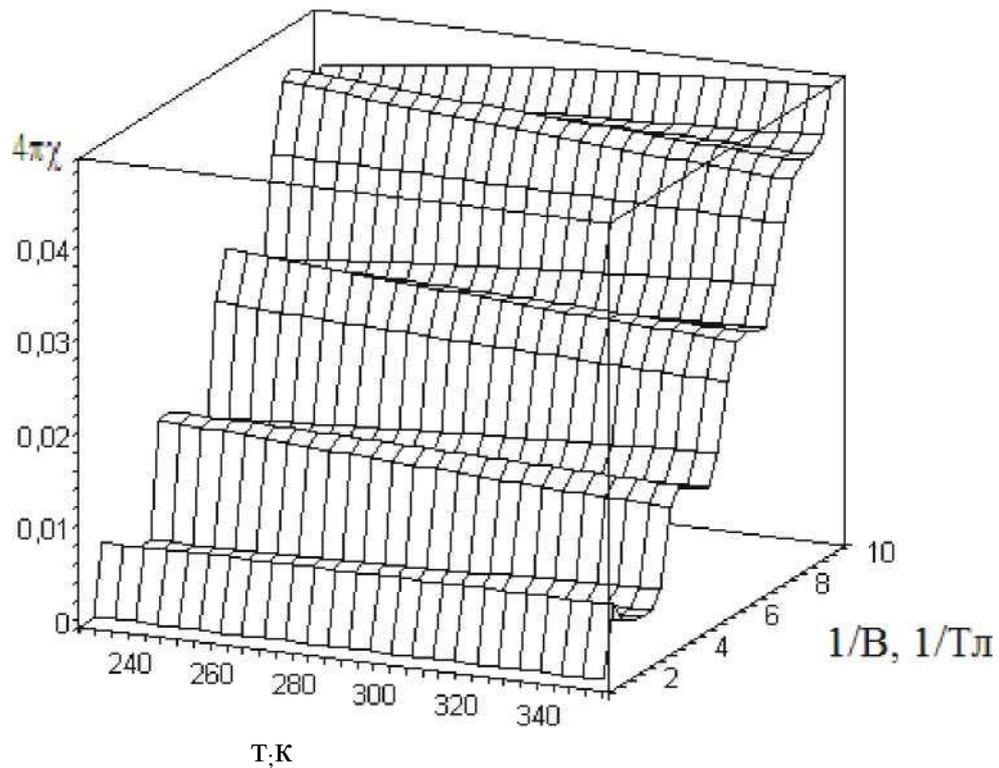


Рис.3.10. Осцилляции де Гааза-ван Альфена представляет собой растянутый по обеим координатным осям начальный участок кривой рис. 3.8b.

На рис. 3.11a приведена осцилляция магнитной восприимчивости при температуре $T=14,15\text{K}$. Для обработки экспериментального результата сначала требуется разложение магнитной восприимчивости в ряд по $\chi_0(E, V, T)$ функциям. На рис. 3.11b показана теоретическая подгоняющая

осцилляция магнитной восприимчивости, полученная разложением экспериментального графика рис. 3.11a в ряд по $\frac{df_0(E, \mu, T)}{dE}$ функциям.

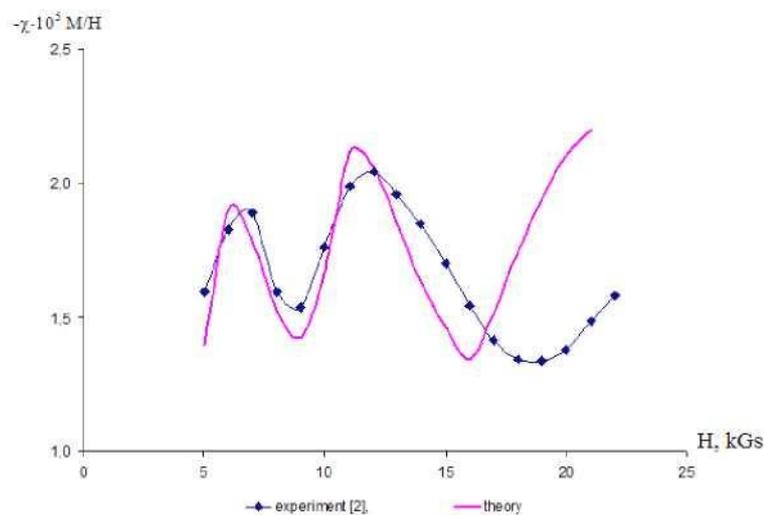
Сравнение рис. 3.11a и рис. 3.11b показывает, что осцилляции магнитной восприимчивости для висмута наблюдается при температуре эксперимента.

Потому что, в этом эксперименте $ha_c \ll 0,08eV$ при температуре $T=14,2\text{K}$,

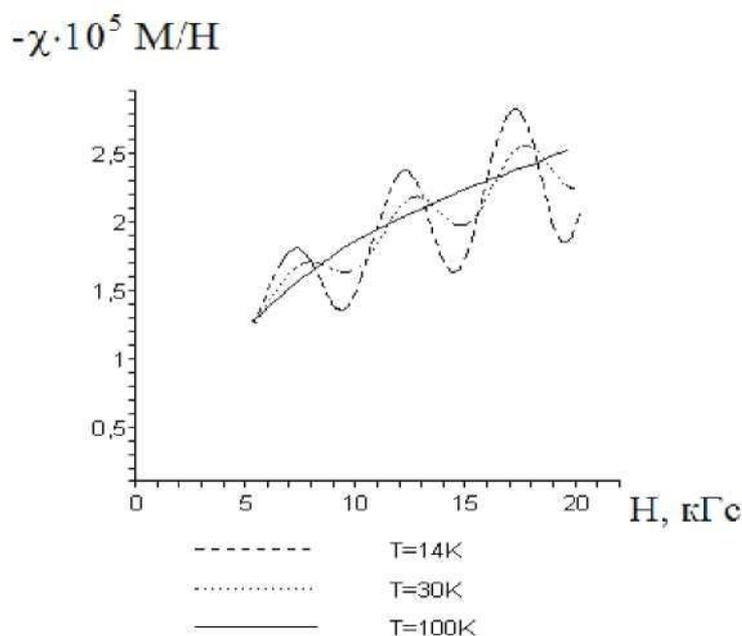
— « $41, kT \ll ha_c$ В этом случае уровни Ландау проявляются резко. С kT

ростом температуры резкие всплески начинают сглаживаются и при достаточно высоких температурах $kT > ha$, $\chi(H, T)$ превращаются в сплошной

спектр магнитной восприимчивости. На рис. 3.11b приведена $\chi(H, T)$ для разных температур в сильном магнитном поле. При температуре 100К для висмута осцилляции магнитной восприимчивости не наблюдается. Теоретические расчеты для этих материалов, хорошо совпадают с экспериментальными данными.



a)



b)

Рис.3.11. Изменение осцилляции магнитной восприимчивости в сильном квантующем магнитном поле. a)- эксперимент [40] и модельный расчет для висмута при $T=14,15\text{K}$, b) - осцилляции магнитной восприимчивости в сильном магнитном поле для трех разных значений температур.

В работе [112] экспериментально рассмотрены осцилляции эффекта ШдГ в монокристаллах $w\text{-Bi}_{2-x}\text{Tl}_x\text{Se}_3$ и $\wedge\text{-Sb}_{2-x}\text{Tl}_x\text{Te}_3$ при температуре $T = 4.2$ К. На рис. 3.12 приведена зависимость изменения сопротивления от сильного магнитного поля в $\text{Bi}_{1.99}\text{Tl}_{0.01}\text{Se}_3$ [112]. Проанализируем влияние температуры на эффект ШдГ с помощью выражений (3.12). Из выражения (3.12) можно построить изменение эффекта ШдГ при разных температурах (рис. 3.13). С помощью формулы (3.12) сначала рассмотрим осцилляции эффекта ШдГ в $\text{Bi}_{1.99}\text{Tl}_{0.01}\text{Se}_3$ (рис. 3.13). Из этих результатов следует, что с ростом температуры осцилляции магнетосопротивления уменьшаются и превращаются в сплошную линию. Это обусловлено тем, что при высоких температурах термодинамические плотности состояний в квантующем магнитном поле сглаживаются (рис.3.14). Как видно из наших теоретических расчетов, осцилляции ШдГ при температуре $T = 50$ К исчезают.

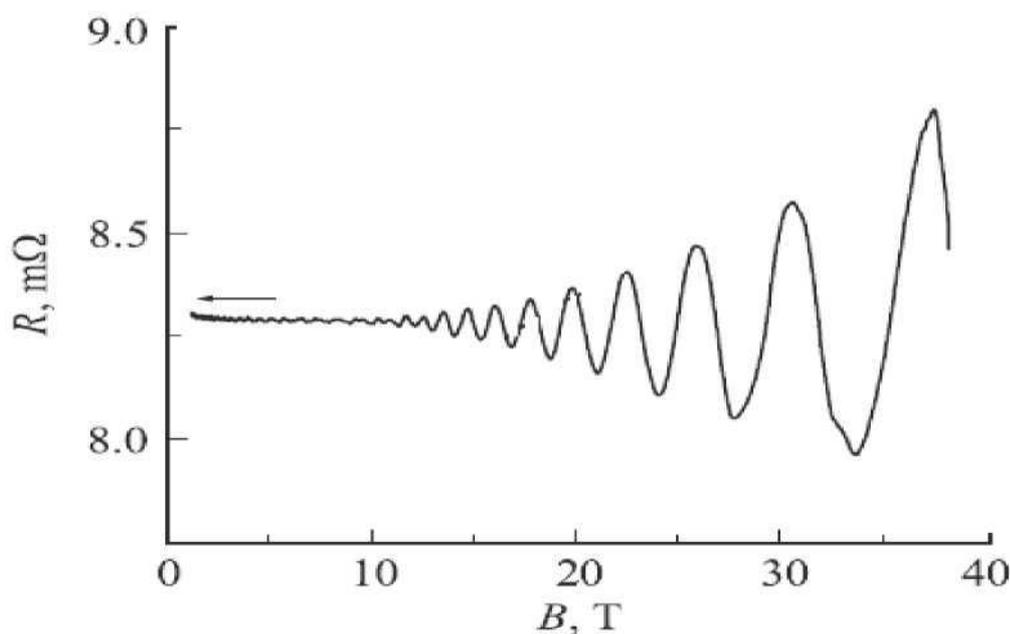


Рис.3.12. Изменение магнетосопротивление R при температуре 4,2 К образцов $\text{Bi}_{1.99}\text{Tl}_{0.01}\text{Se}_3$ [112].

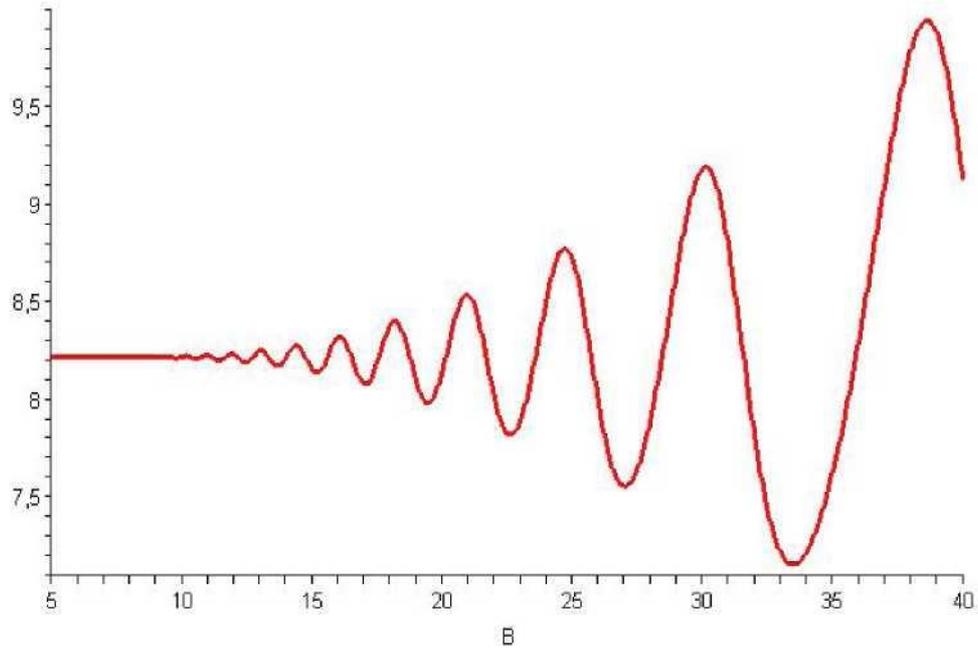


Рис.3.13. Определение осцилляции эффекта ШдГ при температуре 4.2 К в $\text{Bi}_{1.99}\text{Tl}_{0.01}\text{Se}_3$ с помощью формулы (3.12)

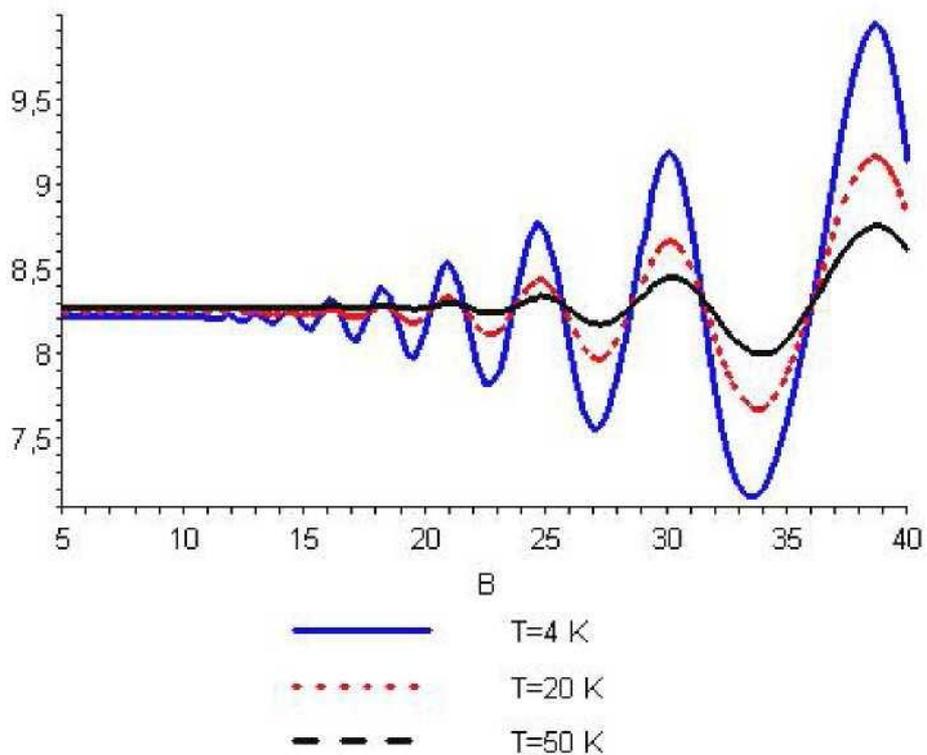


Рис.3.14. Влияние температуры на осцилляции магнетосопротивление в $\text{Bi}_{1.99}\text{Tl}_{0.01}\text{Se}_3$

Выводы

1. Создана теория температурной зависимости осцилляции эффект дГВА в полупроводниках. Температурная зависимость осцилляции эффект дГВА объясняется термическим уширением уровней Ландау в магнитном поле. Влияния температуры на эффект осцилляции дГВА объясняется температурной зависимостью термодинамической плотности состояний в магнитном поле.

2. Результаты теоретических расчетов качественно сравнивались с экспериментальными результатами в низкоразмерных полупроводниках.

3. Определено влияние температуры на эффект де Гааза - ван Альфена с помощью свободной энергии электронов ($\chi(H, T)$) в полупроводниках. Теоретические результаты математического моделирования сравниваются с экспериментальными данными для висмута. Используя предложенную модель из низкотемпературной $\chi(H, T)$ рассчитана высокотемпературная осцилляция магнитной восприимчивости в полупроводниках

4. Построена теория температурной зависимости осцилляций эффекта Шубникова - де Гааза с учетом термических уширений уровней Ландау в полупроводниках.

5. Предложен новый метод определения циклотронной эффективной массы электронов из данных осцилляции ШдГ. Создано трехмерное изображение осцилляций ШдГ в полупроводниках.

6. Полученные теоретические результаты сопоставлены с экспериментальными данными в $\text{Bi}_9\text{Tl}_{0.01}\text{Se}_3$.

ГЛАВА IV. ОСЦИЛЛЯЦИИ МЕЖЗОННОЕ МАГНИТООПТИЧЕСКОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ С КЕЙНОВСКИМ ЗАКОНОМ ДИСПЕРСИИ

Развитие технологии роста полупроводниковых наноструктур привело к созданию высокоэффективных электронных и оптоэлектронных приборов. Появилась возможность конструировать многослойные структуры с необходимым профилем локализации, распределения носителей заряда и электронного спектра. Этот прогресс был бы невозможен без развития методов расчета зонной структуры и интенсивных экспериментальных исследований электрических, магнитных и оптических свойств монокристаллических полупроводников [47, 118].

Таким образом, в данной главе рассмотрено осцилляции межзонного магнитооптического поглощение в полупроводниках с кейновским законом дисперсии. А также, сравнивается изменение осцилляции комбинированной плотности состояний по энергии фотона для разных уровней Ландау в параболических и непараболических зонах.

4.1. Осцилляции комбинированной плотности состояний в полупроводниках с неквадратичным законом дисперсии

Одним из наиболее эффективных методов изучения зонной структуры полупроводников является исследование магнитопоглощения, которое может быть вызвано как внутризонными, так и межзонными переходами. В слабых магнитных полях этот метод дает значение эффективной массы носителей на уровне Ферми, а в квантующих- позволяет определять расстояние между уровнями Ландау, между которыми происходят оптические переходы [119-120]. С его помощью можно выявлять непараболичность закона дисперсии и тем самым получать информацию об особенностях зонной структуры новых материалов. Кроме того, данный метод позволяет выявлять «тонкие» эффекты, например, влияние электрон - электронного взаимодействия [121] и отсутствие центра инверсии в элементарной ячейке [122]. Для получения

детальной информации в структурах с сильной непараболическостью необходимо проводить исследования магнитопоглощения в широком диапазоне энергий, что в свою очередь требует использования больших магнитных полей.

Целью данной в параграфе является расчет осцилляции межзонного магнитопоглощения в полупроводниках с непараболическим законом дисперсии

Рассмотрим изменение осцилляции комбинированной плотности состояний (КПС) в полупроводниках с непараболическим законом дисперсии. Непараболическость зоны проводимости для электронов можно записать следующим выражением [87]:

$$E = E_g + \frac{1}{2} \sqrt{E^2 + 4 E_g \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e}} \quad (4.1)$$

Началом отсчета энергии выбрано дно зоны проводимости. Отсюда, неквадратичный закон дисперсии для дырок записывается аналогичным образом:

$$E_v = -E_c - E_g - \frac{1}{2} \sqrt{E^2 + 4 E_g \frac{\hbar^2 k^2}{2m_p}} \quad (4.2)$$

Здесь, E_v -энергия потолка валентной зоны. Отметим, что оба закона дисперсии (4.1) и (4.2) изотропны, эффективная масса дырок и электронов равны: $m_n=m_p=m$. Такое поведение спектров дырок и электронов связано с внутренней симметрией узкозонных полупроводников [88-89].

Закон сохранения квазиимпульса будет выглядеть следующим образом: $k_h = k_c = k$. Где, k_h, k_c -волновые векторы дырок и электронов соответственно [123].

Для таких энергетических зон из выражения (4.1) и (4.2) следует:

$$E = \hbar \nu - E_c(k, B) - E_v(k, B) \sqrt{E^2 + 4 E_g \frac{\hbar^2 k^2}{2m}} \quad (4.3)$$

Здесь, $\hbar \nu$ - энергия поглощаемого фотона.

Найдем теперь комбинированное число состояний с энергиями в интервале между двумя уровнями Ландау. Пользуясь выражением $m_c = \frac{\hbar}{2l \partial E}$ для циклотронной массы, найдем разность площадей сечений двух изоэнергетических поверхностей, энергии которых различаются на $\Delta E = \hbar m_c$:

$$\Delta S = \frac{\hbar^2}{2m} \Delta E = \frac{\hbar^2}{2m} \hbar m_c$$

Число состояний на единицу площади в плоскости $k_x k_y$ для квантования, обусловленного условиями цикличности, равно $\frac{S}{2\pi^2}$. То число состояний между двумя квантовыми орбитами равно

$$\frac{S}{2\pi^2} \Delta S = \frac{m_c \hbar^3}{2\pi^2 m}$$

Из уравнения (4.3) мы определим k_z :

$$k_z = \frac{(2m)^{1/2}}{\hbar} \sqrt{E - E_c + 4(N + 1)\hbar\omega_c} \quad (4.4)$$

Вернемся теперь к вычислению КПС с непараболическим законом дисперсии в квантующем магнитном поле. Движения электрона свободны по оси z , не квантуется по k_z . То есть:

$$k_z = \frac{2\pi}{L_z} n_z \quad (4.5)$$

Согласно выражению (4.4) и (4.5) число состояний в интервале энергий от $(N + 1)\hbar\omega_c$ до E равно

$$N_z = \frac{(2m)^{1/2} L_z}{2\pi \hbar} \sqrt{E - (E_c + 4(N + 1)\hbar\omega_c)} \quad (4.6)$$

Полное число КПС с энергиями меньшими E , равно

$$N = \frac{L_x L_y L_z}{2\pi^2} \int_0^E \frac{m^{1/2}}{\hbar} \sqrt{E - (E_c + 4(N + 1)\hbar\omega_c)} \quad (4.7)$$

В результате, мы определяем комбинированные плотности состояния в единице объема с кейновским законом дисперсии:

$$N_{jds}^n(h\nu, B) = \frac{dN(h\nu, B)}{dh\nu} = \frac{(m)^2}{(2\pi)^3 h^3} \frac{N_{\max}}{2 N_{=0}} \frac{h\nu}{E} \frac{1}{\sqrt{(h\nu)^2 - (E_s + 4\pi^2 \hbar^2 (N+2)) E}} \quad (4.8)$$

Здесь, $N_{jds}^n(h\nu, B)$ -комбинированная плотность состояний с неквадратичным законом дисперсии при квантующем магнитном поле.

С помощью формулы (4.8) мы вычисляем КПС в узкозонных полупроводниках в квантующем магнитном поле при непараболическом законе дисперсии. На рис.4.1 приведена КПС для InSb ($E_g(0)=0,234$ eV) в магнитном поле $B=5$ Тл. Как видно из этих рисунков, осцилляции КПС мы наблюдаем, начиная $h\nu = 0.44$ eV в неквадратичном законе дисперсии. Здесь, $h\nu$ - энергия поглощаемого фотона. Также, с помощью выражения (4.8) можно объяснить зависимость коэффициента поглощения от магнитного поля в непараболическом законе дисперсии.

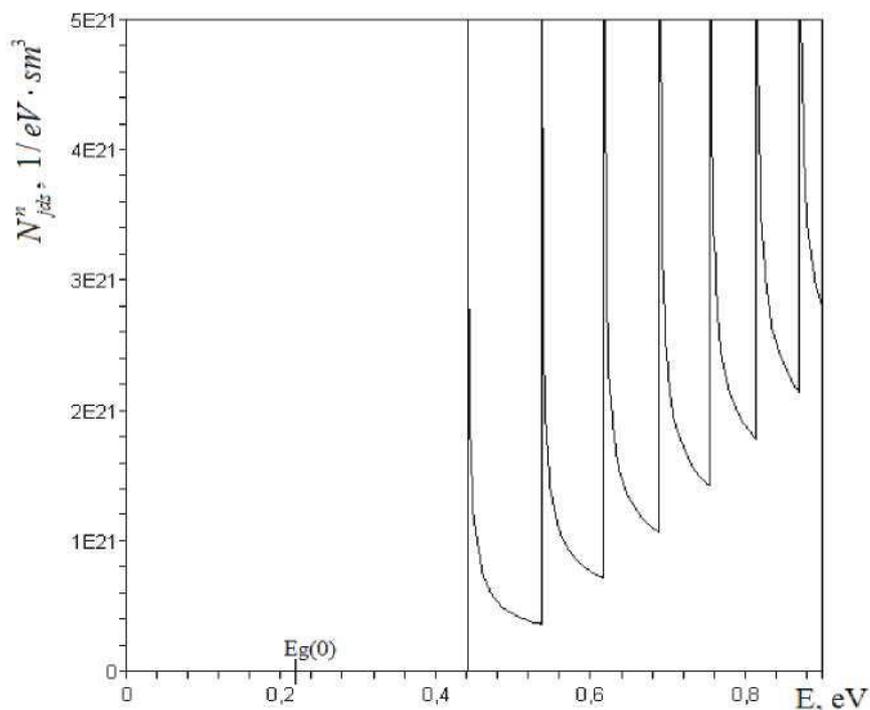


Рис.4.1. Осцилляции КПС в сильном магнитном поле $B=5$ Тл, вычисленные по формуле (4.8)

Теперь мы сравним осцилляции КПС в параболическом и непараболическом законах дисперсии [П.12-13]. Для прямых разрешенных переходов коэффициент межзонного магнитопоглощения определяется следующим выражением [98]:

$$K_{\text{NH}} = \frac{2e^2}{m^2 \text{anc}} \left| \langle P_{\alpha\alpha} \right|_{e} \left(\frac{2m_r}{\hbar^2} \right)^{3/2} V_r H \int_N [ha \cdot E_s]^{-i-1/2} (2N+1) \text{KH} \quad (4.9)$$

Где, $p_{\alpha\alpha}$ -матричный элемент, m_r -приведенная эффективная масса, $j\mu_r$ -приведенный эффективный магнетон Бора. N-уровни Ландау.

Это выражение будет использовано для вычисления коэффициента поглощения в простейшем случае прямозонного полупроводника, когда параболические кривые E^{\wedge} имеют экстремумы при $k=0$.

Из выражения (4.9) мы получаем осцилляции КПС с квадратичным законом дисперсии:

$$K_s(E, H) = (2^{\wedge})^{3/2} \text{NHZ} \int_N [y_j ha - E_g - (2N+1)\mu_r H]^{-1} \quad (4.10)$$

Где, $N_{ds}^p(E, H)$ - осцилляции КПС при параболическом законе дисперсии, ha - энергии поглощаемого фотона.

