В.В. Кабулов, А.В.Кабулов, А.Т.Кенжабаев

Ал-Хорезми основоположник алгоритмизации

(Монография)

Содержание

Введение

В истории развития мировой цивилизации, Узбекистан является одним из колыбелей мировой науки. В частности, широкое развитие получили такие науки как астрономия, математика, медицина, химия, история, философия, языковедение, литературоведение, и ремесла - скульптурное мастерство, ткачество, гончарное дело, стеклоделие и др. В настоящее время ученые Узбекистана активно изучают научное наследие, оставленное учеными древности, обогащают науку своими новыми открытиями, внося значительный вклад в развитие мировой науки. В IX-X века Средняя Азия (Центральная Азия) превратилась в один из крупнейших научных и культурных центров Востока, где начали создаваться первые научные учреждения и общества наподобие современных академий.

В XI веке Ургенч, столица Хорезма, был благоустроенным городом с высокой культурой. Хорезмшах Абул Аббас ибн Маъмун будучи правителем, имеющим живой интерес к культуре и науке, всячески поддерживал ученых, поэтов, музыкантов, каллиграфов, архитекторов и художников. При Дворце Хорезмшахов в Ургенче состояли такие великие мыслители Востока, как энциклопедисты: медик Ибн Сина (Авиценна) и представитель точных наук Абу Райхан Беруни, историк Ибн Мискавайх, математик Абу Наср ибн Ирак, философ Абу Сахл Масихи, лекарь Ибн Хаммар и другие.

Первую научную академию на мусльманском Востоке – «Байтан – Хикама» возглавлял выдающийся математик ал-Хорезми (783-850 гг.), который принимал участие в измерении длины градуса земного меридиана; ему принадлежат сочинения о конструировании астролябии, научные труды "Китаб алджабр ва-л- мукабала", одни из первых в мире "Астрономические таблицы", а также ряд научных трактатов - "Трактак об индийском счете", "Трактат о солнечных часах", "Трактат о музыке" и др. Ал-Хорезми впервые решил ряд алгебраических уравнений, первым ввёл в числовой ряд новый знак "ноль", что расширило теорию чисел и дало возможность перейти к отрицательным числам. И за эти достижения в честь ал-Хорезми назван новый раздел математики- "алгебра". В известном труде ал-Хорезми "Китаб аль-джебр ва-л-мукабала" ("Книга о восстановлении и противопоставлении") алгебра впервые рассматривается как самостоятельная отрасль математики. Фундаментальное понятие современной кибернетики, один из ее непременных основ-"алгоритм", этимологически связано с именем ал-Хорезми.

Исторически сложилось так, что на пороге XXI века в Республике Узбекистан сформирован интеллектуальный потенциал, который по своему уровню развития, инновационным открытиям, возможностям превосходит сегодня многие развивающиеся страны мира, а во многом и не уступает экономически развитым странам. Без преувеличения можно сказать, что фундамент уникального и прекрасного здания науки, интеллектуального потенциала Узбекистана был заложен много веков назад. Мы вправе с гордостью говорить о том, что отечественная наука восходит к очень древним временам, имеет глубокие и мощные корни. На протяжении столетий она надежно служит узбекской нации, всему человечеству в познании тайн природы, в медицине, философии, правоведении, теологии, литературоведении и языкознании.

Еще в далеком прошлом передовые узбекские мыслители широко проводили исследования, сделали научные открытия, которые составляют золотой фонд мировой, общечеловеческой науки и культуры. У истоков сокровищницы знаний, стояли наши великие предки, имена которых известны во всем мире.

Это мыслители-математики и астрономы Аль-Хорезми, Фергани, Джавхари, Марвази, Улугбек; философы и правоведы-теологи Фараби, Бухари, Ат-Термизи, Маргилани, Насафи; энциклопедисты Беруни, Ибн Сина; языковеды-поэты Кашкари, Юсуф Хос Хожиб, Замахшари, Алишер Навои; историки Бабур, Абулгази Бахадырхан, Огахи и многие другие.

Вобрав лучшие традиции, глубоко изучая историческое наследие, ученые Узбекистана стали достойными продолжателями дел своих великих предков.

Сегодня Узбекистан является крупным в Центральной Азии научным центром, обладающим развитой исследовательской материальной базой, обширным научным фондом, квалифицированными научными кадрами, чьи труды нашли признание во всем мире.

«Так же как в IX-XV веках просвещенный мир ценил и уважал таких ученых и мыслителей, как ал-Бухари, ал-Фаргони, ал-Хорезми, ал-Беруний, Ибн-Сино, Улугбек, нам необходимо добиться, чтобы в XXI веке мир вновь испытывал столь же высокое уважение к нашему народу, нации. Подобно тому, как это делали и прославились на весь мир новыми современными научными школами» отметил Ислам Каримов в открытии Хорезмской академии Маъмуна.

Отечественная наука создала мощный интеллектуальный потенциал, который находит свое практическое применение во многих сферах жизни, служит основой для укрепления национальной государственности и экономической независимости республики. Монография посвящается к 95 летию академика В.К. Кабулова одного из основоположника развития кибернетики Узбекистана.