На рис.4.2 приведено изменение осцилляции КПС для двух типов зон. Здесь, $N=0..20$, $B=2$ Тл, для InSb. В этих рисунках в интервале $E=0..1,45$ eV мы наблюдаем 20 уровней Ландау при непараболической зоне, а в параболической зоне число уровней Ландау будет равно 6. Отсюда, видно, что с ростом энергии электронов уменьшается расстояние между уровнями Ландау, кривая КПС перемещается в больших значениях КПС и перемещается в вверх по оси плотности состояний. Наоборот, если $m(E)$ уменьшается с ростом энергии, кривая плотности состояний перемещается вниз по энергии вдоль оси КПС.

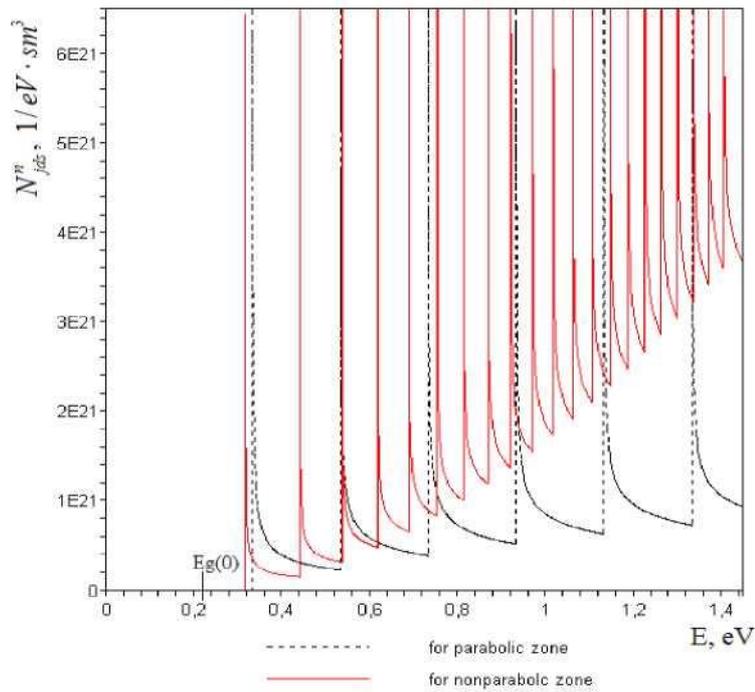


Рис.4.2. Осцилляции КПС в сильном магнитном поле (B=2 Тл) при параболических и непараболических законах дисперсии

4.2. Зависимость ширины запрещенной зоны и частоты поглощаемого света от сильного магнитного поля с непараболическим законом дисперсии

В работе [1] было показано, что магнитное поле приводит к образованию уровней Ландау в зоне проводимости и валентной зоне. Энергии этих уровней в параболической зоне определяются по формуле (1.7). При N=0 находим, что дно зоны проводимости и потолок валентной зоне при изменении B_z движутся так, что ширина запрещенной зоны увеличивается [124]:

$$E_g(B) = E_g(0) + \frac{m_p}{2m_n} B = E_g(0) + \frac{m_r}{2} B, \quad (4.11)$$

где, m_r - приведенная эффективная масса.

Как видно из выражения (4.11), что для параболических зон этот сдвиг пропорционален магнитной индукции B_z . Нелинейная зависимость может возникнуть вследствие непараболичности зон. Соответствующий сдвиг края собственного поглощения получен также экспериментально. Таким образом,

с помощью наших приведенных моделей можно объяснить зависимость ширины запрещенной зоны от сильного магнитного поля в полупроводниках с непараболическим законом дисперсии.

Рассмотрим изменение частоты поглощаемого света и ширины запрещенной зоны в неквадратичном законе дисперсии в присутствии магнитного поля. Сумма по N в (4.8) и (4.10) распространяется на все значения N , для которых подрадикальные выражения не отрицательны. Те значения o, NuB , для которых подрадикальное выражение в (4.8) и (4.10) равно нулю, определяют сингулярные точки коэффициента поглощения. Эти точки соответствуют условию:

$$hm_{\max} = E_g + (2N + 1)M_rH \quad (4.12)$$

$$\hbar\omega_{\max} = \sqrt{E_g^2 + 4E_g(N + \frac{1}{2})\hbar\omega_c} \quad (4.13)$$

где ω_{\max} -частота поглощаемого света, соответствующая максимуму поглощения. На рис.4.3 и 4.4 представлены изменения максимальной частоты поглощаемого света в присутствии магнитного поля [П.14].

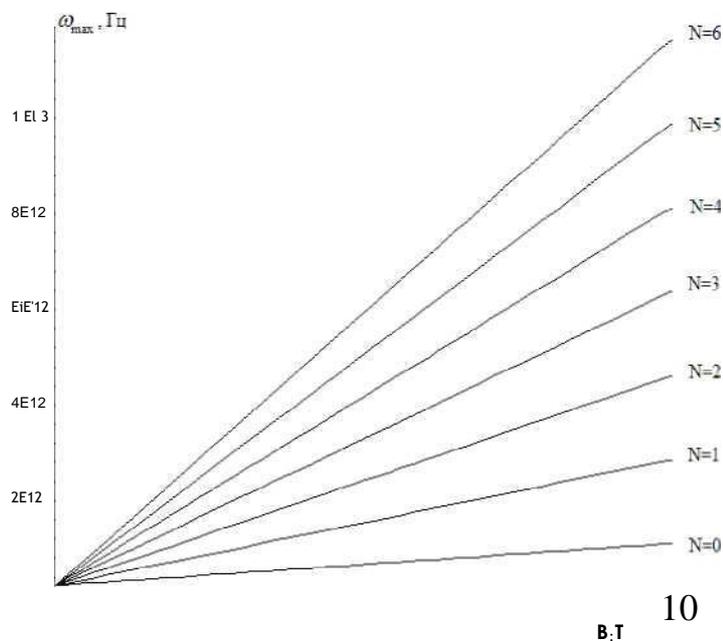


Рис.4.3. Зависимость максимальной частоты поглощаемого света от магнитного поля для разных уровней Ландау в параболическом законе дисперсии [98].

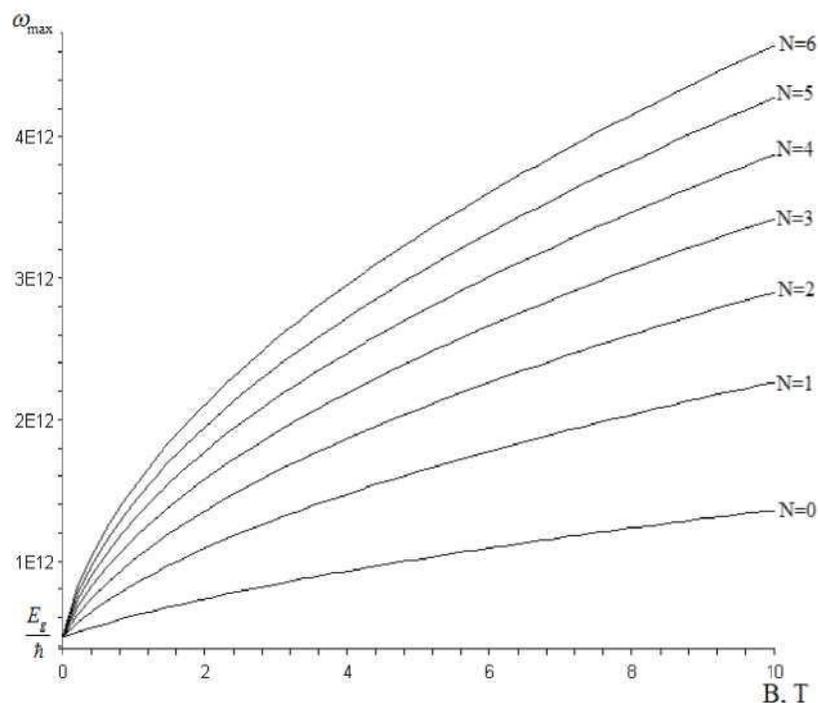
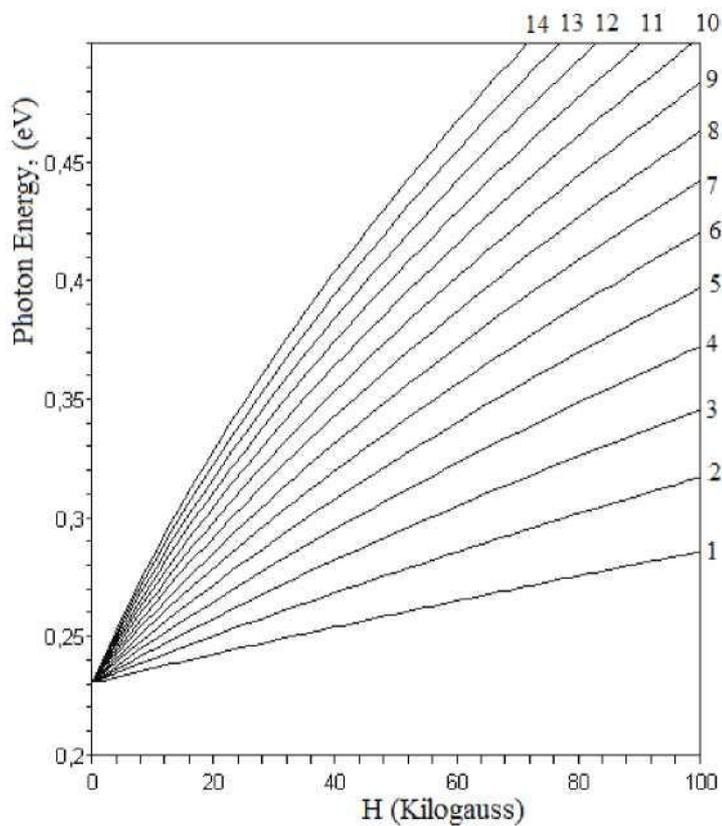
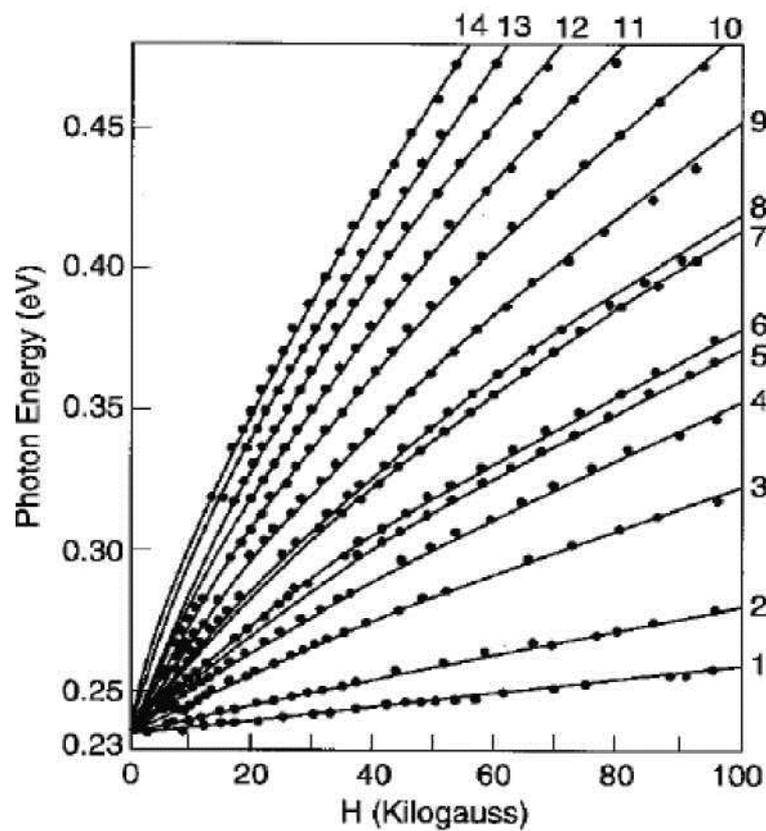


Рис.4.4. Влияние магнитного поля на максимальные частоты поглощаемого света в непараболическом законе дисперсии, вычисленное по формуле (4.13).

Из (4.12) видно, что при заданном N частоты поглощаемого света ω_{\max} линейно зависят от магнитного поля, а из (4.13) мы получим, что максимальная частота поглощаемого света не линейно зависит от магнитного поля при разных уровнях Ландау. Из рис.4.4 мы видим, что с ростом номера уровней Ландау нелинейность ω_{\max} усиливается.

На рис.4.5а приведены изменения максимальной энергии поглощаемого фотона от сильного магнитного поля в InSb [125]. В этих работах наблюдались прямые междузонные магнитооптические переходы в InSb при температуре жидкого гелия с использованием магнитных полей до 96,5 кЭ. Отсюда, мы вычисляем зависимость максимальной энергии поглощаемого фотона от сильного магнитного поля в InSb с помощью формулы (4.13). В результате, мы получим зависимость энергии поглощаемого фотона от магнитного поля с непараболическим законом дисперсии в InSb (рис.4.5б). В этих рисунках показано, что изменение максимальной энергии поглощаемого фотона от сильного магнитного поля нелинейная.



b)

Рис.4.5. Изменение максимальной энергии поглощаемого фотона от сильного магнитного поля в InSb. а) экспериментальные данные [125], б) расчет по формуле (4.13).

На рис.4.6 приведена зависимость ширины запрещенной зоны арсенида индия от магнитного поля [126]. В этих рисунках показано, что изменение ширина запрещенной зоны нелинейная. Из формулы (4.13) мы определяем зависимость ширины запрещенной зоны от магнитного поля при постоянной энергии поглощаемого фотона:

$$E(B) = (2N + 1)h\alpha_c + \sqrt{[(N + I)h\omega_c]^2 + (h\alpha)^2} \quad (4.14)$$

Из (4.14) видно, что изменение ширины запрещенной зоны не пропорционален на B . На рис.4.6 приведен график зависимости ширины запрещенной зоны от магнитного поля $E_g(H)$. Где непрерывная линия теоретического расчета и точки экспериментального графика зависимости ширины запрещенной зоны от магнитного поля [126]. При сильных магнитных полях, как видно из этого рисунка, теория и эксперимент находятся в хорошем согласии.

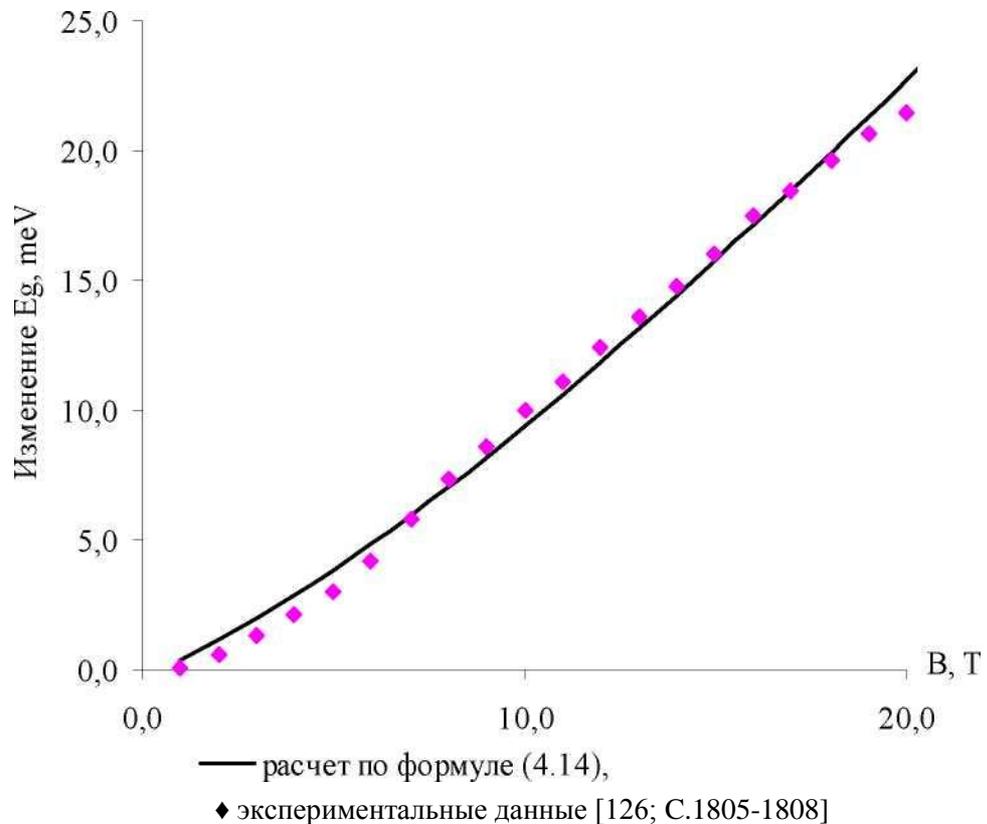


Рис.4.6. Зависимость ширины запрещенной зоны от магнитного поля в InAs.

4.3. Температурная зависимость осцилляции комбинированной плотности состояний в квантующем магнитном поле с кейновским законом дисперсии

В полуметаллах и узкозонных полупроводниках изменение ширины запрещенной зоны, вызываемое магнитным полем, может быть сравнимо с шириной запрещенной зоны в отсутствие поля. Поскольку эффективные массы зависят от расстояния между зонами, они могут оказаться сильно зависящими от поля, что в свою очередь будут влиять на спектры магнитопоглощения [127-128].

КПС играют важную роль в межзонном магнитооптическом эффекте. Во многих случаях матричный элемент (4.9) мало меняется в пределах зоны Бриллюэна. Следовательно, структура спектра преимущественно определяется КПС в полупроводниках.

Если начальные и конечные состояния имеют симметричные зонные спектры, тогда с помощью разложения в ряд по $\frac{d^{\#}(E, \Delta T)}{dE}$ - функциям можно найти комбинированную плотность состояний при любой конечной температуре.

$$Nd(E, H, T) = \pm Nds(E, H) \frac{d^{\#}E}{dE} \quad (4.15)$$

$N''_{ds}(E, H)$ - комбинированная плотность состояний в квантующем магнитном поле при абсолютном нуле температуры. Это выражение при $T \rightarrow 0$ превращается в (4.8). В этом случае уровни Ландау проявляются резко (рис.4.7). На рис.4.7 приведена зависимость от температуры на осцилляции комбинированной плотности с непараболическим законом дисперсии в InSb. В этом рисунке осцилляции комбинированной плотности состояний начинаются с $E = \hbar\omega = 0.27 \text{ eV}$ в неквадратичном законе дисперсии. Здесь, $E = \hbar\omega$ - энергия фотона. На рис.4.8 приведена температурная зависимость осцилляции комбинированной плотности состояний с параболическим законом дисперсии. Как видно на этих рисунках, при высоких температурах

пики уровней Ландау практически не заметен и совпадает с плотностью состояний в отсутствие магнитного поля (рис.4.9).

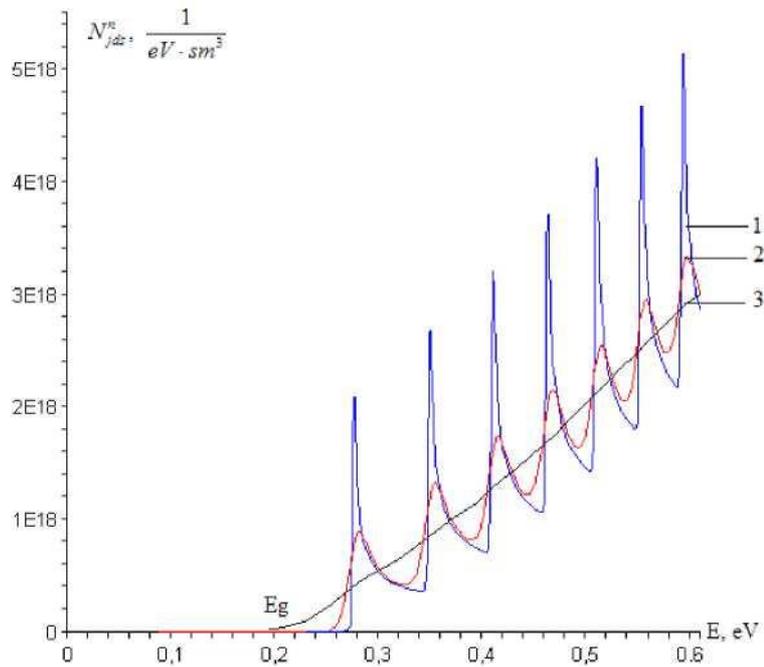


Рис.4.7. Температурная зависимость осцилляции комбинированной плотности состояний при разных температурах и квантующем магнитном поле с непараболическим закон дисперсии. 1 -T=5 К, 2- T= 60 К, 3- T=200 К;

$H=50$ кЭ, для InSb $E_g(0)=0.234$ eV.

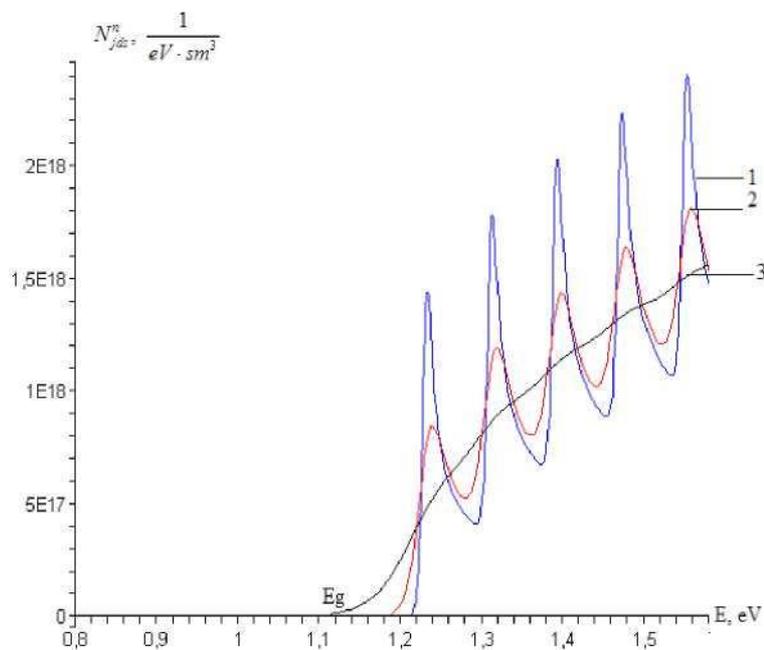


Рис.4.8. Температурная зависимость осцилляции комбинированной плотности состояний при разных температурах с параболическим законом дисперсии. 1-T=10 К, 2- T= 80 К, 3- T=300 К; $H=100$ кЭ, для Si $E_g(0)=1.1$ eV.

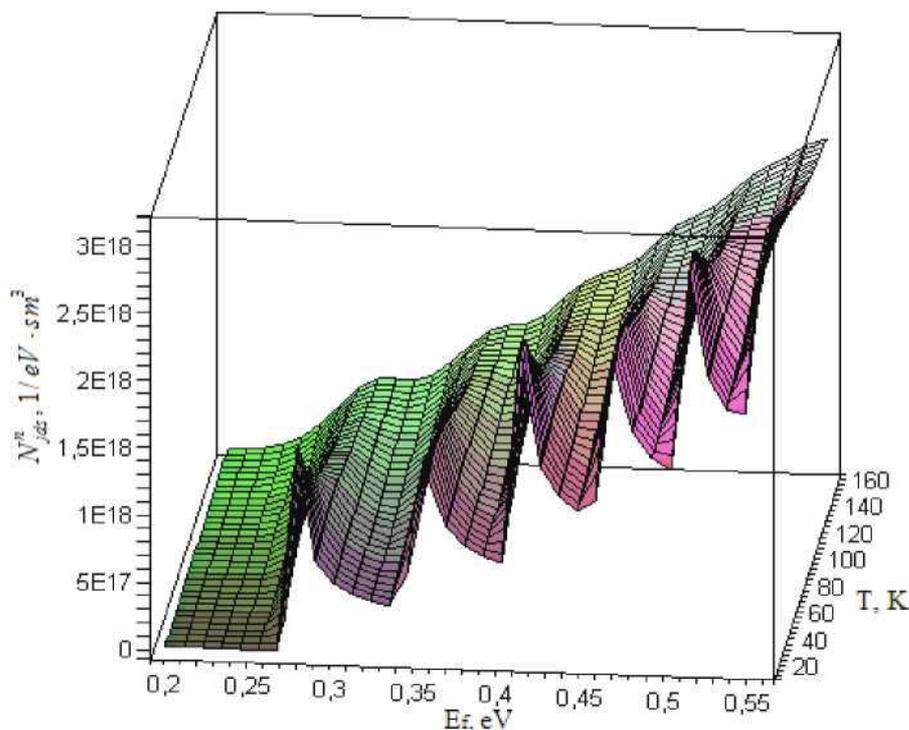


Рис.4.9. Осцилляции комбинированной плотности состояний в зависимости от энергии поглощаемого фотона и температуры в InSb.

4.4. Влияние температуры на верхнюю диаграмму спектра магнитопоглощение в полупроводниках с непараболическим законом дисперсии

Известно, ширина запрещенной зоны полупроводников сильно зависит от температуры. Температурные коэффициенты ширины запрещенной зоны при постоянном давлении можно представить в следующем виде [127]:

$$\left(\frac{\partial E_g}{\partial T} \right)_P = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{dE_g}{dT} \right)_P + \frac{p}{Y_m} \left(\frac{\partial E_g}{\partial p} \right)_T$$

Где γ - термический коэффициент объемного расширения,
 X - коэффициент сжимаемости.

Первый член связан только с электрон-фононным взаимодействием, тогда как второй характеризует влияние термического расширения решетки. Обычно последний член, который можно вычислить с помощью измеренных коэффициентов давления, обеспечивает примерно 25% наблюдаемой температурной зависимости. Выполненный Бардином и Шокли [129]

теоретический расчета вклада, даваемого расширением решетки, показывает, что ширина запрещенной зоны при высоких температурах меняется линейно с температурой. Основываясь на теоретическом рассмотрении электронфононного взаимодействия, проведенного Васильевым [130] и Адамсом [131], Варшни [97,132,133] предложил следующую формулу для описания зависимости ширины запрещенной зоны от температуры:

$$E(T) = E(0) - \frac{aT^2}{2} \quad (4.16)$$

В работах [134-136] подробно исследовались температурная зависимость ширины запрещенной зоны в новых материалах. На кристаллах твердых растворов, выращенных методом Бриджмена, исследованы спектры пропускания в интервале температур 10-300К. Определена ширина запрещенной зоны новых материалов и построены ее температурные зависимости. Показано, что ширина запрещенной зоны с ростом температуры уменьшается.

Таким образом, с помощью формулы (4.16) можно вычислить температурную зависимость спектра веерной диаграммы в полупроводниках. То есть, подставляя (4.16) в уравнение (4.13), мы получим следующий вид:

$$= J[E_g(T)]^2 + 4[E_g(T)] \cdot (N + \pm) \cdot \mu \quad (4.17)$$

Эта формула является температурной зависимостью веерной диаграммы с учетом комбинированной плотности состояний. Рассчитанные зависимости максимальной энергии фотона от магнитного поля при различных температурах представлены на рис.4.10. Важным обстоятельством является то, что с ростом температуры спектры магнитопоглощения изменяются. С дальнейшим ростом температуры ширина запрещенной зоны начинает уменьшаться. На рис.4.11 представлена трехмерная веерная диаграмма в узкозонных полупроводниках. На этом рисунке энергии фотона изменяются в зависимости от магнитного поля и ширины запрещенной зоны. Здесь, ширина запрещенной зоны изменяется по температуре.

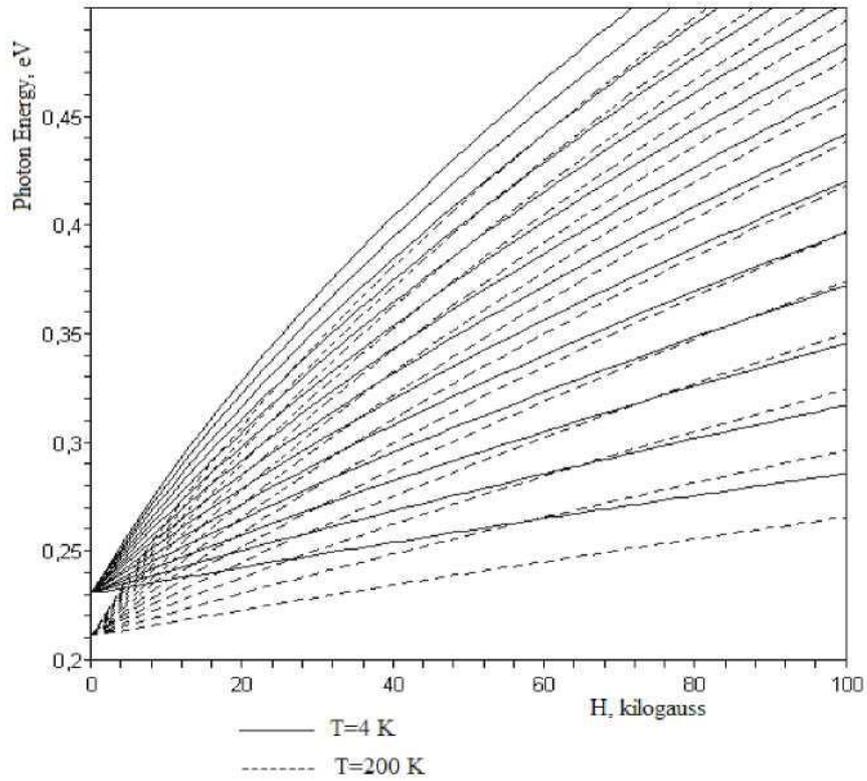


Рис.4.10. Зависимость энергии фотона от сильного магнитного поля при разных температурах в InSb

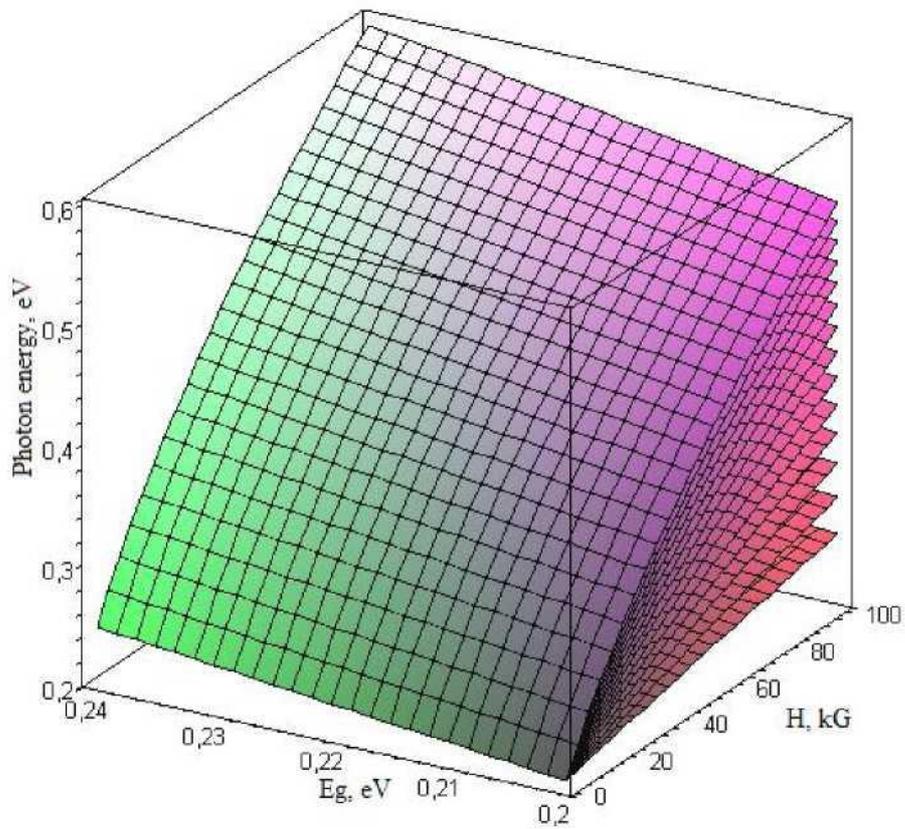
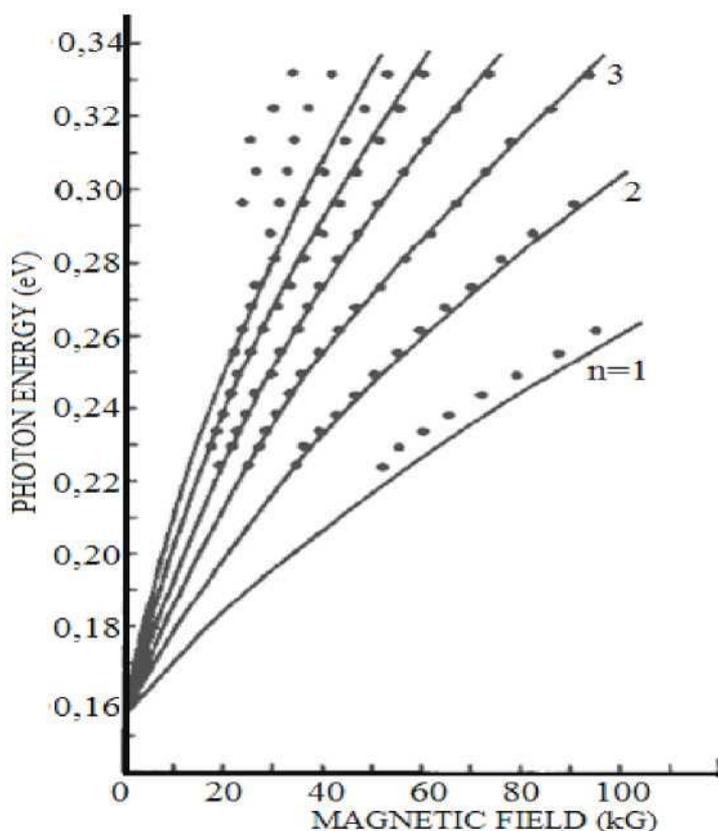


Рис.4.11. Трехмерная веревная диаграмма осцилляции магнитопоглощения в узкозонных полупроводниках с неквадратичным законом дисперсии.

На рис. 4.12а показаны спектры магнитопоглощения в $\text{Cd}_{2.4}\text{Zn}_{0.6}\text{As}_2$ [137]. Спектр магнитопоглощения получен при постоянных низких температурах с непараболическим законом дисперсии. На этом рисунке энергии фотона нелинейно зависят от магнитного поля. Для $\text{Cd}_{2.4}\text{Zn}_{0.6}\text{As}_2$ $E_g(0)=0.155$ eV. На РИС.4.12Б представлены рассчитанные спектры магнитопоглощения, как функции магнитного поля, в образце $\text{Cd}_{2.4}\text{Zn}_{0.6}\text{As}_2$ для шести уровней Ландау. Видно, что во всем диапазоне магнитных полей экспериментальные значения спектра в магнитопоглощении находятся в согласии с результатами теоретических расчетов при разных значениях температуры. Теоретическое исследование зонной структуры при этих значениях показало, что с ростом температуры осцилляции магнитопоглощения уменьшаются, и энергии фотона нелинейно зависят от сильного магнитного поля. На РИС.4.12Б приведена веерная диаграмма спектра межзонного магнитопоглощения при разных значениях температуры.



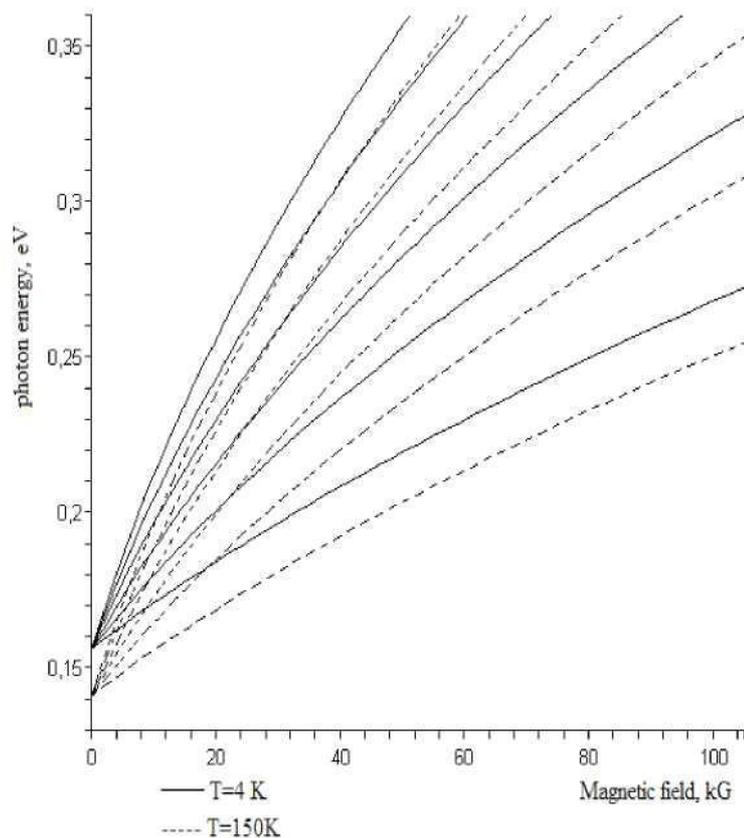


Рис.4.12. Влияния температуры на верную диаграмму спектра магнитопоглощение в узкозонных полупроводниках с непараболическим законом дисперсии. а) экспериментальные данные в [137]. б) расчет с помощью формулы (4.17).

Выводы

1. Предложен простой метод расчета осцилляции комбинированной плотности состояний в квантующем магнитном поле с неквадратичным законом дисперсии. Сравняется изменение осцилляции комбинированной плотности состояний по энергии поглощаемого фотона для разных уровней Ландау в параболических и непараболических зонах.
2. Показано, что в неквадратичном законе дисперсии максимальная частота поглощаемого света и ширины запрещенной зоны нелинейно зависят от магнитного поля. Теоретические результаты сравниваются с экспериментальными результатами, полученными для InAs.
3. Получена температурная зависимость осцилляции комбинированной плотности состояний в полупроводниках с непараболическим законом

дисперсии. Объяснена температурная зависимость ширины запрещенной зоны в сильном магнитном поле с неквадратичным законом дисперсии.

4. Данный метод применен в исследовании магнитопоглощения в узкозонных полупроводниках с непараболическим законом дисперсии. Экспериментальные результаты интерпретируются при помощи осцилляции комбинированной плотности состояний в сильном магнитном поле. Построена веерная диаграмма спектра магнитопоглощения в узкозонных полупроводниках.

5. Установлена трехмерная веерная диаграмма в полупроводниках с учетом комбинированной плотности состояний.

ГЛАВА V. ВЛИЯНИЕ ДАВЛЕНИЯ НА ТЕМПЕРАТУРНУЮ ЗАВИСИМОСТЬ КВАНТОВЫХ ОСЦИЛЛЯЦИОННЫХ ЯВЛЕНИЙ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

В настоящей главе рассмотрено влияние давления на уровни Ландау электроны и дырок в полупроводниках. Получена новая методика вычисления термодинамической плотности состояний в полупроводниках с параболическим законом дисперсии. А также, исследовано влияние давления на температурную зависимость квантовых осцилляционных явлений и осцилляции межзонного магнитооптического поглощения в полупроводниках с непараболическим законом дисперсии.

5.1. Влияние давления на уровни Ландау электронов в зоне проводимости с параболическим законом дисперсии

В настоящее время опробованы разнообразные экспериментальные методы исследования влияния давления на осцилляции ШдГ и дГ вА в новых типах полупроводников. Все квантовые осцилляционные явления в полупроводниках обусловлены осцилляцией плотности состояний в сильном магнитном поле [138-141]. В работе [142] рассмотрено влияния температуры на осцилляции эффекта дГвА с помощью этой модели. Здесь, получено осцилляции эффекта дГ вА с учетом термического уширение уровней Ландау. Однако, в этих работах не рассмотрено влияние давления на осцилляции эффекты ШдГ и дГвА в полупроводниках.

Целью настоящего параграфа является теоретическое определение методики вычисления плотности состояний в полупроводниках с параболическим законом дисперсии.

Рассмотрим динамику свободных электронных газов в квантующем магнитном поле. В присутствие магнитного поля, параллельного по оси z , энергии электронов и дырок в зонах проводимости и валентной зоне имеют следующий вид:

$$E_c(N, k_z) = E_g + (N + \frac{1}{2})\hbar\omega_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c} \pm \frac{1}{2} \hbar \omega_B \quad (5.1)$$

$$E_c(N, k_z) = (N + \frac{1}{2})\hbar a_v - \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \pm \frac{1}{2} \hbar \omega_B \quad (5.2)$$

Где, a_c и a_v - циклотронная частота электронов и дырок, s -спиновое квантовое число, B -индукция магнитного поля.

Для параболической зоны [87,143]:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \hbar \omega_B \left(s + \frac{1}{2} \right) = \hbar \omega_B \left(s + \frac{1}{2} + \frac{k^2}{2\omega_B} \right)$$

отсюда циклотронная масса

$$m_c = \frac{\hbar^2 s}{\omega_B} \quad (5.3)$$

Найдем теперь число состояний в интервале между двумя уровнями Ландау. Пользуясь выражением (5.3). Найдем разность площадей сечений двух изоэнергетических поверхностей, энергии которых различаются на

$$\Delta E = \hbar a_c$$

$$\Delta S = \frac{2\pi m_c}{\hbar^2} \Delta E = \frac{2\pi m_c}{\hbar^2} \hbar a_c \quad (5.4)$$

Для определений осцилляций эффектов ШдГ и дГ вА в зоне проводимости, в первую очередь надо вычислить осцилляции плотности энергетических состояний в квантующем магнитном поле. Будем рассматривать параллелепипед с большими, но конечными сторонами L_x, L_y, L_z (основную область кристалла) [87,143]. Как видно из выражений (5.1), что второе слагаемое называется энергия движения электрона в плоскости x, y , и изменяющаяся дискретно. Отсюда, число состояний на единицу площади в

плоскости k_x, k_y будет $\frac{L_x L_y}{(2\pi)^2}$ То число состояний между двумя квантовыми

$$\text{орбитами равно } \frac{\Delta S}{(2\pi)^2} = \frac{2\pi m_c a_c}{2\pi \hbar^2} = \frac{m_c a_c}{\hbar^2}$$

Из (5.1) получим:

$$k = \frac{(2m_c)^{1/2}}{\hbar} \sqrt{E - E_g - \hbar \omega_B \left(s + \frac{1}{2} \right)} \quad (5.5)$$

Вернемся теперь к вычислению плотности состояний в присутствии магнитного поля с параболическим закон дисперсии. Движение электрона свободна по оси z. Тогда

$$k_z = L n_z \quad (5.6)$$

Согласно выражению (5.5) и (5.6) число состояний в интервале энергий от $(N + 1)P_0c$ до E равно

$$n_z = \frac{(2m)^2}{nh} \sqrt{\frac{E - E_g + P_0c}{2}} \quad (5.7)$$

Тогда полное число квантовых состояний с энергиями меньшими E, равно

$$N(E) = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{L^3 m^3}{n h} P_0c \sqrt{\frac{E - E_g + (N + \frac{1}{2})hOc}{2}} \quad (5.8)$$

В результате, мы определяем плотности энергетические состояний в присутствии магнитного поля для образца параболическим законом дисперсии:

$$N(E, H) = \frac{dN(E)}{dE} = \frac{(my^2 P_0c)^{3/2}}{(2)^{1/2} n^2 \Pi^{3/2}} \sum_{N=0}^{\infty} \sqrt{\frac{E - E_g + hOc}{2}} \quad (5.9)$$

Как известно, ширина запрещенной зоны зависят от магнитного поля, температуры и давления. Зависимость ширины запрещенной зоны полупроводника при гидростатическом давлении изменятся следующим образом [144-145]:

$$E_g(P) = E_g(0) - PP \quad (5.10)$$

Где, P -барический коэффициент, характеризующие изменение положения краев валентной зоны и зоны проводимости с давлением.

Зависимость уровня Ферми от всестороннего давлении можно записать в следующими виде:

$$E_F(P, T) = - \frac{E_g(P)}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \left(\frac{2\pi m^* kT}{h^2} \right) \quad (5.11)$$

Тогда производная по энергии от функции распределения Ферми- Дирака имеет вид:

$$\frac{\partial f_0(E, E_F(P, T), T)}{\partial E} = \frac{1}{kT} \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F(P, T)}{kT}\right)} \quad (5.12)$$

Зависимость эффективных масс от всестороннего давление можно представить следующим выражением [144-145]:

$$m^*(P) = m^*(0) \left(1 - \frac{bE_c}{E_s(0)} \right) = m^*(0) \frac{E_t(P)}{E_s(0)} \quad (5.13)$$

или циклотронная частота зависит от давления:

$$\omega_c(P) = \frac{eB}{m^*(P)} \quad (5.14)$$

Таким образом, подставляя выражения (5.10), (5.12) и (5.14) на уравнение (5.9) тогда мы получим изменение термодинамической плотности состояний под действием гидростатического давления в квантующем магнитном поле:

$$N_s(E, H, P) = \frac{m^* \omega_c}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_g(P) + \hbar \omega_c n}{kT}\right) + 1} \quad (5.15)$$

Отсюда, с помощью формулы (5.15), можно вычислить квантовые осцилляционные явления под действием гидростатического давления в полупроводниках с параболическим законом дисперсии.

5.2. Вычисление влияния давления на температурную зависимость осцилляций эффектов Шубникова-де Гааза и де Гааза-ван Альфена в полупроводниках

Известно, что в случае квантования Ландау плотность состояний является периодической функцией магнитного поля. Это приводит к осцилляциям ШдГ и дГВА, которые периодичны по сильному магнитному полю. Время релаксации берём в следующем виде: $\tau = \tau_0 E^r$. Показатель степени r имеет различные значения для разных механизмов рассеяния. Например, в случае рассеяния на акустических колебаниях и ионах примеси показатель степени равен $r = 2$ [98]. Естественно, осцилляции эффектов ШдГ и дГВА появляются на изменение плотности энергетических состояний в полупроводниках. Отсюда, мы определяем зависимость осцилляции эффектов ШдГ и дГВА от всестороннего давления с помощью выражений (5.12) и (5.15) :

$$\chi_{xx}(B, T, P) = A \cdot h a_c(P) \int_{\epsilon_1}^{\epsilon_2} \frac{\Gamma(E)}{E - E_g(P) + h a_c(P) \sqrt{2}} f_{5/0}(E, E_F(P, T), T) dE \quad (5.16)$$

и продольное сопротивление $\rho_{22}(B, T, P) = \frac{1}{\sigma_{xx}(B, T, P)}$ где, $A = - \frac{1}{\pi \hbar^2} \frac{2e}{\pi \hbar^2}$

$$\chi(B, T, P) = \int_{\epsilon_1}^{\epsilon_2} \frac{1}{E - E_g(P) + h a_c(P) \sqrt{2}} f_{5/0}(E, E_F(P, T), T) dE \quad (5.17)$$

Где, p_B - магнетон Бора. Теперь, нужно определить критическое давление (P_k) в сильном магнитном поле. Если, давления равно или больше критического значения ($P > P_k$), то уровни Ландау начинают сдвигаться с краев зоны проводимости. Для вычисления критического давления,

1 1

рассмотрим простой случай: $N=0$, $- P P_k = 0$ или $P_k = - h a_c$. Для оценки

рассмотрим: полупроводника Si: $f_{5/0} = -1,5 \cdot 10^{-11}$ при $B=2$ Т (20 kGs) [144-

145]. $P_k = -\frac{ha_c}{2P} \ll 2 \cdot 10^8 \text{ Pa}$. Значит, для Si если давления $P > 2 \cdot 10^8 \text{ Pa}$, то

изменится форма осцилляции ШдГ и дГ вА.

Теперь, мы получим графики осцилляций эффектов ШдГ и дГ вА с помощью формулы (5.16) и (5.17). На рис.5.1 приведена зависимость осцилляции эффектов ШдГ и дГ вА от всестороннего давления в Si при низких температурах. Как видно на этих рисунках, с ростом давления сильно изменится форма уровни Ландау.

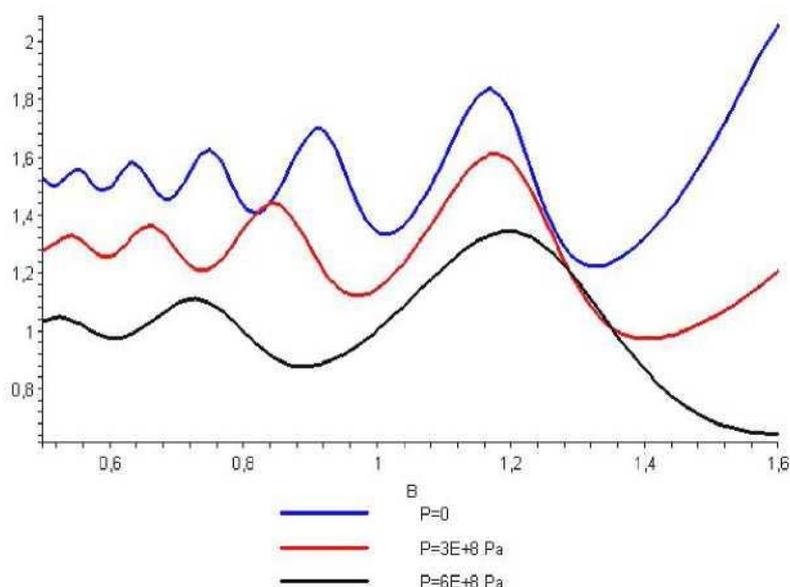


Рис.5.1. Сравнение осцилляций эффекта ШдГ в Si при разных давлениях.

На рисунки 5.2 и 5.3 приведено трехмерное изображение осцилляции ШдГ и дГ вА при разных давлениях в Si. С ростом давление до 5-10 Па в полупроводниках Si наблюдались уменьшение числа уровни Ландау в осцилляциях ШдГ и дГ вА при $T=5\text{K}$. На рис.5.4 показано осцилляции продольного магнетосопротивления в Si при разных температурах и давлениях. С ростом температуры и давления числа уровней Ландау заметно уменьшается. Из рис.5.4 видно, что без давления и при температуре 40К проявляется уровни Ландау, но в $P=6 \text{ кбар}$ и $T=40\text{K}$ осцилляции исчезают. На рис.5.5 показано влияние давления на температурную зависимость осцилляции ШдГ в трехмерном изображении. Как видно из этих рисунков, не

чувствует осцилляции эффекта ШдГ в полупроводниках при температуре $T=35$ К и давлением $P=5$ кбар. Но, при без давления и температуре 35 К осцилляции ШдГ наблюдается. По этому, гидростатические давления сильно влияют на уровни Ландау электронов в зоне проводимости.

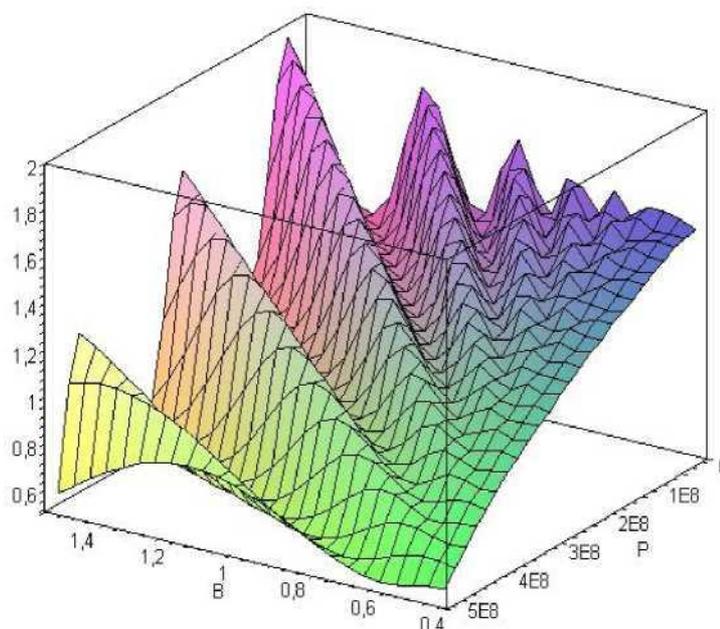


Рис.5.2. Зависимость продольное магнитосопротивление от гидростатического давления в Si.

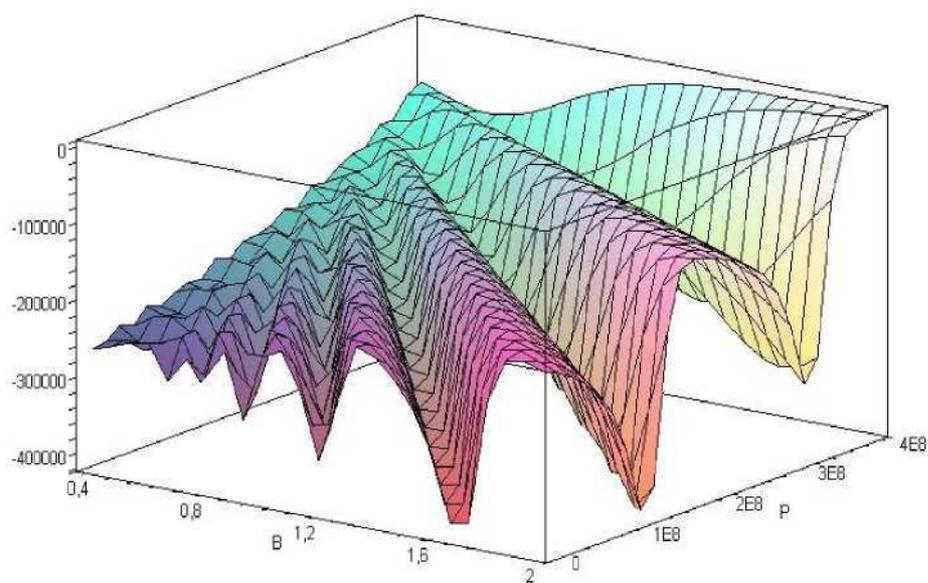


Рис.5.3. Влияния всестороннего давления на осцилляции магнето восприимчивости в Si.

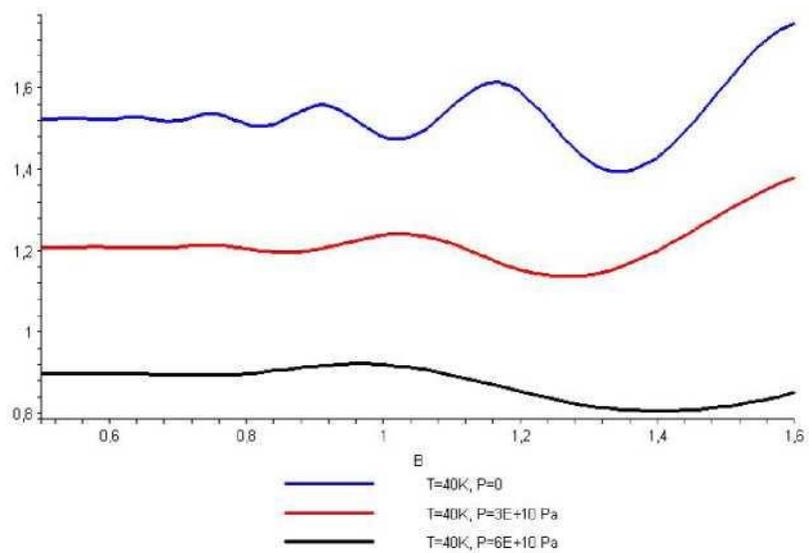
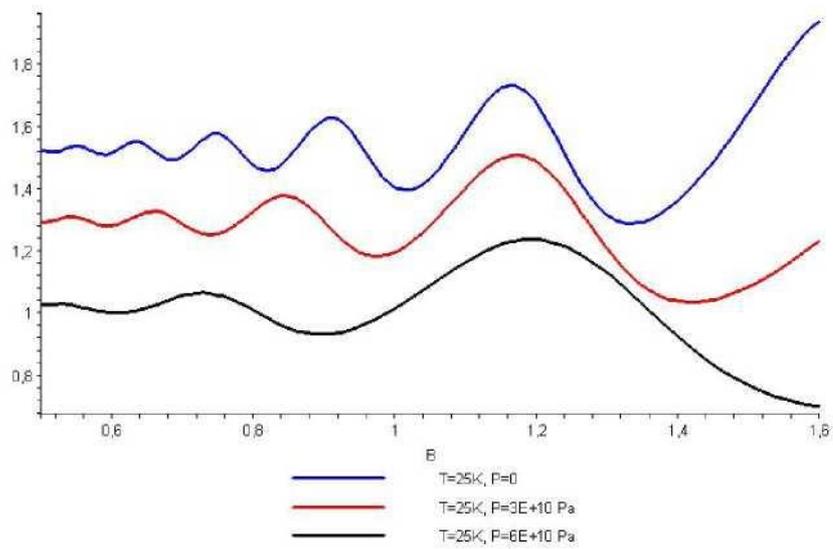
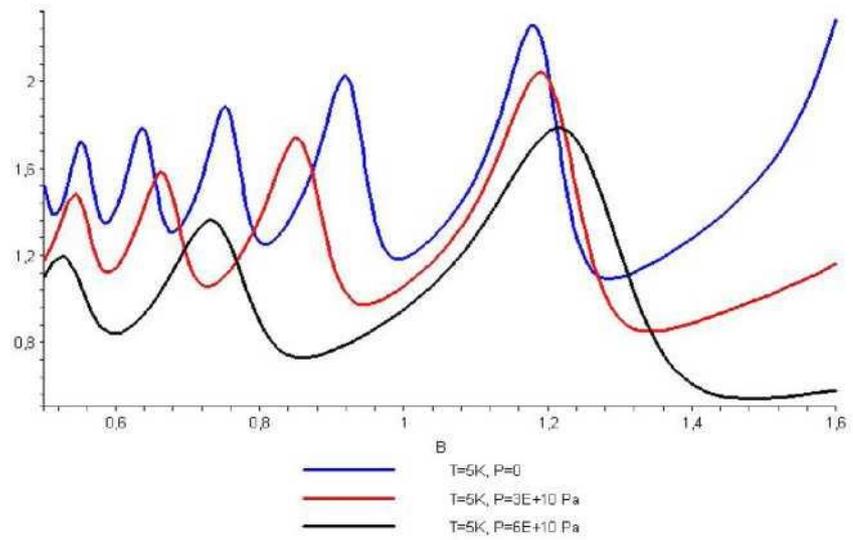
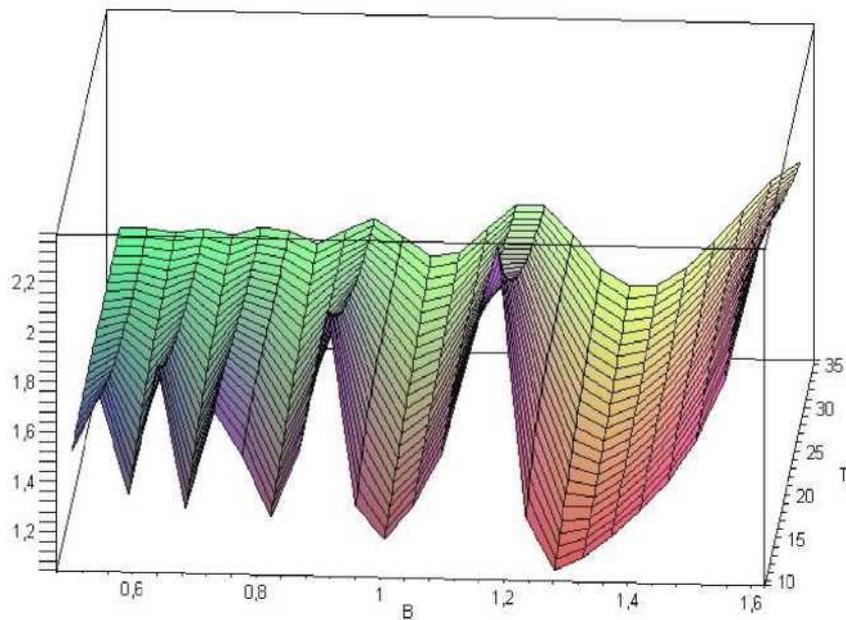
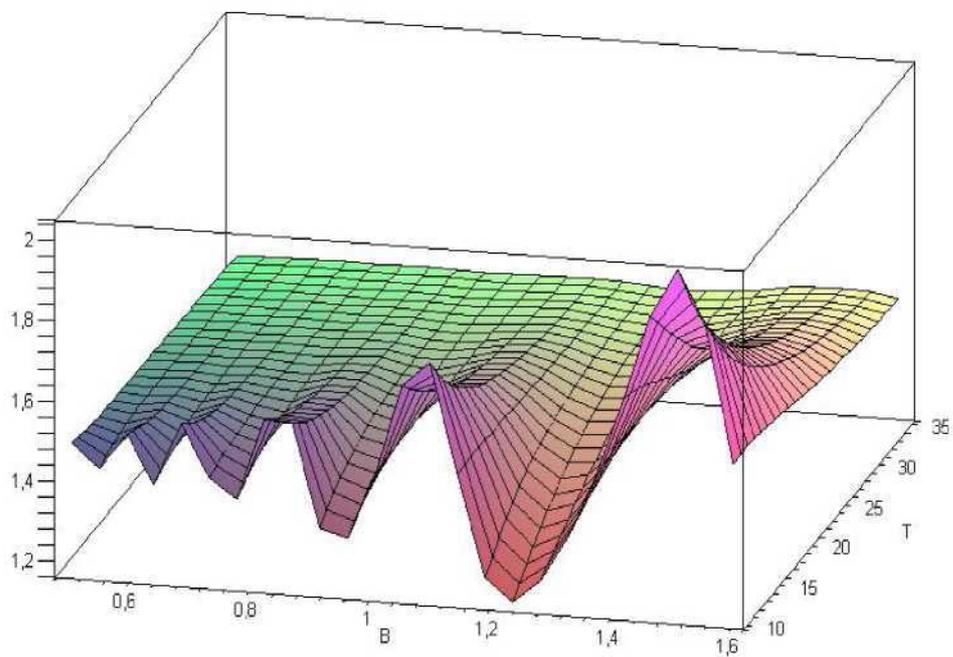


Рис.5.4. Влияния давления на температурную зависимость осцилляций ШдГ в Si.



a)



b)

Рис.5.5. Температурная зависимость осцилляций ШдГ в Si. а) без давлений, б) при давлении, $P=5$ кбар.

5.3. Исследование влияние давления на магнитооптическое поглощение в узкозонных полупроводниках с непараболическим законом дисперсии

Известно, магнитооптические эффекты позволяют с весьма большой надежностью определить эффективные массы носителей заряда, и с их помощью удалось получить богатую информацию об энергетических состояниях, особенно вблизи краев зон. Воздействие на полупроводники гидростатическим давлением приводит к изменению положения энергетических уровней и, следовательно, к смещению края поглощения. До сих пор, теоретически вычислить осцилляции магнитооптического поглощения в полупроводниках с помощью следующих формул (4.9) [98].

Эта формула называется для прямых разрешенных переходов коэффициент межзонное магнитооптическое поглощение с параболическим законом дисперсии. Из формулы (4.9) можно определить комбинированные плотности состояний (4.10). Эта формула показана в параграфе (4.1) диссертации.

В этом случае, эффективные массы электронов будут постоянными. Но, важной особенностью полупроводников с узкой запрещенной зоной является сильная непараболичность зоны проводимости. Здесь реализуется предельный случай модели Кейна. То есть, в таких полупроводниках эффективная масса сильно зависит от энергии электронов.

В работах [146-147] исследовано влияние температуры на межзонное магнитооптическое поглощение в полупроводниках с непараболической закон дисперсии. Там теоретически получены осцилляции магнитооптического поглощения в полупроводниках при разных температурах. Однако, в этих работах не рассмотрено влияние давления на осцилляции магнитооптического поглощения с помощью приведенных методов.

В настоящее время определены влияние высоких давлений на оптическое поглощения в новые полупроводники [148-149]. В этих работах получена зависимость ширины запрещенной зоны от высоких давлений в

новые полупроводники. Однако, в этих работах не рассмотрено влияния магнитного поля на оптическое поглощение в полупроводниках.

Целью данного параграфа, является исследование зависимости давления от межзонного магнитооптического поглощения в полупроводниках с кейновским законом дисперсии.

Важной характеристикой полупроводника является ширина запрещенной зоны E_g . Под действием давлением E_g изменяется, поскольку как дно зоны проводимости, так и вершина валентной зоны смещаются при деформировании полупроводника [144-145]. В этом случае можно записать зависимость ширины запрещенной зоны от гидростатического давление следующем выражением (5.10).

Изменение циклотронных эффективных масс появляется в третьем порядке теории возмущений, оно пропорционально изменению ширины запрещенной зоны. Его можно представить следующим выражением (5.11).

Как видно из этих выражений, что давление влияет на осцилляции комбинированное плотности состояний в полупроводниках. Отсюда, можно записать зависимость КПС от давлений в полупроводниках следующим видом:

$$N_{ds}^?(h\nu, B, P) = \frac{(m^*)^2 \frac{h a_c^{(p)}}{2} \gamma}{(2)^{12} \text{ж}^2 t \quad 2 \gamma \Gamma} \frac{1}{E_t(P) + 4 \text{fflc}(P)(N+2)} \quad (5.18)$$

$$Nd(h\nu, B, P) = \frac{(m^*)^2 \frac{h a_c^{(p)}}{2} \gamma}{(2)^{12} \text{ж}^2 t \quad \gamma=0} \frac{h\nu}{\left| \begin{array}{c} E_g(P) \\ E_g(P) + 4 \text{fflc}(P)(N+1) \end{array} \right|} \quad (5.19)$$

Таким образом, можно вычислить осцилляции КПС в широкозонных и узкозонных полупроводниках с помощью формулы (5.18) и (5.19). Из выражений (5.18) мы получаем осцилляции КПС в GaAs. Здесь, $E_g(0)=1.51$ eV [97,132], $B=7$ Т, $p = 12 \cdot 10^{18}$ eV/Pa [150] (Рис.5.6). В этих рисунках сравнивается осцилляции КПС с давлением и без давления. С помощью формулы (5.19) мы вычисляем осцилляции КПС в узкозонных

полупроводниках (Рис.5.7). На рис.5.7 приведен осциллирующий КПС в InAs при разных давлениях. Здесь, $E_g(0)=0.414$ eV [97,132], $B=6$ Тл, $p = 8,5 \cdot 10^{11}$ eV / Pa [150]. Как видно из этих рисунков, что можно наблюдать за ростом давления изменение краев уровней Ландау.

Рассмотрим изменение энергии поглощаемого фотона под действием давления в присутствии магнитного поля с неквадратичным законом дисперсии. В общем ширина запрещенной зоны может либо возрастать, либо уменьшаться с давлением. Отсюда, используя в эти теории, мы получим выражение изменения энергии поглощаемого фотона под действием давления в присутствии магнитного поля. То есть:

$$h\nu_{max} = E_g(P) + 4h\omega_c(P)(N+1) \quad (5.20)$$

$$h\nu_{j} = \sqrt{E_g(P) + 4h\omega_c(P)(N+2)} \quad (5.21)$$

Эти выражения являются зависимости максимальной энергии поглощаемого фотона от гидростатических давлений в полупроводниках с параболическим и непараболическим законом дисперсии.

С помощью формулы (5.17) можно вычислить зависимость поглощаемой энергии фотона от давления в узкозонных полупроводниках с непараболическим законом дисперсии. На рис.5.8 приведена зависимость энергии фотона от давления в InAs с непараболическим законом дисперсии при разных магнитных полях. В этом случае сравнивается в присутствии и в отсутствие сильного магнитного поля. На рис.5.9 показано трехмерное изображение изменения поглощаемой энергии фотона под действием давления.

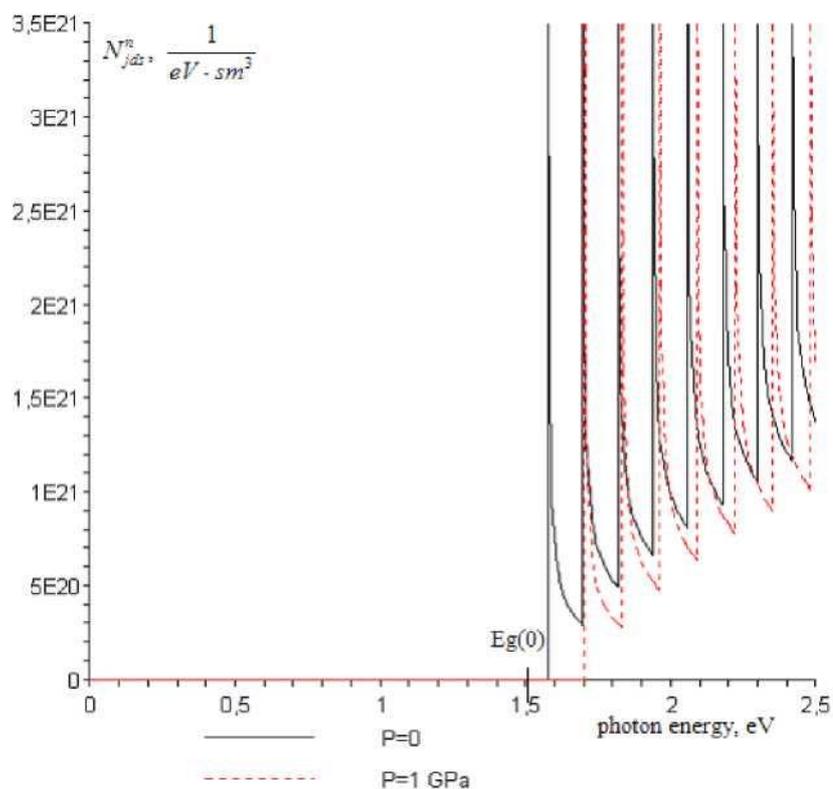


Рис.5.6. Влияния давления на комбинированные плотности состояний в GaAs с параболическим законом дисперсии, вычисление с помощью формулы

$$(5.18)$$

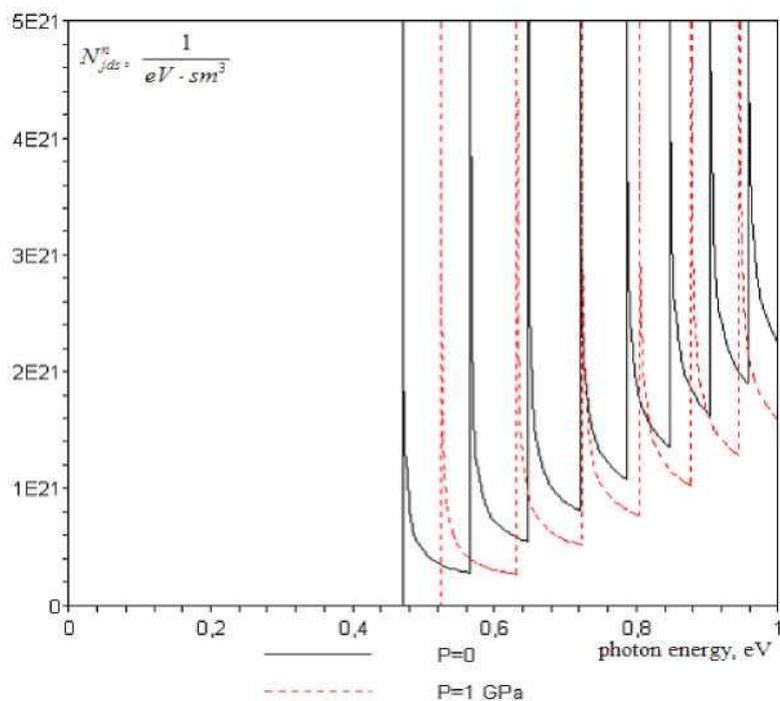


Рис.5.7. Влияние давления на комбинированные плотности состояний в InAs с непараболическим законом дисперсии, вычисление с помощью формулы

$$(5.19)$$

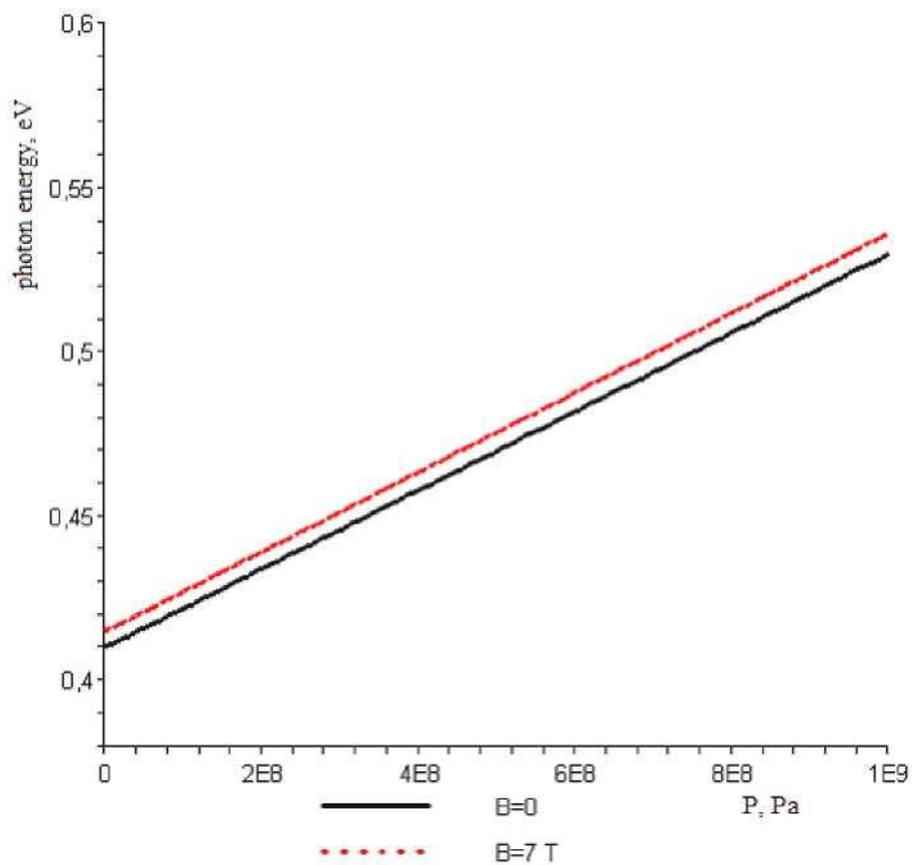


Рис.5.8. Зависимость энергии фотона от давления в InAs с непараболическим законом дисперсии при разных магнитных полях, вычисление с помощью формулы (5.21)

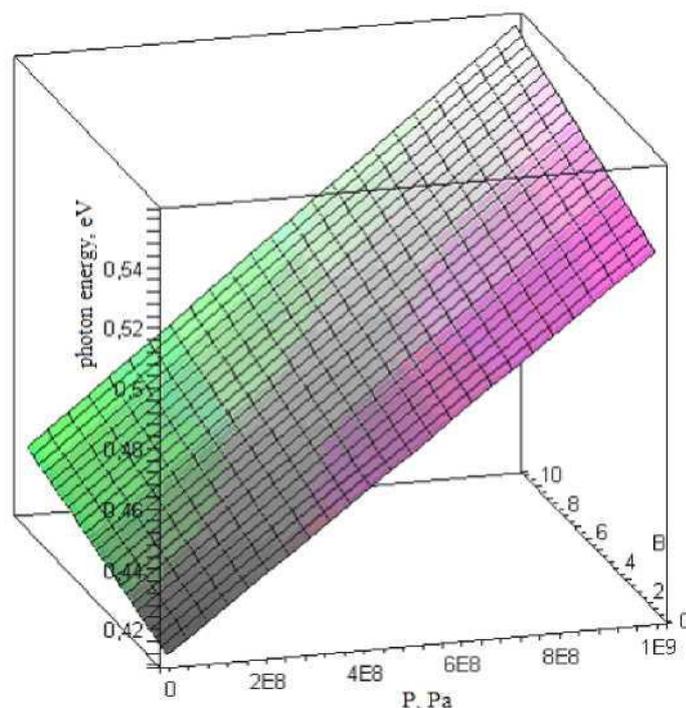


Рис.5.9. Влияния давления и магнитного поля на поглощаемую энергию фотона в InAs с кейновским законом дисперсии, вычисление с помощью формулы (5.21)

5.4. Обсуждение результатов и сравнение теории с экспериментом в КВАНТОВЫХ ОСЦИЛЛЯЦИОННЫХ ЯВЛЕНИЯХ

В работе [140] исследовано осциллирующий продольное магнетосопротивление при гидростатическом давлении до 1 ГПа в $\text{HgSe}_{1-x}\text{S}_x$. В этой работе квантовые осцилляции ШдГ наблюдались при температуре $T=4,2$ К. На рис.5.10а показано осцилляции ШдГ под давлением $P=0,38$ ГПа в образцах с $x=0.104$ [140]. В этих полупроводниках ширина запрещенной зоны изменится от 0,1 эВ до 0,4 эВ при разных значениях x [140,151]. Это так называемые полупроводники с узкой запрещенной зоной. Количество является узкозонных полупроводников. Важной особенностью полупроводников с узкой запрещенной зоной является сильная непараболичность зоны проводимости [151]. Здесь реализуется предельный случай модели Кейна. Малое значение ширины запрещенной зоны узкозонных полупроводников приводит к более сильной зависимости ее от давления, температуры и во внешних полях. В работе [147] получена формула для плотности энергетических состояний в квантующем магнитном поле с кейновским законом дисперсии. Это новая формула (2.13) приведена в диссертации параграфе (2.2). Влияния давления на осцилляции эффекта ШдГ с кейновским законом дисперсии согласно формуле (2.13) определяется из выражения (5.16):

$$\langle \sigma_z(B, P) \rangle = A \cdot \frac{\cos \theta}{hW_c(P)} \int_{E_{F_z(P)}}^{E_g(P)} \frac{E^{2N+1}}{\sqrt{E - (N + \frac{1}{2})\hbar a_r(P)}} * N(E)_{1-} SE, dE \quad (5.22)$$

Где, $a_z^n(B, P)$ -продольное проводимость с непараболическим законом дисперсии.

А также, зависимость осцилляции магнетосопротивление от давления имеется следующего вида:

$$R.P(B, P) \quad 1 \quad (5.23)$$

Эта формула является осцилляции продольное магнитосопротивление под действием давление с непараболическим законом дисперсии. С помощью формулы (5.22) и (5.23) можно объяснить экспериментальные осцилляции ШдГ в узкозонных полупроводниках с кейновским законом дисперсии.

Поскольку экспериментальной осцилляции ШдГ [140] были видны на фоне сильной монотонной зависимости, для подгонки экспериментальных кривых использовалась формула (5.23).

В результате, мы получим график зависимости осцилляций эффекта ШдГ от давления в $\text{HgSe}_{1-x}\text{S}_x$ с неквадратичном законом дисперсии. На рис.5.10Б приведено осцилляций продольное сопротивление в $\text{HgSe}_{0.896}\text{S}_{0.104}$ при $P=0,38$ ГПа. В этих рисунках показаны осцилляции эффекта ШдГ при низких постоянных температурах. Полученная формула (5.22) и (5.23) дает возможность построить графики осцилляций ШдГ для образцов при различных температурах и давлениях.

В работе [148] определена зависимость поглощаемой энергии фотона от высоких давлений в узкозонных полупроводниках (Рис.5.11). В этих работах наблюдались прямые оптические переходы в InN до 20 ГПа давлениях [148]. Отсюда, мы вычисляем изменение поглощаемой энергии фотона при высоких давлениях и в при отсутствие магнитного поля с помощью формулы (5.21). Здесь, $E_g(0)=0,7$ eV, $\beta = 2,2 \cdot 10^{-11}$ eV/Pa для InN [148] и $B=0$ (рис.5.11). В результате, мы получим зависимость поглощаемой энергии фотона от высокого давления в InN при разных магнитных полях (Рис.5.11). Как видно из этого рисунка, теория и эксперимент находятся в хорошем согласии.

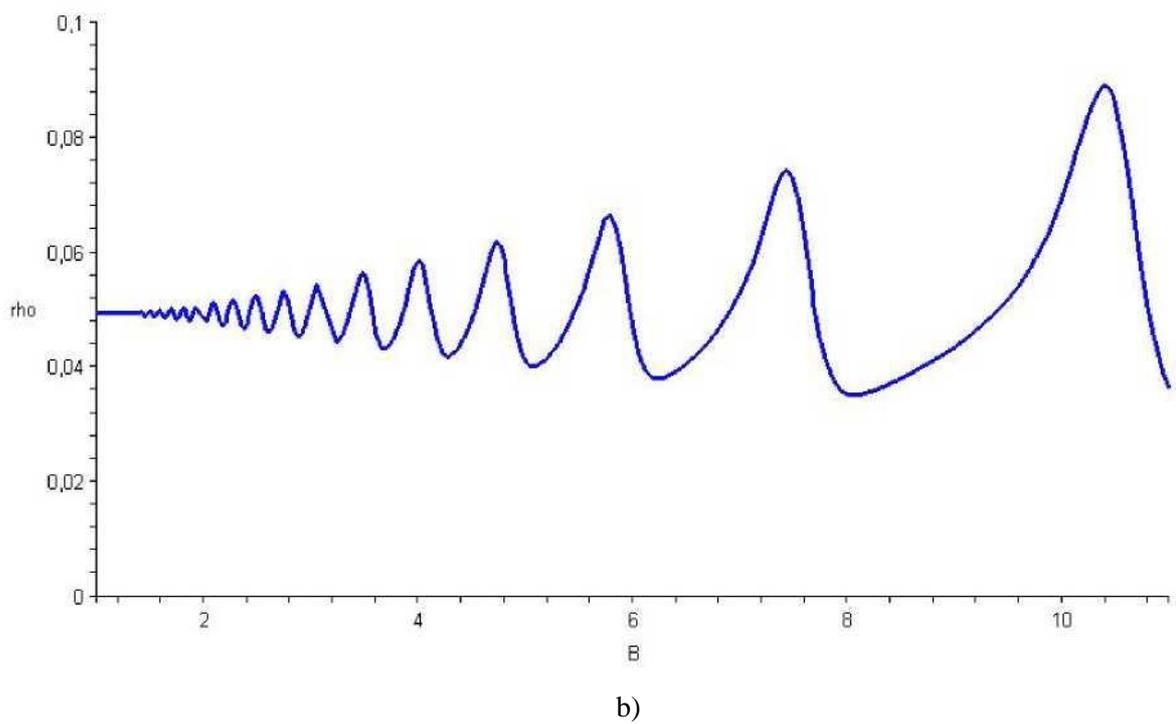
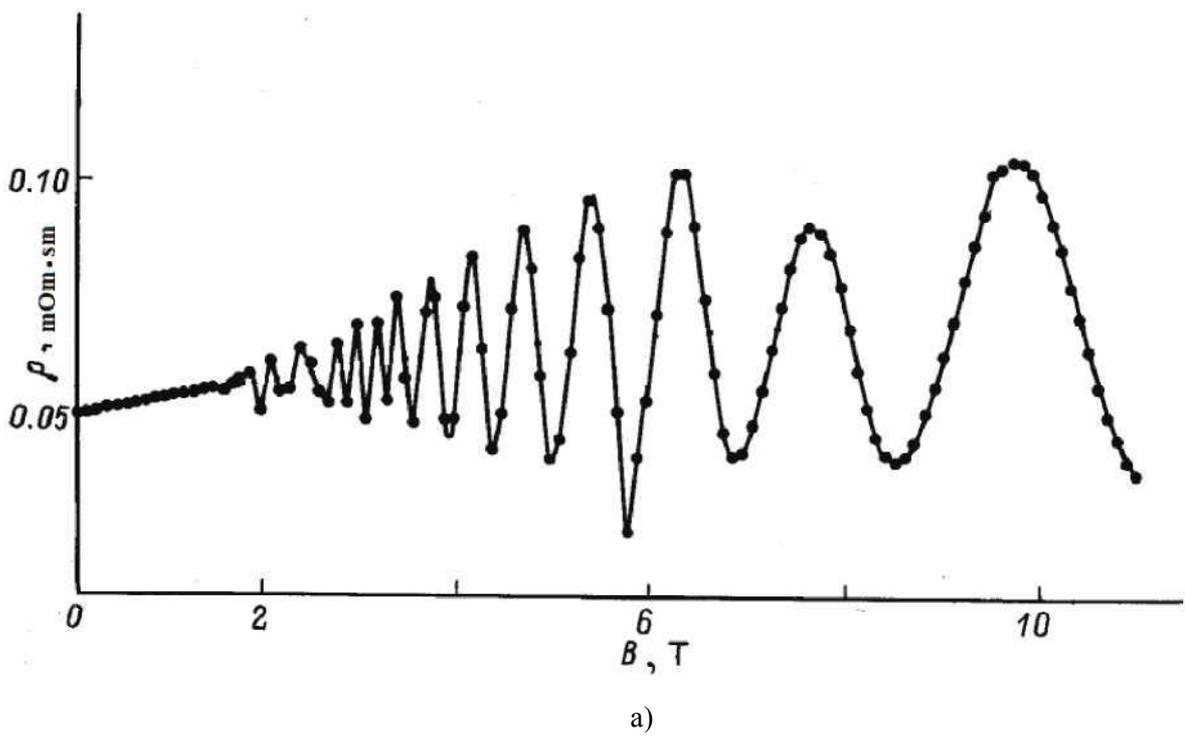


Рис.5.10. Осцилляции эффекта ШдГ в $\text{HgSe}_{0.896}\text{S}_{0.104}$ при температуре $T=4,2$ К. а) экспериментальные данные [140]; б) вычисленные по формулам (5.22) и (5.23)

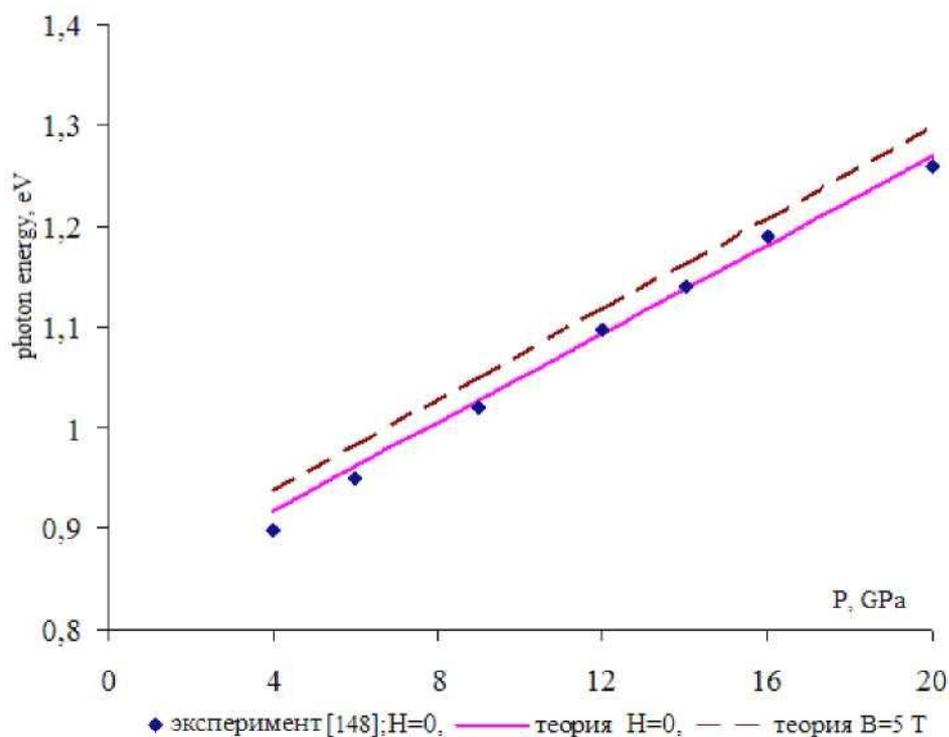


Рис.5.11. Зависимость поглощаемой энергии фотона от высоких давлений в InN при разных магнитных полях.

Выводы:

1. Разработан новый метод исследования влияния высокого давления на уровни Ландау электронов в полупроводниках.
2. Построена теория осцилляции комбинированной плотности состояний по энергии фотона при разных давлениях в параболических и непараболических зонах. Теория применена в исследовании магнитопоглощения в узкозонных полупроводниках с непараболическим законом дисперсии.
3. Исследовано влияние давления на осцилляции эффектов ШдГ и дГ вА в полупроводниках. Получена новая формула для расчета влияния давления на температурную зависимость квантовых осцилляционных явлений в полупроводниках.
4. Экспериментальные результаты интерпретировались при помощи комбинированной плотности состояний в сильном магнитном поле. Проведенные расчеты согласуются с экспериментальными результатами.

Исследовалось влияние давления на осцилляции комбинированной плотности состояний и межзонного магнитопоглощения в полупроводнике с непараболическим законом дисперсии.

5. Теоретические результаты сравниваются с экспериментальными результатами, полученными для InN. Показано, что влияния давления на ширину запрещенной зоны проявляется на осцилляциях эффектов ШдГ и дГ вА в полупроводниках.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработана методика определения термодинамической плотности состояний в квантующем магнитном поле. Показано, что для параболического закона дисперсии плотность состояний в сильном магнитном поле при увеличении температуры совпадает с плотностью состояний в образце без магнитного поля. Установлено, что с ростом температуры уровни Ландау за счет термического уширения смываются и N_s превращаются в плотность состояний в отсутствие магнитного поля.

2. Получено аналитическое выражение для термодинамической плотности состояний в квантующем магнитном поле с непараболическим законом дисперсии. С помощью предложенной формулы, исследована температурная зависимость термодинамической плотности состояний в квантующем магнитном поле с кейновским законом дисперсии.

3. Используя предложенную модель из высокотемпературной N_s рассчитана низкотемпературная плотность состояний. Моделирование температурной зависимости позволили определить уровни Ландау в PbS и PbTe в широких температурных спектрах.

4. Установлено, что зависимость эффективной массы электронов от энергии влияет на температурную зависимость ширины запрещенной зоны в квантующем магнитном поле. Исследована температурная зависимость энергетического спектра плотности состояний InSb с учетом зависимости эффективной массы от магнитного поля в зоне проводимости.

5. Создана теория температурной зависимости осцилляций эффекта дГВА в полупроводниках. Температурная зависимость осцилляции эффект дГВА объясняется термическим уширением уровней Ландау в магнитном поле. Влияния температуры на эффект осцилляции дГВА объясняется температурной зависимостью термодинамической плотности состояний в магнитном поле. Результаты теоретических расчетов сравнивались с экспериментальными результатами в низкоразмерных полупроводниках.
6. Построена теория температурной зависимости осцилляций эффекта Шубникова - де Гааза с учетом термического уширения уровней Ландау в полупроводниках.
7. Предложен новый метод определения циклотронной эффективной массы электронов из данных осцилляций ШдГ. Создано трехмерное изображение осцилляций ШдГ в полупроводниках. Полученные теоретические результаты сопоставлены с экспериментальными данными в полупроводниках.
8. Предложен простой метод расчета осцилляции КПС в квантующем магнитном поле с неквадратичным законом дисперсии. Сравнивается изменение осцилляции комбинированной плотности состояний по энергии поглощаемого фотона для разных уровней Ландау в параболических и непараболических зонах. Теоретические результаты сравниваются с экспериментальными результатами, полученными для InAs.
9. Получена температурная зависимость осцилляции комбинированной плотности состояний в полупроводниках с непараболическим законом дисперсии. Объяснена температурная зависимость ширины запрещенной зоны в сильном магнитном поле с неквадратичным законом дисперсии. Экспериментальные результаты интерпретируются при помощи осцилляции комбинированный плотности состояний в сильном магнитном поле. Построена веерная диаграмма спектра магнитопоглощения в узкозонных полупроводниках. Построена трехмерная веерная диаграмма в полупроводниках с учетом комбинированной плотности состояний.

10. Разработан новый метод исследования влияния высоких давлений на уровни Ландау электронов в полупроводниках. Сравняется изменение осцилляции комбинированной плотности состояний по энергии фотона при разных давлениях в параболических и непараболических зонах.
11. Исследовано влияние давления на осцилляции эффектов ШдГ и дГвА в полупроводниках. Получена новая формула для расчета влияния давления на температурные зависимости квантовых осцилляционных явлений в полупроводниках.
12. Исследовалось влияние давления на осцилляции комбинированной плотности состояний и межзонного магнитопоглощения в полупроводнике с непараболическим законом дисперсии. Теоретические результаты сравниваются с экспериментальными результатами, полученными для InN. Результаты расчета сопоставляются с экспериментальными данными. Показано, что влияния давления на ширину запрещенной зоны проявляется на осцилляциях эффектов ШдГ и дГвА в полупроводниках.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брандт Н.Б., Кульбачинский В.А. Квазичастицы в физике конденсированного состояния. - Москва, Физматлит. 2007. - 632 С.
2. Баграев Н.Т., Брилинская Е.С., Клячкин Л.Е., Маляренко А.М., Романов В.В. Эффекты Шубникова-де Гааза и де Гааза-ван Альфена в объемных кристаллах и низкоразмерных структурах // Научно-технические ведомости СПбГПУ (физико-математические науки). - Санкт-Петербург, 2011. -№ 4(134). - С. 7-11.
3. Гулямов Г., Каримов И.Н., Шарипбаев Н.Ю., Эркабоев У.И. Определение плотности поверхностных состояний на границе раздела полупроводник диэлектрик в структурах Al-SiO₂-Si и Al-SiO₂-n-Si<Ni> при низкой температуре // Узбекский физический Журнал.- Ташкент, 2010. - 12(№3). -С.143-146.
4. Гулямов Г., Шарипбаев Н.Ю., Эркабоев У.И. Тепловое уширение плотности состояний и температурная зависимость ширины запрещенной зоны Ge // Физическая инженерия поверхности. -Харьков, 2012 . - Т. 10. №4. -С. 366-370.
5. Гулямов Г., Шарипбаев Н. Определение дискретного спектра плотности поверхностных состояний МОП структур Al-SiO₂-Si облученных нейтронами // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследование. -Москва, 2012. -№9, -С. 1-5
6. Гулямов Г., Шарипбаев Н.Ю. Определение плотности поверхностных состояний границы раздела полупроводник-диэлектрик в МДП структуре // Физика и техника полупроводников. - Санкт-Петербург, 2011.- Т.45, вып 2. - С.178-182.
7. Шарипбаев Н.Ю. Математическое моделирование определения плотности поверхностных состояний на границе раздела SiO₂-Si в приборах с зарядовой связью: Дис. ... канд. физ. - мат.наук. - Ташкент: АНРУз ФТИ, 2011. -119 с.

8. Gulyamov G., Erkaboev U. I., Sharibaev N.Yu. The temperature dependence of the density of states in semiconductors// World Journal of Condensed Matter Physics. - Irvine CA, USA, 2013. - vol.3/ №.4. -pp.216-220.
9. Gulyamov G., Sharibaev N.Yu., Erkaboev U.I. Definitions of localized energy states on the Quasi-Fermi level with changing times// Physical surface engineering. - Kharkiv, 2013. -vol 11. №.3. -pp.275-278.
10. Gulyamov G., Erkaboev U. I., Sharibaev N.Yu. The temperature dependence of the band gap Si// Physical surface engineering. - Kharkiv, 2013. -vol 11. №.3. -pp. 289-292.
11. Дюгаев А.М., Григорьев П.Д., Овчинников Ю.Н. Снятие вырождения уровней Ландау двумерных электронов точечными примесями // Письма ЖЭТФ. -Москва, 2003. -Т.78, вып.3. -С.180-183.
12. Гайнутдинов Р.Х., Хамадеев М.А., Зайцева Е.В., Салахов М.Х. Плотность фотонных состояний в оптических наноматериалах и управление энергетическими уровнями атомов // Наносистемы: физика, химия, математика. -Украина, 2012. -Т.3, №1. - С. 56-63.
13. Chuiko G.P., Stepanchikov D.M. Geometrical way of determination of effective masses and densities of states within generalized Kildal's model // Physics and chemistry of solid state. - Ukraine, 2008. -Vol. 9, №2. - P. 312318
14. Kytin V.G., Bisquert J., Abayev I., Zaban A. Determination of density of electronic states using the potential dependence of electron density measured at nonzero temperatures // Physical Review B. - USA, 2004. Vol.70. - P.193304-1-193304-4.
15. Kormanyos A., Kaufmann Z., Czerti J., Lambert C.J. Logarithmic contribution to the density of states of rectangular Andreev billiards // Physical Review B. - USA, 2003. Vol.67. -P.172506-1-172506-4.
16. Charlene Chen., Kai-Chen Cheng., Evgeniy Chagarov., Jerzy Kanicki. Crystalline In-Ga-Zn-O density of states and energy band structure

- calculation using density function theory // Japanese journal of applied physics. - Japan. 2011. - Vol.50. - P. 091102-1-091102-10.
17. Roland Doll., Gert-Ludwig Ingold. Lissajous curves and semiclassical theory: The two-dimensional harmonic oscillator // American journal of physics. - USA. 2007. - Vol. 75, No.3. - P. 208-215.
 18. Moustafa El Kurdi., Guy Fishman., Sebastien Sauvage., Philippe Boucaud. Band structure and optical gain of tensile-strained germanium based on a 30 band k-p formalism // Journal of applied physics. - USA. 2010. - Vol.107. - P. 013710-1-013710-7.
 19. Иванов-Омский В.И., Таглиаферро А., Фанчини Г., Ястребов С.Г. Плотность состояний аморфного углерода и ее модификация отжигом // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург. 2002. -Т. 36, вып.1. -С. 117-123.
 20. Кастро Р.А., Бордовский В.А., Анисимова Н.И., Грабко Г.И. Спектроскопия заряженных дефектов в тонких слоях стеклообразного $\text{Ge}_{0.285}\text{Pb}_{0.15}\text{S}_{0.565}$ // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург. 2009. -Т. 43, вып.3. -С. 382-384.
 21. Арапов Ю.Г., Кузнецов О.А., Неверов В.Н., Харус Г.И., Шелушинина Н.Г., Якунин М.В. Определение щелей подвижности и плотности локализованных состояний дырок для гетероструктур p-Ge/ $\text{Ge}_{1-x}\text{Si}_x$ в режиме квантового эффекта Холла // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург. 2002. -Т. 36, вып.5. -С. 550-557.
 22. Тиховская Н.В., Югай К.Н. Влияние числа частиц на плотность состояний нанокластера алюминия // Вестник НГУ. Серия: Физика - Новосибирск. 2008. - Т.3, вып.2. - С.88-94.
 23. Баграев Н.Т., Брилинская Е.С., Гец Д.С., Клячкин Л.Е., Маляренко А.М., Романов В.В. Осцилляции Шубникова-де Гааза и де-Гааза Ван Альфена в кремниевых наноструктурах // Физика и техника полупроводников. - Санкт-Петербург. 2011. -Т. 45, вып.11. -С. 1503-1508.

24. Баграев Н.Т., Брилинская Е.С., Даниловский Э.Ю., Клячкин Л.Е., Маляренко А.М., Романов В.В. Эффект де-Гааза ван Альфена в наноструктурах фторида кадмия // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург. 2012. -Т. 46, вып.1. -С. 90-95.
25. Баграев Н.Т., Гимбицкая О.Н., Клячкин Л.Е., Маляренко А.М., Шелых И.А., Рыскин А.И., Щеулин А.С. Квантовый эффект Холла в наноструктурах на основе фторида кадмия // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург. 2009. -Т. 43, вып.1. -С.82-84.
26. Aneesh Nainani., Toshifumi Irisawa., Brian R. Bennet., J. Brad Boos., Mario G.Ancona., Krishna C. Saraswat. Study of Shubnikov-de Haas oscillations and measurement of hole effective mass in compressively strained $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{Sb}$ quantum wells // Solid state electronics. - USA . 2011. -Vol. 62. - P. 132141.
27. Yampol'skii V.A., Savel'ev S., Franco Nori. Voltage-driven quantum oscillations in graphene // New journal of physics. - USA. 2008. Vol.10. - P.1-9.
28. Sergey Vitkalov. Nonlinear transport of 2D electrons in crossed electric and quantizing magnetic fields // International Journal of Modern Physics. - Singapore. 2009. Vol.23. No.1. - P. 1-27.
29. Henrique J.P. Freire., J. Carlos Egues. Shubnikov-de Haas Oscillations in Digital Magnetic Heterostructures // Brazilian journal of physics. -Brasilia. 2004. -Vol. 34, No.2B. -P.614-616.
30. Berkutov I.B., Andrievskii V.V., Komnik Yu.F., Mironov O.A., Mironov M., Leadley D.R. Shubnikov-de Haas Oscillations of the conductivity of a twodimensional gas in quantum wells based on germanium and silicon. Determination of the effective mass and g factor // Low temperature physics. -USA. 2009. -Vol. 35, No.2. -P.141-145.
31. Веденеев С.И., Князев Д.А., Прудкогляд В.А., Романова Т.А., Садаков А.В. Квантовые осцилляции в сильных магнитных полях, фаза берри и

- сверхпроводимость в трехмерных топологических изоляторах $\text{Bi}_{2-x}\text{Cu}_x\text{Se}_3$ // ЖЭТФ. - Москва. 2015. -Т. 148. вып. 1(7). -С. 75-87.
32. Капустин А.А., Столяров В.С., Божко С.И., Борисенко Д.Н., Колесников Н.Н. Поверхностная природа квазидвумерных осцилляций Шубникова- де Гааза в $\text{Bi}_2\text{Te}_2\text{Se}$ // ЖЭТФ. -Москва. 2015. -Т. 148. вып. 2(8). -С. 321332.
33. Алешкин В.Я., Гавриленко И.В., Иконников А.В., Криштопенко С.С., Садофьев Ю.Г., Спирин К.Е. Обменное усиление g-фактора в гетероструктурах InAs/AlSb // Физика и техника полупроводников. - Санкт-Петербург. 2008. -Т. 42, вып.7. -С.846-851.
34. Аверкиев Н.С., Монахов А.М., Саблина Н.И., Кoenraad P.M. Об обработке экспериментальных данных по осцилляции магнитосопротивления в двумерном электронном газе // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург. 2003. -Т. 37, вып.2. - С.169-172.
35. Пономарев Д.С., Васильевский И.С., Галиев Г.Б., Климов Е.А., Хабибуллин Р.А., Кульбачинский В.А., Юзеева Н.А. Подвижность и эффективная масса электронов в составных квантовых ямах InGaAs с нановставками InAs и GaAs // Физика и техника полупроводников. - Санкт-Петербург. 2012. -Т. 46, вып.4. -С.500-506.
36. Лайхо Р., Немов С.А., Лашкул А.В., Лахдеранта Э., Свечникова Т.Е., Дворник Д.С. О квазилокальных состояниях Sn в Bi_2Te_3 на основе исследования гальваномангнитных эффектов в классических и квантующих магнитных полях // Физика и техника полупроводников. - Санкт-Петербург. 2007. -Т. 41, вып.5. -С.565-569.
37. Германенко А.В., Миньков Г.М., Рут О.Э., Шерстобитов А.А., Дворецкий С.А., Михайлов Н.Н. Двумерный полуметалл в широких квантовых ямах HgTe: энергетический спектр носителей и магнитотранспорт // Физика и техника полупроводников. -Санкт- Петербург. 2013. -Т. 47, вып.10. -С. 1586-1590.

38. Бовкун Л.С., Криштопенко С.С., Жолудев М.С., Иконников А.В., Спирин К.Е., Дворецкий С.А., Михайлов Н.Н., Терре F., Кнар W., Гавриленко В.И. Обменное усиление g-фактора электронов в двумерном полуметалле в квантовых ямах HgTe // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург. 2015. -Т. 49, вып.12. - С.1676- 1682.
39. Голубков М.В., Горина Ю.И., Калюжная Г.А., Князев Д.А., Романова Т.А., Родин В.В., Садаков А.В., Сентюрина Н.Н., Степанов В.А., Черноок С.Г., Веденеев С.И. Квантовые осцилляции в сильнолегированных халькогенидах висмута // Письма в ЖЭТФ. - Москва. 2013. -Т.98, вып.8. -С.533-538.
40. Schoenberg D. Magnetic oscillations in metals. - New York, Wiley. 1986. Chapter 1.- 679 P.
41. Алисултанов З.З. Осцилляции электронной температуры в размерноквантованной пленки в поперечном магнитном поле // Физика твердого тела. -Санкт-Петербург. 2015. -Т. 57, вып.12. -С.2433-2438.
42. Carrington A., Fletcher J.D., Cooper J.R., Taylor O.J., Balicas L., Zhigadlo N. D., Kazakov S.M., Karpinski J., Charmant J.P.H., Kortus J. De Haas-van Alphen effect investigation of the electronic structure of Al-substituted MgB₂ // Physical Review B. - USA. 2005. - Vol.72. -P. 1-4.
43. Yasutomi Tatetsu, Hirochika Teruya, Shou Shirono, Takahiro Maehira. Origin of the frequency branch of the de Haas-van Alphen effect in UAl₃ // Journal Phys. Soc. Jpn. - Japan. 2011. - Vol.80. -P. 1-3.
44. Воскобойников И.Б., Демишев С.В., Любовская Р.Н., Мощалков В.В., Самарин Н.А., Случанко Н.Е. Циклотронный резонанс и эффект де Гааза-ван Альфена в органическом проводнике (BEDT- TTF)₈Hg₄Cl₂(C₆H₅Cl)₂ // Физика твердого тела. - Санкт-Петербург. 2002. -Т. 44, вып. 2. -С.203-208.
45. Любовский Р.Б., Песоцкий С.И., Viberacher W., Жилиева Е.И., Богданова О. А., Любовская Р.Н. Осцилляции де Гааза-ван Альфена в органическом

- квазидвумерном металле $(BEDO-TTF)_5[CsHg(SCN)_4]_2$ // Физика твердого тела. -Санкт-Петербург. 2008. -Т. 50, вып. 8. -С.1501-1504.
46. Поплавко Ю.М. Основы физики магнитных явлений в кристаллах. - Киев. НГУУ КПИ. - 2007. 230 С.
 47. Платонов В.В., Кудасов Ю.Б., Макаров И.В., Маслов Д.А., Сурдин О.М., Жолудев М.С., Иконников А.В., Гавриленко В.И., Михайлов Н.Н., Дворецкий С.А. Исследование магнитопоглощения при различных температурах в гетероструктурах HgTe/CdHgTe с квантовыми ямами в импульсных магнитных полях // Физика и техника полупроводников. - Санкт-Петербург. 2015. -Т. 49, вып.12. -С.1660-1664.
 48. Кондаков О.В., Иванов К.Г. Магнитооптические осцилляции в висмуте при температурах $T > 77K$ // Физика и техника полупроводников. - Санкт-Петербург. 2003. -Т. 37, вып.5. -С.543-545.
 49. Грабов В.М., Иванов К.Г., Зайцев А.А. Магнитооптические исследования висмута при температуре 80-280К // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург. 2000. -Т. 34, вып.11. -С. 1339-1341.
 50. Капустина А.Б., Петров Б.В., Родина А.В., Сейсян Р.П. Магнитопоглощение гексагональных кристаллов CdSe в сильных и слабых полях: квазикубическое приближение // Физика твердого тела. - Санкт-Петербург. 2000. -Т. 42, вып. 7. -С.1207-1217.
 51. Сейсян Р.П., Савченко Г.М., Аверкиев Н.С. Диамагнитный экситон-поляритон в межзонной магнитооптике полупроводников // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург. 2012. -Т. 46, вып.7 - С.896-900.
 52. Ваганов С.А., Сейсян Р.П. Температурно-зависимое экситонное поглощение в длиннопериодных структурах множественных квантовых ям $In_xGa_{1-x}As/GaAs$ // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург. 2011. -Т. 45, вып.1 -С. 104-110.

53. Бовкун Л.С., Криштопенко С.С., Иконников А.В., Алешкин А.Я., Кадыков А.М., Ruffenach S., Consejo C., Teppe F., Кнар W., Orlita M., Piot V. , Potemski M., Михайлов Н.Н., Дворецкий С.А., Гавриленко В.И. Магнитоспектроскопия двойных квантовых ям HgTe/CdHgTe // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург. 2016. -Т. 50, вып.11 - С. 1554-1560.
54. Деревянчук А.В., Зенкова К.Ю., Крамар В.М., Ницович Б.М. Особенности магнитооптического поглощения молекулярного кристалла в экситонной области частот // Физика твердого тела. -Санкт-Петербург. 2005. -Т. 47, вып. 6. -С.1039-1041
55. Марков С.А., Сейсян Р.П., Кособукин В.А. Спектроскопия экситонных поляритонов в напряженных полупроводниковых структурах A^nB^{VI} с широкими квантовыми ямами // Физика и техника полупроводников. - Санкт-Петербург. 2004. -Т. 38, вып.2 -С.230 -236.
56. Сейсян Р.П., Кособукин В.А., Маркосов М.С. Экситоны и поляритоны в полупроводниковых твердых растворах AlGaAs // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург. 2006. -Т. 40, вып.11 -С. 1321 - 1331.
57. Алешкин В.Я., Закревский Н.В. Оптическая ширина запрещенной зоны GaAs а мегагауссных магнитных полях // Физика твердого тела. -Санкт- Петербург. 2007. -Т. 49, вып. 4. -С.602-612.
58. Решина И.И., Иванов С.В. Магнитооптика одиночной квантовой ямы CdMnSe/CdMgSe // Физика и техника полупроводников. -Санкт- Петербург. 2008. -Т. 42, вып.11 -С.1348 -1355.
59. Решина И.И., Иванов С.В., Мирлин Д.Н., Седова И.В., Сорокин С.В. Экситонная фотолюминесценция и вертикальный транспорт фотовозбужденных носителей в сверхрешетках CdSe/CdMgSe // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург. 2005. -Т.39, вып.4 - С.456 -461.

60. Брандт Н.Б., Чудинов С.М. Эффект Шубникова-де Гааза и его применение для исследования энергетического спектра металлов, полуметаллов и полупроводников // Успехи физических наук. - Москва. 1982. -Т.137. №7. С.479-499.
61. Чибисов А.Н. Влияние давления на атомную и электронную структуру энстатита $MgSiO_3$: Ab initio расчет // Журнал технической физики. - Санкт-Петербург. 2013. - Т.83, вып.5 -С.69-72.
62. Щенников В.В., Карькин А.Е., Гавалешко Н.П., Фрасуняк В.М. Влияние давления и анионного замещения на электрические свойства кристаллов $HgTeS$ // Физика твердого тела. -Санкт-Петербург. 2000. -Т.42, вып.2. - С.210-217
63. Даунов М.И., Арсланов Р.К., Гаджиалиев М.М., Картунова Е.В., Хохлачев П.П., Шванский П.П. Электрофизические и термоэлектрические свойства окиси цинка при атмосферном и гидростатическом давлениях // Физика и техника полупроводников. - Санкт-Петербург. 2006. -Т. 40, вып.11 -С.1289-1295.
64. Скипетров Е.П., Зверева Е.А., Волкова О.С., Голубев А.В., Моллаев А.Ю., Арсланов Р.К., Слынько В.Е. Электронные и структурные переходы в сплавах $Pb_{1-x}Ge_xTe$: Ga под давлением // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург. 2004. -Т.38, вып.10 -С. 1199-1205.
65. Арсланов Т.Р. Кинетические и магнитные свойства разбавленных магнитных полупроводников $Cd_{1-x}Mn_xGeAs_2$ и $Cd_{1-x}Mn_xGeP_2$ при высоком давлении до 7 ГПа: Дис. ... канд. физ. - мат.наук. - Махачкала: РАН институт физики им. Х.И. Амирханова Дагестанского научного центра, 2011. -133 с.
66. Щенников В.В., Овсянников С.В. Термоэдс серы при высоком давлении // Физика твердого тела. -Санкт-Петербург. 2003. -Т.45, вып.4. -С.590- 593.

67. Щенников В.В. Магнитосопротивление и термоэдс теллура при высоком давлении до 30 ГПа // Физика твердого тела. -Санкт-Петербург. 2000. - Т.42, вып.4. -С.626-634.
68. Коробейников И.В., Лукьянова Л.Н., Воронцов Г.В., Щенников В.В., Кутасов В.А. Термоэлектрические свойства твердых растворов $n\text{-Bi}_2\text{Te}_{3-x}\text{Se}_x\text{S}_y$ при высоком давлении // Физика твердого тела. -Санкт-Петербург. 2014. -Т.56, вып.2. -С.263-269.
69. Овсянников С.В., Григорьева Ю.А., Лукьянова Л.Н., Воронцов Г.В., Кутасов В.А., Щенников В.В. Термоэлектрические свойства твердых растворов $p\text{-Bi}_{2-x}\text{Sb}_x\text{Te}_3$ под давлением // Физика твердого тела. -Санкт-Петербург. 2012. -Т.54, вып.2. -С.246-251.
70. Бахадырханов М.К., Мавлонов Г.Х., Илиев Х.М. Управление магнитными свойствами кремния с нанокластерами атомов марганца // Журнал технической физики. -Санкт-Петербург. 2014. -Т.84, вып.10. - С.139-141.
71. Бахадырханов М.К., Мавлонов Г.Х., Илиев Х.М., Аюпов К.С., Саттаров О.Э., Тачилин С.А. Особенности магнетосопротивления в перекомпенсированном кремнии, легированном марганцем // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург. 2014. -Т. 48, вып.8 - С.1014-1019.
72. Бахадырханов М.К., Аюпов К.С., Илиев Х.М., Мавлонов Г.Х., Саттаров О.Э. Влияние электрического поля, освещенности и температуры на отрицательное магнетосопротивление кремния, легированного по методу «низкотемпературной диффузии» // Письма в журнал технической физики. -Санкт-Петербург. 2010. -Т.36, вып.16. -С .11-18.
73. Абдурахманов К.П., Утамурадова Ш.Б., Далиев Х.С., Таджи-Аглаева С.Г., Эргашев Р.М. Процессы дефектообразования в кремнии, легированном марганцем и германием // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург.1998. -Т.32, вып.6 -С.676-680.

74. Саидов А.С., Лейдерман А.Ю., Каршиев А.Б. Термовольтаический эффект в варизонном твердом растворе $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ ($0 < x < 1$) // Письма в журнал технической физики. -Санкт-Петербург. 2016. -Т.42, вып.14. - С.21-27.
75. Зайнабидинов С.З., Саидов А.С., Лейдерман А.Ю., Каланов М.У., Усмонов Ш.Н., Рустамова В.М., Бобоев А.Й. Получение, структура и свойства эпитаксиальных пленок $(\text{GaAs})_{1-x-y}(\text{Ge}_2)_x(\text{ZnSe})_y$ на основе GaAs // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург.2016. -Т.50, вып.1 -С.60-64.
76. Валиев У.В., Gruber J.B., Рустамов У.Р., Саидов К.С., Соколов В.Ю. Магнитооптическое исследование нечетной составляющей кристаллического поля в тербий-иттрий алюминиевом гранате // Письма в журнал технической физики.-Санкт-Петербург. 2003.-Т.29, вып.21.- С.7-18
77. Агринская Н.В., Козуб В.И., Полянская Т.А., Саидов А.С. Проявление $\text{var}\epsilon_2$ -проводимости в магнитосопротивлении многодолинных полупроводников // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург.1999. -Т.33, вып.2 -С. 161-164.
78. Саидов А.С., Лейдерман А.Ю., Усмонов Ш.Н., Холиков К.Т. Вольт-амперная характеристика р-п-структур на основе непрерывного твердого раствора $(\text{Si}_2)_{1-x}(\text{CdS})_x$ // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург.2009. -Т.43, вып.4 -С.436-440.
79. Валиев У.В., Gruber J.B., Sardar D., Zandi B., Качур И.С., Мухаммадиев А.К., Пирятинская В.Г., Соколов В.Ю., Эдельман И.С. Эффект Зеемана и особенности штарковского расщепления электронных состояний редкоземельного иона в тербиевых парамагнитных гранатах $\text{Tb}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}$ и $\text{Tb}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ // Физика твердого тела. -Санкт-Петербург. 2007. -Т.49, вып.1. -С.87-91.
80. Валиев У.В., Рустамов У.Р., Соколов Б.Ю. Управляемая магнитным полем поляризованная люминесценция гранатов $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ --Тб и

- $Y_3Al_5O_{12}$ --Но // Физика твердого тела. -Санкт-Петербург. 2002. -Т.44, вып.2. -С.269-274.
81. Займан Дж. Принципы теории твердого тела. - Москва, Мир.1974. -Гл.9. - 349 С.
 82. Лифшиц И.М., Азбель М.Я., Каганов М.И. Электронная теория металлов. - Москва, Наука, 1971. - част 2, - С.119.
 83. Gulyamov G., Erkaboev U.I., Sharibaev N.Yu. Effect of temperature on the thermodynamic density of states in a quantizing magnetic field // Semiconductor. - USA. 2014. - Vol. 48. Iss.10. - P.1323-1328
 84. Gulyamov G., Erkaboev U.I., Sharibaev N.Yu. Simulation of the temperature dependence of the density of states in a strong magnetic field // Journal of Modern Physics. - USA. 2014. -Vol. 5, No.8. -P.680-685.
 85. Ravich Yu.I., Efimova V.A., Smirnov I.A. Investigation methods of semiconductors in application to plumbum halcogenids PbTe, PbSe and PbS. Moscow, Nauka, 1968. - Ch.5. P.229.
 86. Dubrovsky I.N., Ravich Y.I. Study parabolic conduction band of PbTe by thermo power measurements in a strong magnetic field // Physics of the Solid State. -USA. 1966. - Vol. 8, No.5. - P.1455-1460.
 87. Цидильковский И.М. Электроны и дырки полупроводниках. Москва, Наука. 1972. - Гл.5. -С. 444.
 88. Dubitskiy I.S., Yafyasov A.M. On the field effect in thin films of semiconductors with Kane's charge-carrier dispersion relation // Semiconductor. -USA. 2014. Vol.48, Iss.3. -P. 312-319.
 89. Pavlov N.V., Zegrya G.G. Effect of nonparabolicity of the electron and light- hole energy spectrum on the optical properties of heterostructures with deep AlSb/InAs_{0.86}Sb_{0.14}/AlSb quantum wells // Semiconductor. -USA. 2015. Vol.49, Iss.5. -P. 604-614.
 90. Kukushkin I.V., Meshkov S.V., Timofeev V.B. Two-dimensional electron density of states in a transverse magnetic field // Physics-Uspekhi. Moscow.- 1988. -Vol. 31, Iss. 6. -P. 511-534

91. Вавилов В.С., Кекелидзе Н.П., Смирнов Л.С. Действие излучений на полупроводники. Москва, Наука, 1988. -С.
92. Ридли Б. Квантовые процессы в полупроводниках. Москва, Мир, 1986. С.
93. Баженов Н.Л., Шияев А.В., Мынбаев К.Д., Зегря Г.Г. Оптические переходы в квантовых ямах на основе $Cd_xHg_{1-x}Te$ и их анализ с учетом особенностей зонной структуры // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург.2012. -Т.46, вып.6 -С.792-798.
94. Усов С.О., Цацульников А.Ф., Лундин В.В., Сахаров А.В., Заварин Е.Е., Леденцов Н.Н. Фотолюминесценция локализованных экситонов в квантовых точках InGaN // Физика и техника полупроводников. -Санкт- Петербург.2008. -Т.42, вып.2 -С. 187-191.
95. Nepal N., Li J., Nakarmi M.L., Lin J.Y., Jiang H.X.. Temperature and compositional dependence of the energy band gap of AlGaIn alloys // Appl. Phys. Lett. -USA. 2005. -Vol. 87. -P. 242104(1)- 242104(4).
96. Кунец В.П., Кулиш Н.Р., Кунец Вас. П., Лисица М.П., Малыш Н.И. Температурная зависимость оптической энергетической щели квантовых точек CdS_xSe_{1-x} // Физика и техника полупроводников. -Санкт- Петербург.2002. -Т.36, вып.2 -С.227-230.
97. Passler R. Parameter sets due to fittings of the temperature dependencies of fundamental bandgaps in semiconductors // phys.stat.sol.(b). - USA. 1999. - Vol.216, P.975-990.
98. Ансельм А.И. Введение в теорию полупроводников. Москва, Наука, 1978. -Гл. 6. - С.367.
99. Блатт Ф. Физика электронной проводимости в твердых телах. Москва, Мир, -1971. - Гл. 11. -С.403.
100. Oeschler N., Hartmann S., Pikul A.P., Krellner C., Geibel C., Steglich F. Low-temperature specific heat of $YbRh_2Si_2$ // Physica B. UK. -2008. -V.403. -P. 1254-1256.

101. Зверев Л.П., Кружаев В.В., Миньков Г.М., Рут О.Э. О возможности использования туннельной спектроскопии для определения энергетической зависимости эффективной массы в полупроводниках // Письма в ЖЭТФ. Москва. 1980.-Т.31, вып. 3, С. 169-172.
102. Ravich Yu.I. Band structure and scattering mechanisms in lead chalcogenides from transport phenomena // Journal de physique. France. -1968. - Vol. 29. - P. 114-124.
103. Мотт Н., Девис Э. Электронные процессы в некристаллических веществах. Москва, Мир, 1982. 368 С.
104. Лифшиц И.М., Косевич А.М. К теории магнитной восприимчивости металлов при низких температурах // ЖЭТФ. -Москва. -1955. -Т.29. Вып.6. - С.730-742.
105. Лифшиц И.М., Гредескул С.А., Пастур Л.А. Введение в теорию неупорядоченных систем. Москва. Наука. 1982. гл.3, С.162.
106. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Москва, Наука, 1976. ч.1, гл.3, с.109.
107. Абрикосов А.А. Основы теории металлов. Москва, Наука, 1987. гл.10, с.156.
108. Adams E.N., Holstein T.D. Quantum theory of transverse galvano-magnetic phenomena // Journal of Physics and Chemistry of Solids. - USA. 1959. - Vol. 10. Iss.4. -P. 254-276.
109. Zak J., Zawadzki W. Effective-Mass Approximation for Electrons in Crossed Electric and Magnetic Fields // Phys. Rev. 1966. -USA. -Vol. 145, Iss.2. P. 536-541
110. Kim T., Jung M., Yoo K.H. Determination of the effective mass of the twodimensional electron gas occupied at two subbands in $\text{In}_{0.65}\text{Ga}_{0.35}\text{As}$ strained single quantum wells by using the fast Fourier transformation and the inverse fast Fourier transformation analyses // Journal of Physics and Chemistry of Solids. 2000. - USA. -Vol. 61. Iss.11. -P. 1769-1774

111. Tsuneya Ando, Alan B. Fowler, Frank Stem. Electronic properties of twodimensional systems // Rev. Mod. Phys. 1982. -USA. Vol.54, Iss.2. -P. 437473
112. Кудряшов А.А., Кытин В.Г., Лунин Р.А., Кульбачинский В.А., Banerjee A. Влияние легирования таллием на подвижности электронов в $\text{Bi}_2\text{Se}_3\text{Sb}_2\text{Te}_3$ // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург. 2016. - Т.50, вып.7 -С.886-892.
113. Kulbachinskii V. A., Miura N., Nakagawa H., Arimoto H., Ikaida T., Lostak P., Drasar C. Conduction-band structure of $\text{Bi}_{2-x}\text{Sb}_x\text{Se}_3$ mixed crystals by Shubnikov-de Haas and cyclotron resonance measurements in high magnetic fields // Phys. Rev. B 1999. -USA. - Vol. 59, Iss.24. P. 733-740
114. Butch N. P., Kirshenbaum K., Syers P., Sushkov A. B., Jenkins G. S., Drew H. D., Paglione J. Strong surface scattering in ultrahigh-mobility Bi_2Se_3 topological insulator crystals // Phys. Rev. B 2010. -USA. -Vol. 81, Iss.24. P. 1301-1309
115. Kazuma Eto, Zhi Ren, Taskin A.A., Kouji Segawa, Yoichi Ando. Angular- dependent oscillations of the magnetoresistance in Bi_2Se_3 due to the threedimensional bulk Fermi surface // Phys. Rev. B 2010. -USA. -Vol. 81, Iss.19. P. 5309-5310
116. Helin Cao, Jifa Tian, Ireneusz Miotkowski, Tian Shen, Jiuning Hu, Shan Qiao, Yong P. Chen. Quantized Hall Effect and Shubnikov-de Haas Oscillations in Highly Doped Bi_2Se_3 : Evidence for Layered Transport of Bulk Carriers // Phys. Rev. Lett. 2012. -USA. -Vol.108, Iss.21. P. 6803-6804
117. Komnik Yu.F., Berkutov I.B., Andrievskii V.V., Mironov O.A., Myronov M., Leadley D.R. Features of the Shubnikov-de Haas Oscillations of the conductivity of a high-mobility two-dimensional gas in a $\text{SiGe}/\text{Ge}/\text{SiGe}$ quantum wells // Low temperature physics. -USA. 2006. -Vol. 32, No.1. - P.82-85.

118. Алферов Ж.И. История и будущее полупроводниковых гетероструктур // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург. 1998. -Т.32, вып.1 -С.3-18.
119. Ikonnikov A. V., Zholudev M.S., Spirin K.E., Lastovkin A.A., Maremyanin K.V., Aleshkin V.Ya., Gavrilenko V.I., Drachenko O., Helm M., Wosnitza J., Goiran M., Mikhailov N.N., Dvoretiskii S.A., Teppe F., Diakonova N., Consejo C., Chenaud B., Knap W. Cyclotron resonance and interband optical transitions in HgTe/CdTe quantum well heterostructures // Semiconductor Science and Technology. -USA. 2011. - Vol. 26, - Num. 12.- P. 9-11
120. Krishtopenko S.S., Ikonnikov A.V., Maremyanin A.V., Spirin K.E., Gavrilenko V.I., Sadofyev Yu.G., Goiran M., Sadowsky M., Vasilyev Yu.B. Cyclotron resonance study in InAs/AlSb quantum well heterostructures with two occupied electronic subbands // Journal of Applied Physics. -USA. 2012. Vol. 111. Iss.9. -P.093711
121. Krishtopenko S.S., Ikonnikov A.V., Orlita M., Sadofyev Yu.G., Goiran M., Teppe F., Кнап W., Gavrilenko V.I. Effect of electron-electron interaction on cyclotron resonance in high-mobility InAs/AlSb quantum wells // Journal of Applied Physics. -USA. 2015. Vol. 117. Iss.11. -P.112813
122. Жолудев М.С., Теп Ф., Морозов С.В., Орлита М., Консейо К., Руфенах С., Кнап В., Гавриленко В.И., Дворецкий С.А., Михайлов Н.Н., Антипересечение уровней Ландау в квантовых ямах HgTe/CdHgTe (013) с инвертированной зонной структурой // Письма в ЖЭТФ. -Москва. 2014. -Том.100. Вып.12. - С. 895-900.
123. Юнович А.Э. Оптические явления в полупроводниках. Москва, МГУ, 1988. с.110.
124. Зеегер К. Физика полупроводников. Москва, Мир. 1977. - С.414
125. Pidgeon C.R., Brown R.N. Interband Magneto-Absorption and Faraday Rotation in InSb. // Phys. Rev. USA. -1966. - Vol. 146, Iss.2. -P. 575-583

126. Zwerdling S., Keyes R.J., Foner S., Kolm H.H., Lax B. Magneto-band Effects in InAs and InSb in dc and High Pulsed Magnetic Fields // Phys. Rev. USA. 1956. - Vol. 104, Iss. 6. - P.1805-1808.
127. Мосс Т., Баррел Г., Эллис Б. Полупроводниковая оптоэлектроника. Москва, Мир. - 1976. 430 с.
128. Панков Ж. Оптические процессы в полупроводниках. Москва, Мир. - 1973. 460 с.
129. Bardeen J., Shockley W. Deformation Potentials and Mobilities in Non-Polar Crystals // Phys. Rev. USA. 1950. - Vol. 80, Iss.1. -P.72-80.
130. Vasileff H. D. Electron Self-Energy and Temperature-Dependent Effective Masses in Semiconductors: «-Type Ge and Si // Phys. Rev. USA. 1957. - Vol. 105, Iss.2. -P. 441-446.
131. Adams E. N. Vasileffs Calculation of Electronic Self-Energy in Semiconductors // Phys. Rev. USA. 1957. - Vol. 107, Iss.3. -P. 671-672.
132. Passler R. Semi-empirical descriptions of temperature dependences of band gaps in semiconductors // phys.stat.sol.(b). - USA. 2003. -Vol.236, No.3. - P. 710-728.
133. Вайнштейн И.А., Зацепин А.Ф., Кортон В.С. О применимости эмпирического соотношения Варшни для температурной зависимости ширины запрещенной зоны // Физика твердого тела. -Санкт- Петербург.1999. -Т.41, вып.6 -С.994-998.
134. Боднарь И.В. Оптические свойства твердых растворов $(\text{CuInSe}_2)_{1-x}(\text{2MnSe})_x$ // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург. 2010. -Т.44, вып.5 -С.606-609.
135. Боднарь И.В. Тепловое расширение и температурная зависимость ширины запрещенной зоны монокристаллов CuIn_5S_8 // Физика и техника полупроводников. - Санкт-Петербург. 2012. -Т.46, вып.5 -С.620-623.
136. Боднарь И.В., Павлюковец С.А. Температурная зависимость ширины запрещенной зоны монокристаллов FeIn_2S_4 // Физика и техника полупроводников. -Санкт-Петербург. 2011. -Т.44, вып.11 -С. 1450-1453.

137. Wagner R.J., Palik E.D., Swiggard E.M. Interband magnetoabsorption in $Cd_xZn_{3-x}As_2$ // Phys. Lett. -USA. - 1969. -Vol. 30A, No.3. -P. 175-176.
138. Grigoriev P.D. Theory of the Shubnikov-de Haas effect in quasi-twodimensional metals // Phys. Rev. B. USA. 2003. - Vol.67, Iss.14. -P. 44014405.
139. Drichko I.L., D'yakonov A.M., Smirnov I.Yu., Gal'perin Yu.M., Preobrazhenskii V.V., Toropov A.I. Role of Si-doped $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ layers in the high-frequency conductivity of $GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ heterostructures under conditions of the quantum hall effect // Semiconductors. USA. 2004. -Vol.38, Iss.6. -P.702-711.
140. Shchennikov V.V., Kar'kin A.E., Gavaleshko N.P., Frasunyak V.M. Magnetoresistance of HgSeS crystals at hydrostatic pressures of up to 1 Gpa // Physics of the Solid State. USA. 1997. -Vol. 39, Iss. 10. -P.1528-1532.
141. Neifel'd E.A., Demchuk K.M., Kharus G.I., Bubnova A.E., Domanskaya L.I., Shtrapein G.D., Paranchich S.Yu. Shubnikov-de Haas oscillations in HgSe) Fe (and HgSe) Co (under hydrostatic pressure // Semiconductors. USA. 1997. -Vol. 31, Iss.3. -P.261-264.
142. Gulyamov G., Erkaboev U.I., Sharibaev N.Yu. The de Haas-van Alphen effect at high temperatures and low magnetic fields in semiconductors // Modern phys. Lett. B. Singapore. 2016. -Vol. 30. No.7. -P. 1-7.
143. Бонч-Бруевич В.Л., Калашников С.Г. Физика полупроводников. Москва, Наука. 684 с.
144. Polyakova A.L. Deformation of semiconductors and semiconductor devices. Moscow, Energy, Chapter 1, str.18-27.
145. Bir G.L., Pikus G.E. Symmetry and Deformation Effects in Semiconductors. Moscow. Nauka, 1972. Part 6, pp. 449-463
146. Гулямов Г., Эркабоев У.И., Байматов П.Ж. Моделирование зависимости энергии поглощаемого фотона от магнитного поля в полупроводниках // Альтернативная энергетика и экология. Россия. 2016. -№.19-20(207-208). -С. 130-138.

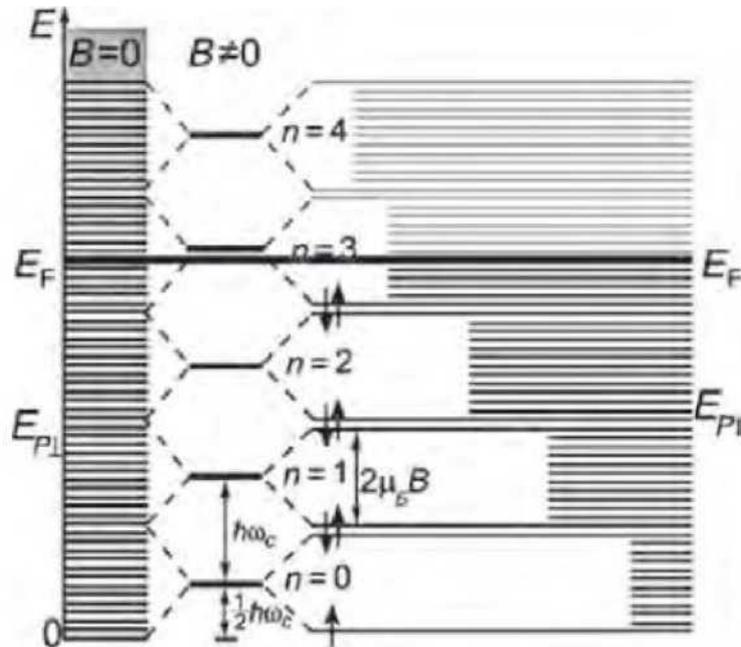
147. Gulyamov G., Erkaboev U.I., Baymatov P.J. Determination of the density of energy states in a quantizing magnetic field for model Kane // Advances in condensed matter physics. USA. -Vol. 2016 (2016). Article ID 5434717. - P.1-5
<http://dx.doi.org/10.1155/2016/5434717>
148. Ibanez J., Segura A., Garcia-Domene B., Oliva R., Manjon F.J., Yamaguchi T., Nanishi Y., Artus L. High-pressure optical absorption in InN: Electron density dependence in the wurtzite phase and reevaluation of the indirect band gap of rocksalt InN // Phys. Rev. B. USA. 2012 -Vol. 86. Iss.3. -P. 52105215
149. Ruiz-Fuertes J., Errandonea D., Manjon F.J., Martinez-Garcia D., Segura A., Ursaki V.V., Tiginyanu I.M. High-pressure effects on the optical-absorption edge of CdIn₂S₄, MgIn₂S₄, MnIn₂S₄ thiospinels // Journ. of Appl. Phys. USA. 2008. -Vol. 103, Iss.6. -P. 3710-3715
150. Баранский П.И., Клочков В.П., Потыкевич И.В. Полупроводниковая электроника. Киев, Наукова думка.1975. 660 с.
151. Berchenko N. N., Krevs V.E., Sredin V.G. Semiconductor solid solutions and their application (reference tables). Moscow, Military, 1982, Chapter 1, p. 33.

ПРИЛОЖЕНИЯ

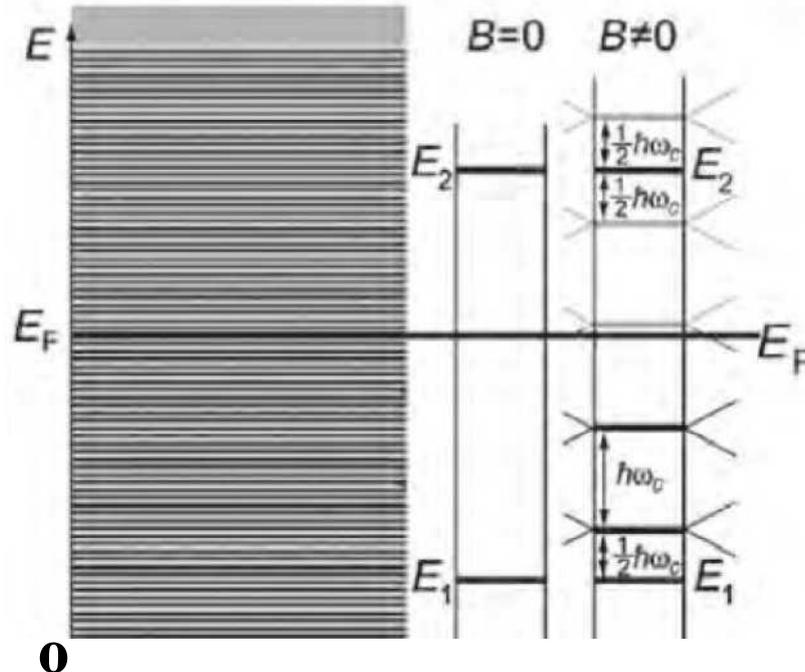
Приложение 1

Схема, иллюстрирующая переход от квазинепрерывного энергетического спектра электронов в нулевом магнитном поле ($B=0$) к квантованному спектру при ($B \neq 0$) в объемном материале (а) и в низкоразмерных системах (б) [2]. E_F - уровень Ферми; $E_{P\perp}$, E_m - энергии, соответствующие движению электрона соответственно перпендикулярно и параллельно магнитному полю; n - квантовое число осциллятора; $E \wedge E_2$ - позиции размерного квантования

й)

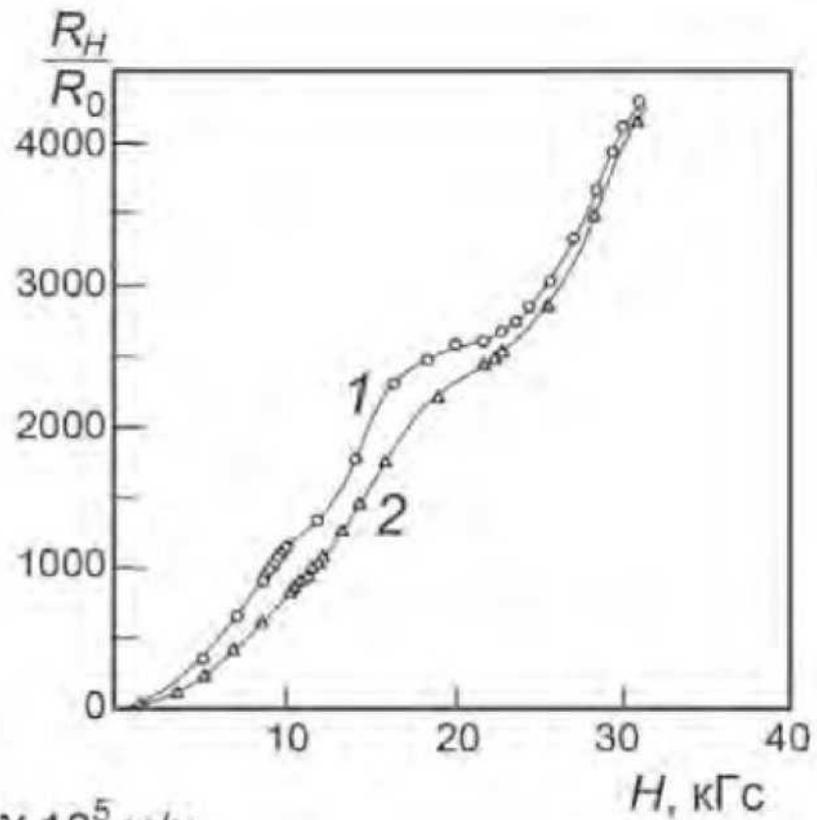


б)

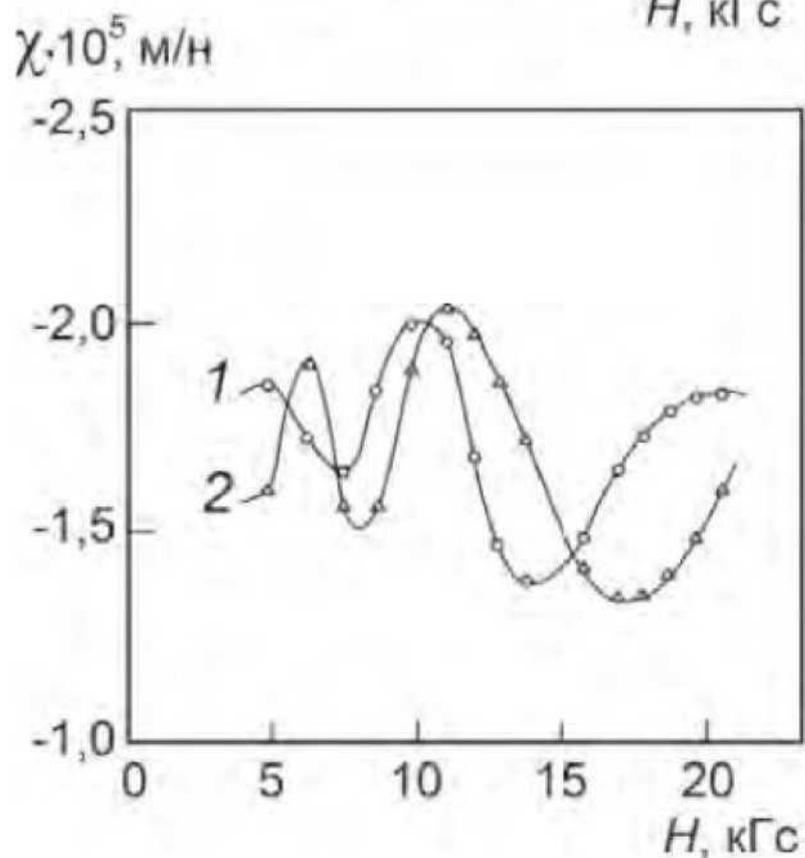


Осцилляции магнетосопротивления (*а*) (эффект Шубникова-де Гааза) и магнитной восприимчивости (*б*) (эффект де Гааза-Ван Альфена) в висмуте [2];

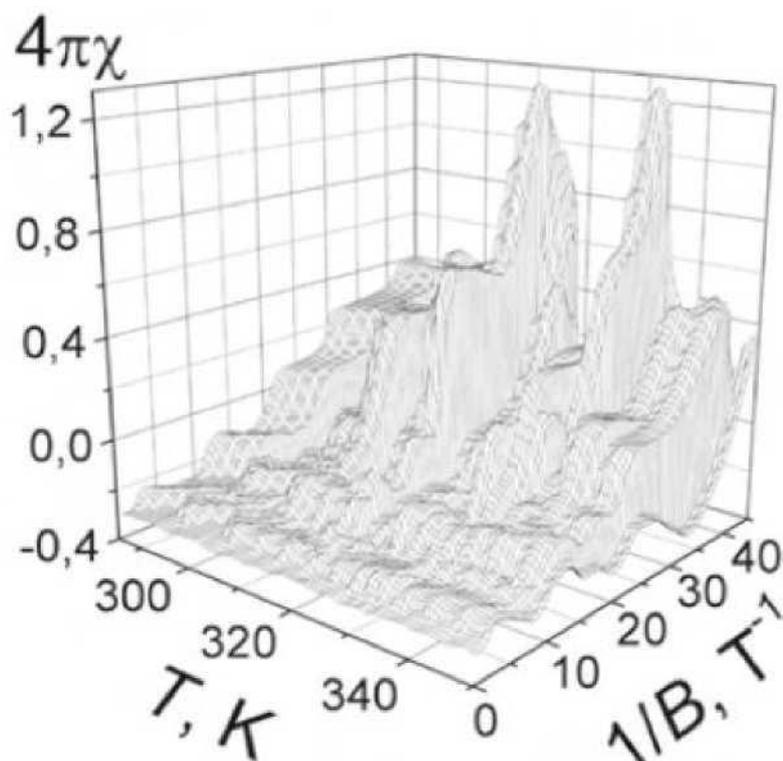
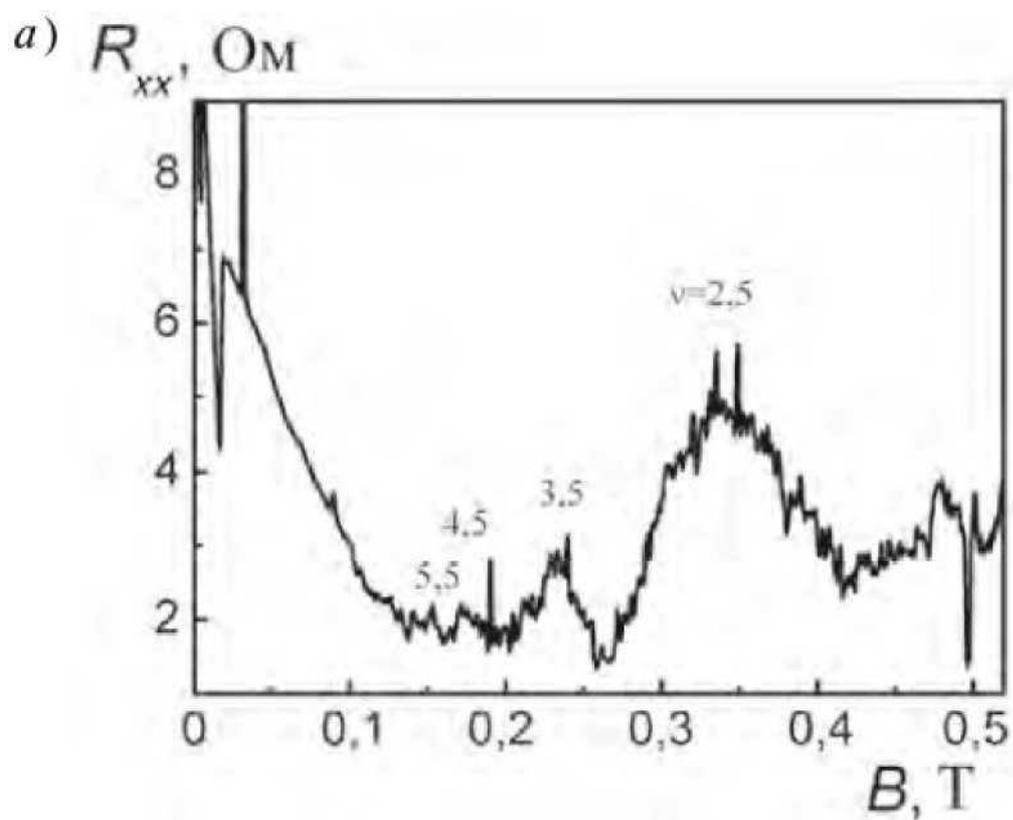
а)



б)



Осцилляции Шубникова-де Гааза (а) и осцилляции де Гааза-Ван Альфена (б) в низкоразмерных полупроводниках при высоких температурах и слабых магнитных полях [2]



Осцилляции ШдГ поперечного (а) и продольного (б) магнетосопротивление (МС) при $T=4,2$ К и атмосферном давлении для образцов HgSeS x : 1-0,104; 2-0,203; 3-0,508; 4-0,601 [62, 66, 140].

Таблица 1. Параметры образцов HgSe $_{1-x}$ S $_x$ при атмосферном давлении

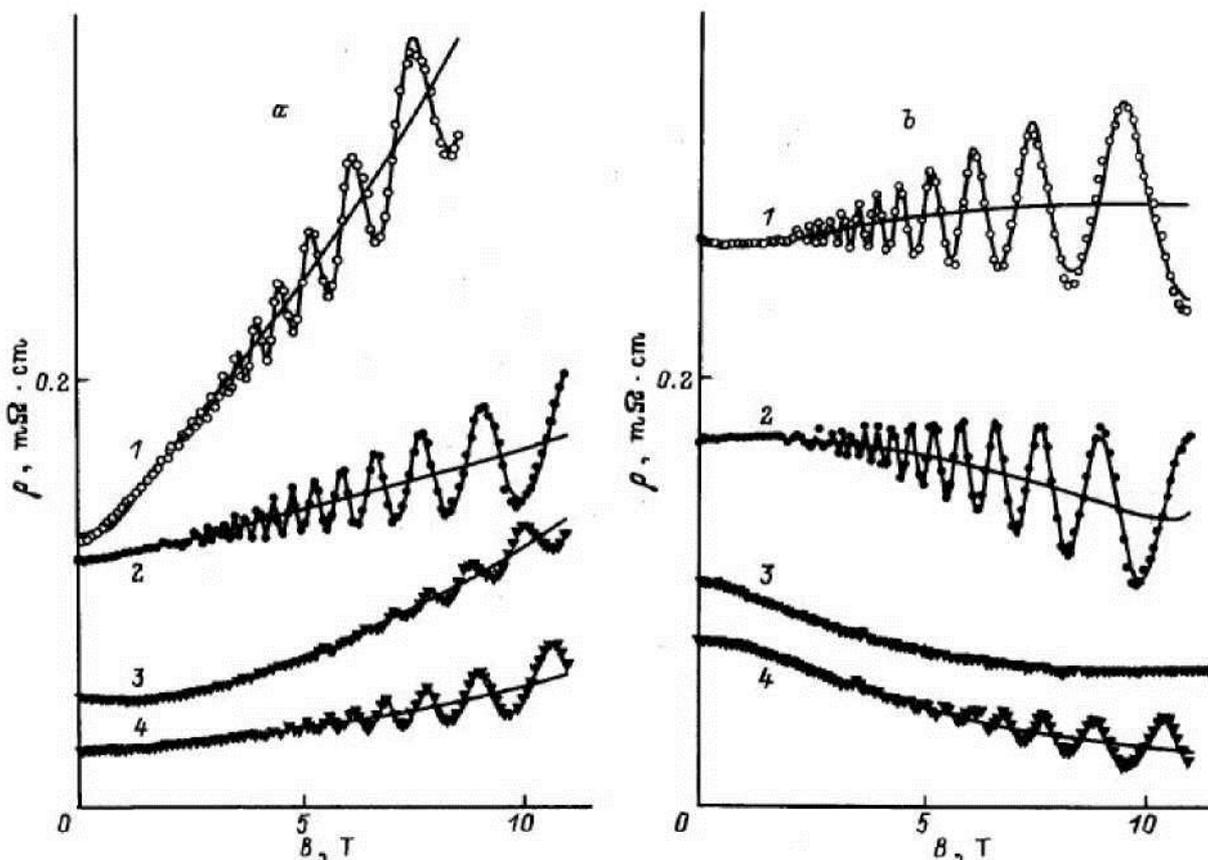
x	$n, 10^{18} \text{ cm}^{-3}$	$\rho_0, 10^{-4} \Omega \cdot \text{cm}$	$\rho_1, 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm} \cdot \text{K}^{-1}$	$\rho_2, 10^{-9} \Omega \cdot \text{cm} \cdot \text{K}^{-2}$	$\mu_0, 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$	T_0, K	y	B_0, T	B_1, T	$z, 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
0.054	1.63	0.52	-0.17	2.1	8.0	198	2.6	-	-	-
0.104	0.84	1.34	-0.44	6.3	5.3	200	3.0	34.6	7.41	0.30
0.150	2.72	0.55	-0.21	2.4	4.6	177	2.3	-	-	-
0.202	3.13	0.79	-0.37	4.6	6.4	147	2.3	50.8	6.05	0.16
0.302	3.50	0.47	-0.15	3.4	3.8	149	2.6	-	-	-
0.508	3.99	0.56	-0.10	3.9	3.7	159	2.6	73.2	20.5	0.13
0.601	3.26	0.76	-0.11	6.6	3.3	122	2.1	58.9	14.4	0.091

* Для поперечного МС.

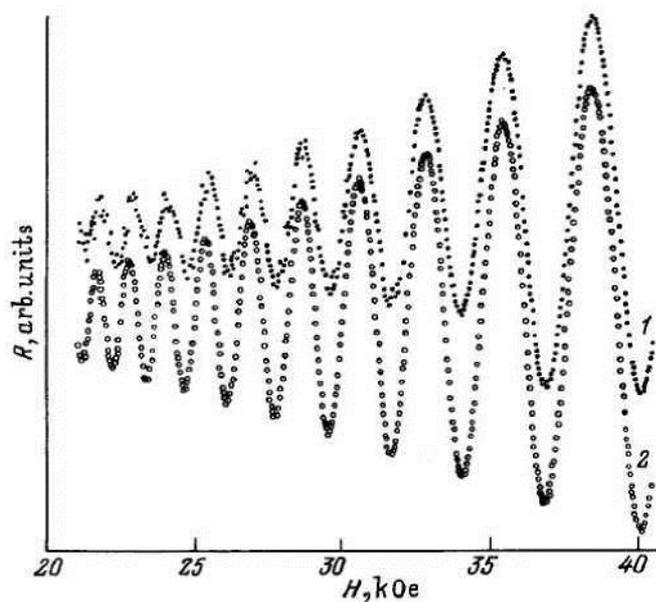
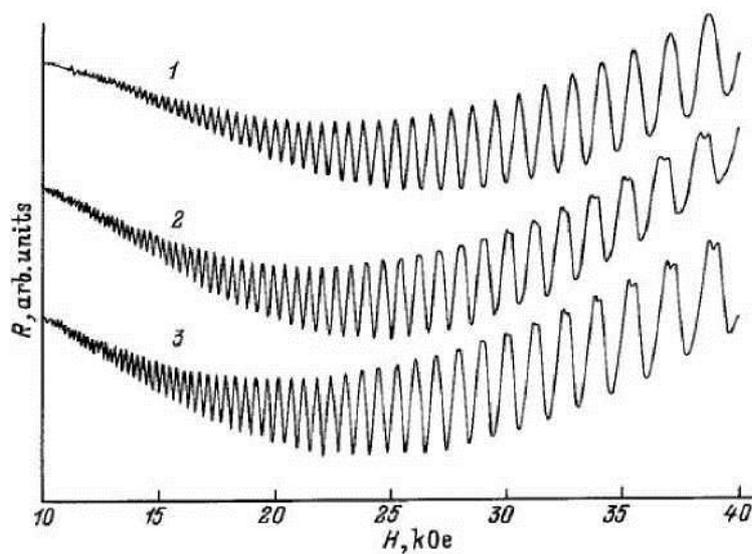
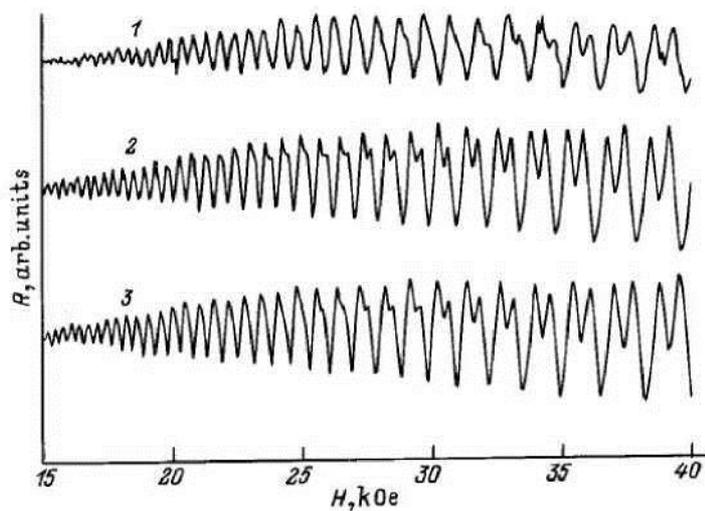
Таблица 2. Параметры образцов HgSe $_{1-x}$ S $_x$ при гидростатическом давлении P

x	P, GPa	$\rho_0, 10^{-4} \Omega \cdot \text{cm}$	$\rho_1, 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm} \cdot \text{K}^{-1}$	$\rho_2, 10^{-9} \Omega \cdot \text{cm} \cdot \text{K}^{-2}$	$z, 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
0.104	0.38	0.73	-0.53	5.3	-
0.104	0.70	2340	-41.2	1190	0.065
0.104	0.1	84.6*	-	-	0.087
0.508	0.50	276	-0.58	419	0.13

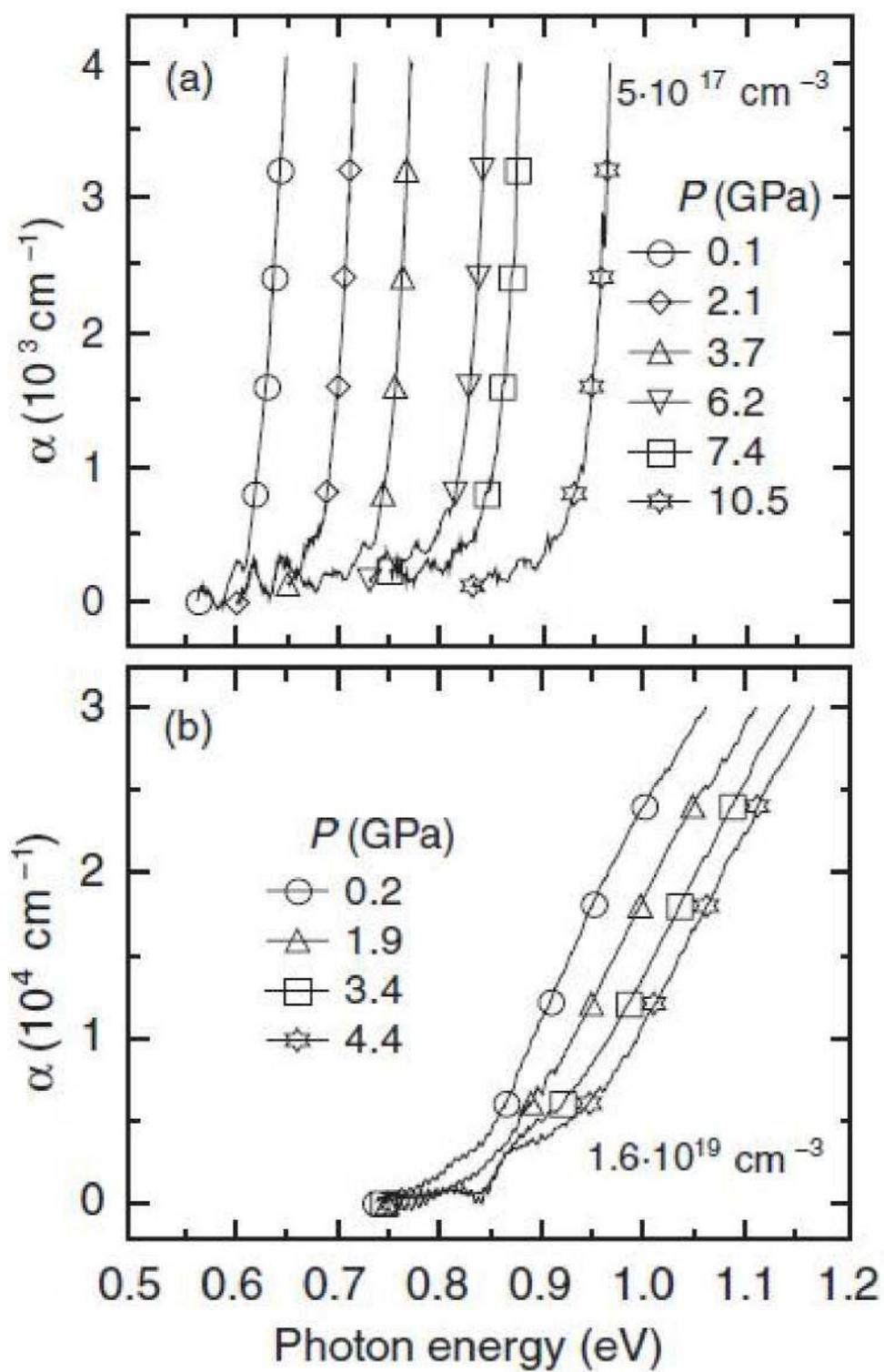
* При $T = 4.2 \text{ K}$.



Осцилляции продольного магнитосопротивления при атмосферном давлении (1) при всестороннем сжатии при давлениях 3 кбар (2) и 5 кбар (3) для образца $HgSe(Fe)uHgSe(Co)$ [141]



Влияние гидростатического давления на оптическое поглощение в InN при слабых магнитных полях и комнатных температурах [148]



Расчеты с помощью Maple 9.5 температурная зависимость термодинамической плотности состояний в квантующих магнитных полях с непараболическим законом дисперсии.

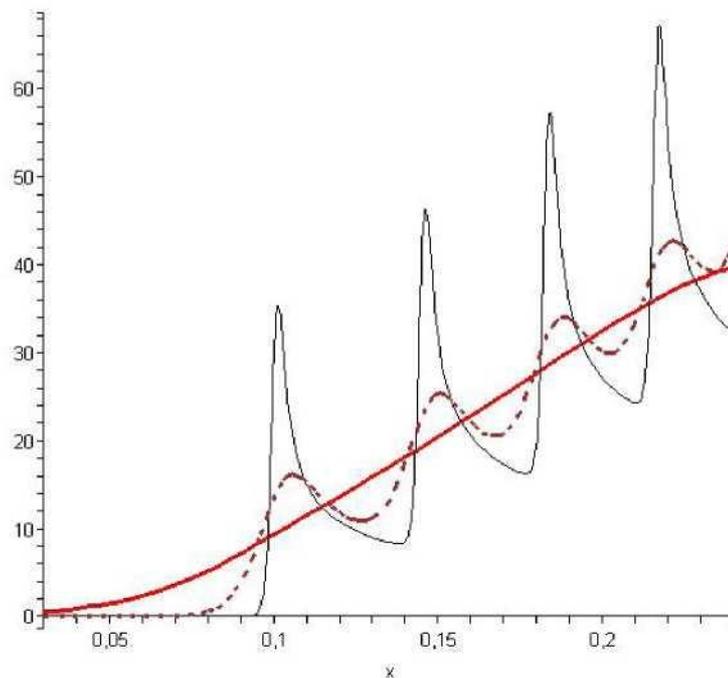
```
> restart; NET:=Sum( Int( Fermi*Ns, E=0..0.7), N=1..5);
Fermi:=(1/T)*exp((E-x)/T)/(1+exp((E-x)/T))^(2);
Ns:=( (2*E/Eg+1)/sqrt(E^2/Eg+E-(N+1/2)*Ec)*piecewise(E^2/Eg+E<(N+1/2)*Ec,0,1) );
```

$$NET = \sum_{N=1}^5 \int_0^{0.7} Fermi Ns dE$$

$$Fermi = \frac{e^{\left(\frac{E-x}{T}\right)}}{T \left(1 + e^{\left(\frac{E-x}{T}\right)}\right)^2}$$

$$Ns = \frac{\left(\frac{2E}{Eg} + 1\right) \left(\begin{cases} 0 & \frac{E^2}{Eg} + E < \left(N + \frac{1}{2}\right) Ec \\ 1 & otherwise \end{cases} \right)}{\sqrt{\frac{E^2}{Eg} + E - \left(N + \frac{1}{2}\right) Ec}}$$

```
InSb Ec:=0.1; Eg:=0.2;
> T:=0.001; a:=4.1; b:=0.5; p1:=plot( NET, x=0.03..0.24, color=black, linestyle=1, thickness=1 );
> T:=0.005; a:=0; b:=0; p2:=plot( NET, x=0.03..0.24, color=brown, linestyle=2, thickness=2 );
> T:=0.02; a:=0; b:=0; p3:=plot( NET, x=0.03..0.24, color=red, linestyle=4, thickness=2 );
> with(plots): display( (p1,p2,p3,p4) );
```



Расчеты с помощью Maple 9.5 влияние магнитного поля и температуры на ширину запрещенной зоны полупроводников с параболическим законом дисперсии.

> restartwith(plots): k:=1.38e-23: el:=1.6e-19: h:=6.62e-34: el:=1.6e-19: Mel:=9.1e-31:

E,L:array[1..501]:

E[1]	=	0.5	L[1]	=	1.06076E+17
E[2]	=	0.519	L[2]	=	3.48037E+16
E[3]	=	0.538	L[3]	=	2.48565E+16
E[4]	=	0.557	L[4]	=	2.03814E+16
E[5]	=	0.576	L[5]	=	1.7696E+16 :
E[6]	=	0.595	L[6]	=	1.58567E+16
E[7]	=	0.614	L[7]	=	1.44962E+16
E[8]	=	0.633	L[8]	=	1.34376E+16
E[9]	=	0.652	L[9]	=	1.25837E+16
E[10]	=	0.671	L[10]	=	1.18762E+16
E[11]	=	0.69	L[11]	=	1.12778E+16
E[12]	=	0.709	L[12]	=	1.0763E+16 :
E[13]	=	0.728	L[13]	=	1.03141E+16
E[14]	=	0.747	L[14]	=	9.91835E+15
E[15]	=	0.766	L[15]	=	9.56596E+15
E[16]	=	0.785	L[16]	=	9.24965E+15
E[17]	=	0.804	L[17]	=	8.96371E+15
E[18]	=	0.823	L[18]	=	8.70361E+15
E[19]	=	0.842	L[19]	=	8.46572E+15
E[20]	=	0.861	L[20]	=	8.24711E+15
E[21]	=	0.88	L[21]	=	8.04533E+15
E[22]	=	0.899	L[22]	=	7.85838E+15
E[23]	=	0.918	L[23]	=	7.68456E+15
E[24]	=	0.937	L[24]	=	7.52245E+15
E[25]	=	0.956	L[25]	=	7.37084E+15

Eg0:=0.234;

homegap:=0.03;

homegae:=0.031;

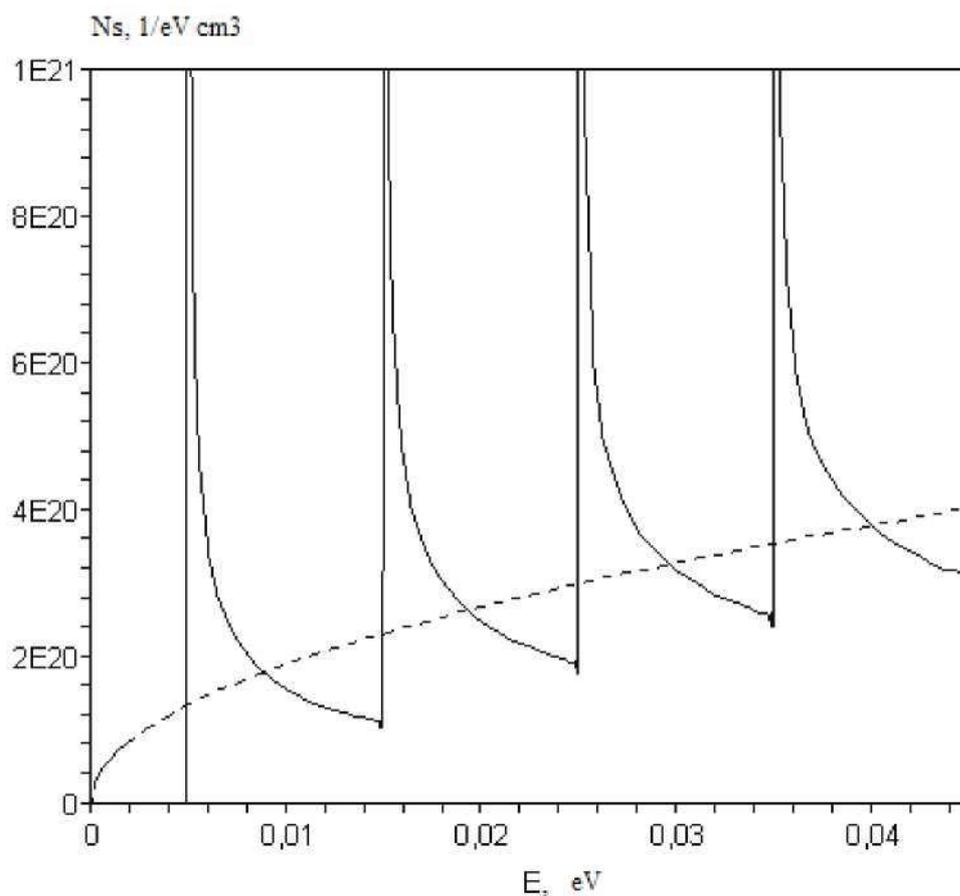
GN:= proc(E,Ek,T) exp((E-Ek)/(k*T/el)-exp((E-Ek)/(k*T/el)))/(k*T/el) end proc:

Ns:= proc(Ek,T) (sum((L[i])*GN(-(E[i]*homegap), Ek, T), i = 1 ..

501))+sum((L[i])*GN(Eg0+(E[i]*homegae), Ek, T), i = 1 .. 501)) end proc:

plot([Ns(E,5),Ns(E,70),Ns(E,100),Ns(E,300)],

E=-0.18..0.42,Ns=3.2e+18..6.2e+19,linestyle=[1,3,4], color=[black,black,black];



С помощью предложенной модели исследовано влияние магнитного поля на плотность состояний свободного электрона.

В сильном магнитном поле плотность состояний сильно осциллирующая функция энергии, при $H=10$ кЭ, $T=0,4$ К. (сплошная линия).

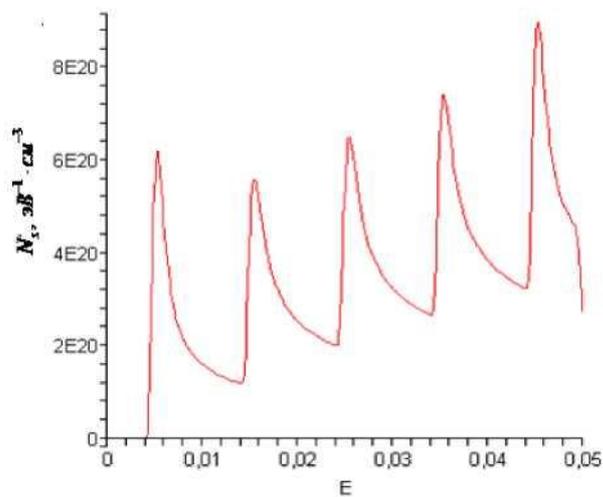
При уменьшение напряженности магнитного поля плотность состояний превращается в параболу и принимает форму N_s без магнитного поля.

Зависимость плотности состояний от энергии вычисленные по формуле (2.5)

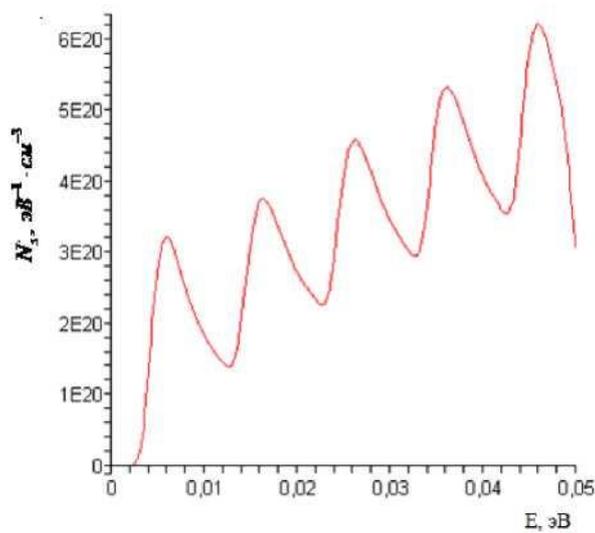
— расчеты $N_s(E)$ для $H=10$ кЭ и $T=77$ К

--- расчеты $N_s(E)$ для $H=0,1$ Э и $T=0,4$ К

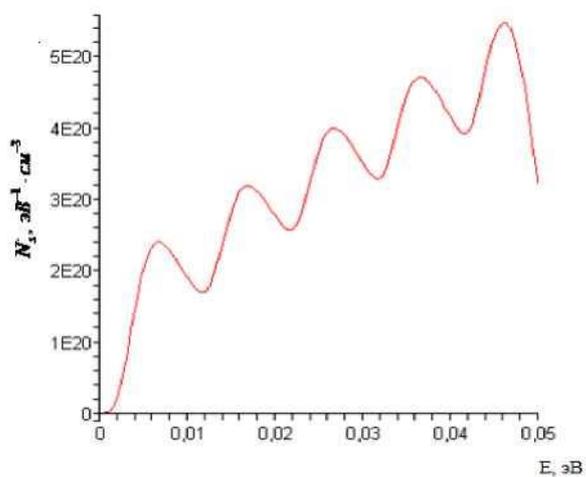
Температурная зависимость плотности энергетических состояний в сильном магнитном поле



a) $T=5 \text{ K}$



b) 15 K



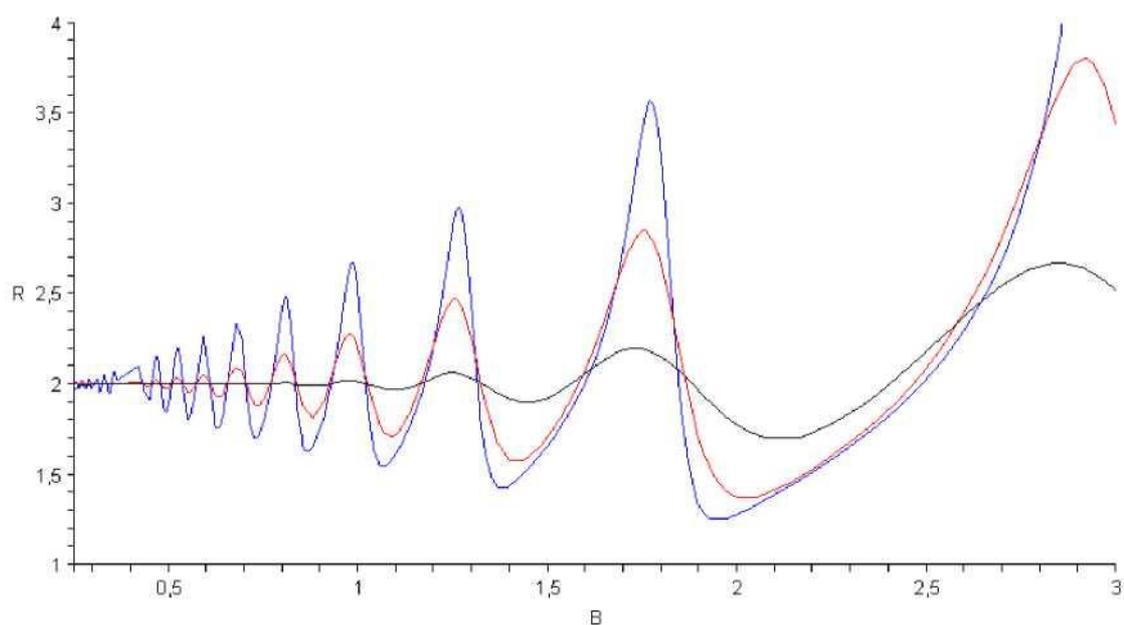
c). $T=25 \text{ K}$

Расчеты с помощью Maple 9.5 влияния температуры на осцилляции эффектов ШдГ в полупроводниках с параболическим законом дисперсии.

```
> restart; A:=1:k:=1.38e-23: el:=1.6e-19: Ec:=0.07;
Eg:=1.19;C:=1:S:=0.01:x:=0.045:
R:=proc(B,T)
-A* S*B* Sum( Int( C*E^A(-1/2)* (-el*exp((x-E) * el/(k*T)))/((1+exp((x- E)*el/(k*T)))^2*k*T))*((
1/sqrt(E-
(N+1/2)*S*B)*piecewise(E<(N+1/2)*S*B,0,1))), E=S*B..5), N=0..20); end proc:
plot([R(B,8),R(B,15),R(B,35)],B=0.25..3,R=1..4T=15..90Njds=0..5.5e+18,
numpoints=500, color=[blue,red,black],thickness=2);
```

$E_c := 0.07$

$E_g := 1.19$



Расчеты с помощью Maple 9.5 энергетических спектров свободных электронов в квантующем магнитном поле с параболическим и непараболическим законом дисперсии

```

> restart; h:=4.15e-15; e1:=1.6e-19; m:=9.1e-31; Eg:=0.234; Ec:=0.05;
En1:=proc(k,N)

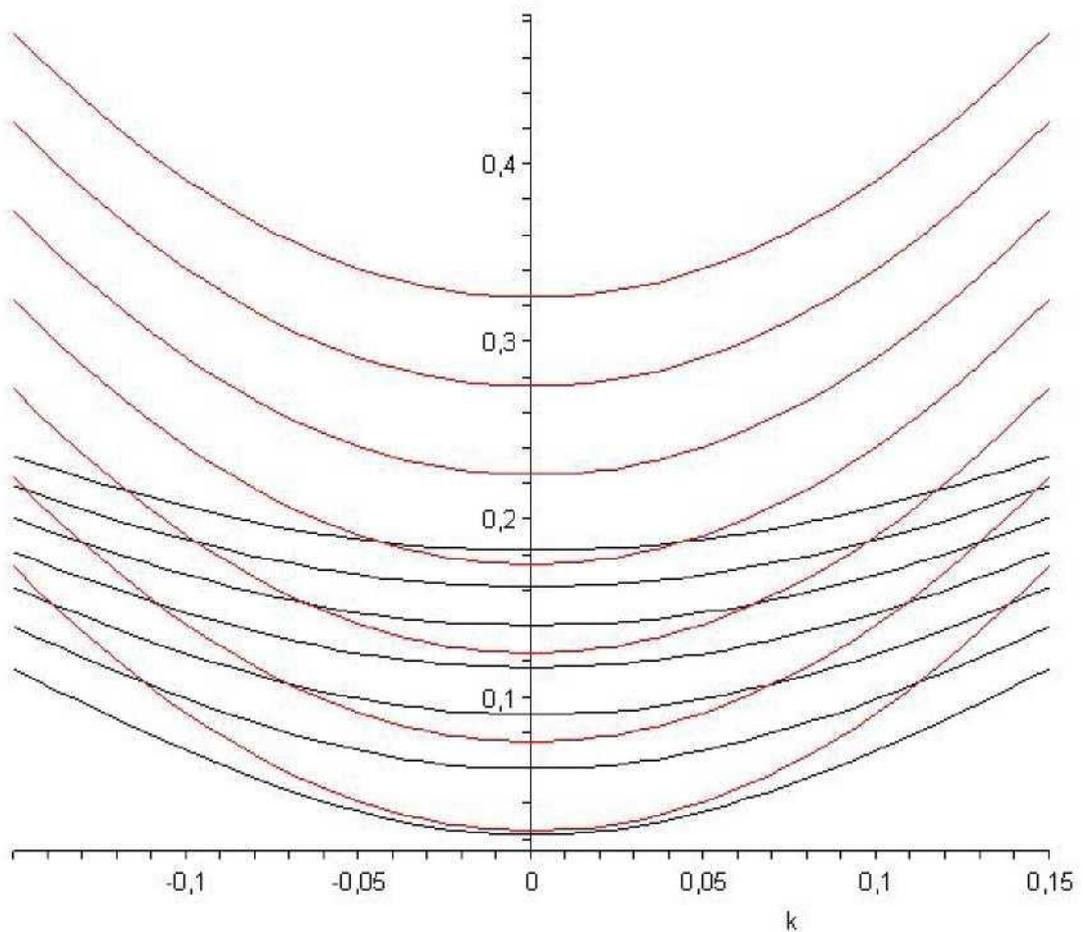
$$-\frac{E_g}{2} + \frac{1 \left( E_g^2 + 4 E_g \left( (N+0.5) E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right) \right)}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

end proc;
En2:=proc(k,N)

$$(N+0.5) E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

end proc;
> plot([En1(k,0),En1(k,1),En1(k,2),En1(k,3),
En1(k,4),En1(k,5),En1(k,6),En2(k,0),En2(k,1),En2(k,2),En2(k,3),En2(k,4),En2(k,5),En2(k,6)], k= -0.15..0.15, Njds=0..50,
color=[black,black,black,black,black,black,black,red,red,red,red,red,red,red,red,red],thickness=2);

```



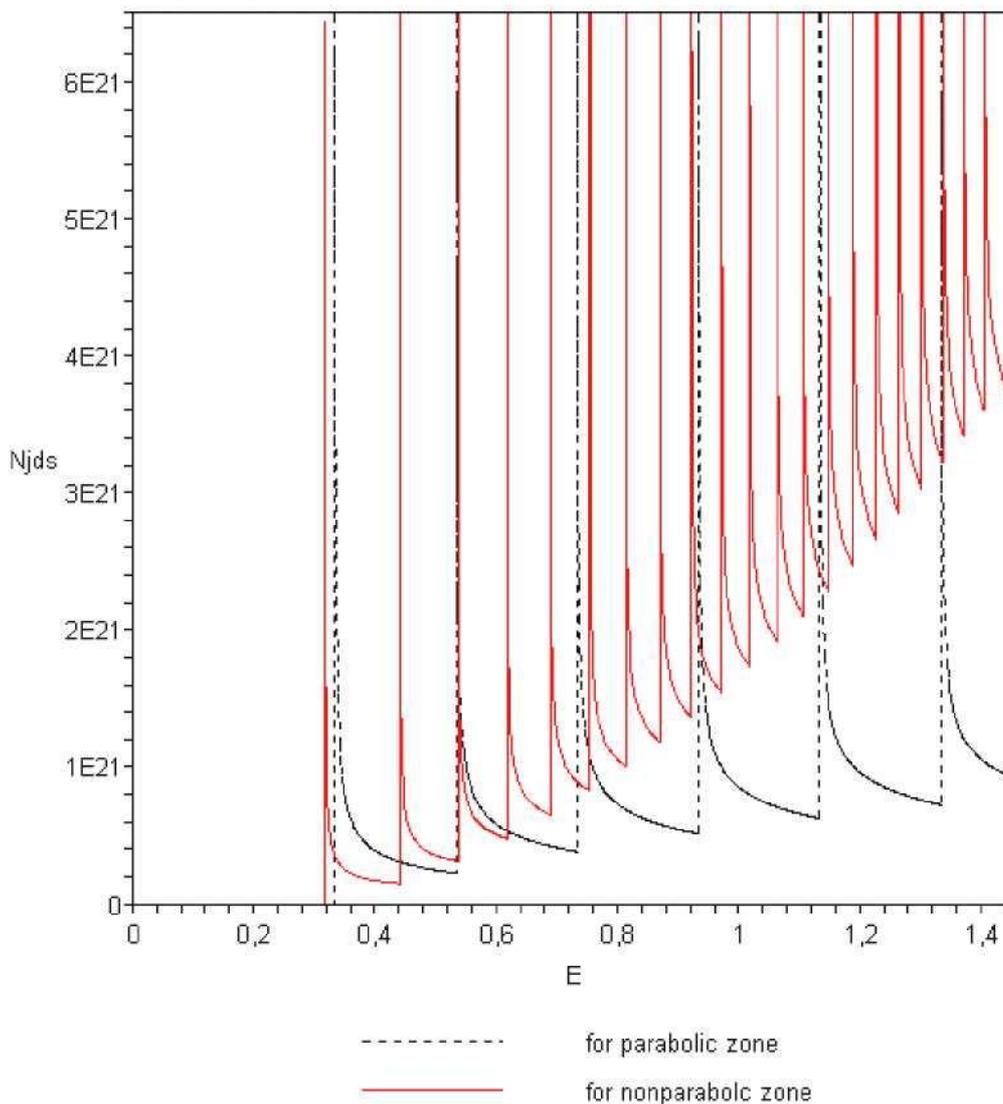
Расчеты с помощью Maple 9.5 осцилляции комбинированной плотности состояний в полупроводниках с параболическим и непараболическим законом дисперсии

```

> restart; Njdsnp:=proc(E,Ec) 1e+20*Sum(( 1/sqrt(E-Eg- 2*(N+1/2)*Ec)*piecewise((E-
Eg)<2*(N+1/2)*Ec,0,1)), N=0..20);
end proc:
Njdsnp:=proc(E,Ec) 1e+20*Sum(( (E/(4*Eg))/sqrt((E^2- Eg^2)/(4*Eg)-
(N+1/2)*Ec)*piecewise((E^2- Eg^2)/Eg<4*(N+1/2)*Ec,0,1)), N=0..20);
end proc:
> Ec:=0.2; Eg:=0.234;
plot([Njdsnp(E,0.1),Njdsnp(E,0.1),Njds(E,0.2)],E=0..1.45,Njds=0..
6.5e+21,numpoints=1000,color=[black,red,blue,green],linestyle=[3
,1]thickness=2);

```

$E_g := 0.234$



>

Расчеты с помощью Maple 9.5 влияния температуры на верную диаграмму спектра магнитопоглощение в полупроводниках с

непараболическим законом дисперсии

```
> restart; h:=1e-13: e1:=1.6e-19: m:=4.0e-29: numax1:=proc(B,N)
10.3*((Eg/h)^2+(2*Eg/h)*(e1*B/m)*(N+(1/2)))^(1/2)*1e-14;
end proc:
numax2:=proc(B,N)
(Eg/h)+(N+(1/2))*e1*B/m; end proc:

> Eg:=0.224;
plot([numax1(B,1),numax1(B,2),numax1(B,3),numax1(B,4),numax1(B,5)
),numax1(B,6),numax1(B,7),numax1(B,8),numax1(B,9),numax1(B,10),n
umax1(B,11),numax1(B,12),numax1(B,13),numax1(B,14)],B=0..100, numax1=0.2..0.5, Njds=0..50,
color=[black,black,black,black,black,black,black,black,black,bla
ck,black,black,black,black,black,black],thickness=2 );
```

$E_g := 0.224$