Глава 1. Ал - Хорезми как основоположник алгебры

1.1. Основные положения

Исторической заслугой Мухаммада ал-Хорезми с точки зрения теории познания является создание им фундаментальных, исходных, принципиальных понятий, методов и закономерностей, он оставил их после себя для грядущих положений.

Главная заслуга ал-Хорезми заключается в том, что он является основоположником алгебры как обобщенной теории уравнений и методов их решений.

Элементы алгебры были известны и до ал-Хорезми. Об этом свидетельствует древнеегипетский папирус Ахмеса, существующий уже почти четыре тысячи лет. В древнем Вавилоне, например, арифметические, а также элементарные алгебраические задачи решали с помощью специальных таблиц. Однако доалхорезмийский период (от древних времен до начала IX века) характеризуется отсутствием единой теории и метода решения алгебраических задач, т.е. отсутствием отдельной, специальной науки, - древняя математика была едина, абстрактна.

Элементами алгебры являются единица, число, множественность, величина, знак, отношение, изменение, известное и неизвестное, равенство, уравнение, алгоритм решения. Мухаммад ал-Хорезми, изучая количественные отношения вещей, отметил: «Когда я рассмотрел то, что нужно людям при счете, я нашел, что все это есть число» (1. С.21).

Число - понятие абстрактное. Оно имеет, по ал - Хорезми, две стороны: множественность и проявление в конкретных формах. У ал - Хорезми, в отличие от пифагорийцев, понятие числа отнюдь не мистическое, оно отражает практическую потребность человека. О том, что число есть множество, составленное из единиц, было известно еще Евклиду. Аристотель, также знавший о множественном характере числа, считал, что наименьшее число, взятое вообще, есть двойка. Ал-Хорезми пошел дальше: он указал не только на множественность числа.

Когда речь идет о соотношении единицы и числа, у ал-Хорезми категорически отмечается, что число составляется из единицы (единиц), а определение понятия «единица» не нуждается в понятии «число». Это наталкивает на мысль, как с точки зрения теории познания определяется любое понятие? Дело в том, что определение любого понятия опирается на соседние понятия без исключения. Так принят принцип взаимоопределения в понятийном аппарате науки, а также практической жизни. Но это всегда приводит к тавтологии: А через В, В через С, С через А. Только в учении определения понятий ал-Хорезми эта тавтология отсутствует.

Любое число, вне которого существует единица, не может существовать, "если уничтожить единицу" (1.С.6), причем ал-Хорезми подчеркивает, что речь идет о существе дела, о сути соотношения единицы и числа.

Число состоит из единиц и не может существовать без единицы, но определение единицы как атрибута числа не нуждается в существовании более сложного объекта - числа.

Сущность числа проявляется в конкретных формах. Ал-Хорезми утверждал: "Я нашел, что числа, в которых нуждаются при исчислении алгебры и алмукабалы, бывают трех видов: корни, квадраты и простое число, не отнесенное ни к корню, ни к квадрату" (1. С.21). Квадратное уравнение, например

$$x^2 + 10x = 39,$$

является единством различных проявлений числа: квадрат (x^2), корни ($10x$) и число(39).

Простое число - это всякое число, называемое словами без отношения к корню или квадрату. Простое число - это натуральное число.

«Корень, - определяет ал - Хорезми, - это всякая вещь, умножаемая на себя, будь то число, равное или большее единицы, или дробь, меньшая ее» (1.С.21). Корень как математическая величина имеет свое материальное происхождение: им выражается "мал" (имущество) или "шай" (вещь). Корень -

это неизвестная часть уравнения, образно говоря, "корень растения", если растение в целом есть уравнение. Корень имеет противоречивый характер (прибавляемость и вычитаемость, известность и иррациональность). В линейных уравнениях корень выражает неизвестную величину. Такую величину в квадратных уравнениях ал - Хорезми назвал квадратом.

Нуль. "Нуль есть ничто", - замечает ал - Хорезми. Место "ничто" может быть занято только числом, которое не меньше единицы и не больше девяти в индийской позиционной системе. Ничто это не пустота. Ал - Хорезми раскрывает, значение и рекомендует обозначение нуля: если при вычитании "...ничего не останется, поставь кружок, чтобы разряд не был пуст; но пусть будет в нем кружок,... чтобы не случилось так, что если он будет пуст, разряды уменьшатся и второй будет принят за первый, и так ты обманешься в своем числе" (I.С.9). Значит, нуль, с одной стороны, - ничто, а с другой, - разряд. Знак "нуль" в виде кружка впервые употребил ал-Хорезми. Есть мнение, что это "ничто" имело определенный знак в Древней Греции, Индии. Можно предположить, что знак "О" произошел от первой буквы греческого слова ovden ("ничто"). В Индии, Индонезии, Кампучии "ничто" выражали, видимо, через точку. В русском языке, а также в ряде других языков арабское слово "цифра", первоначально обозначавшее "нуль", стало названием всех цифр.

Роль "ничто" (нуля) многие ученые оценивают высоко. Так, Б.Л.Ван дер Варден считает, что "...самая важная цифра есть нуль. Это была гениальная идея - сделать ничто из ничего, дать этому ничто имя и изобрести для него символ" (2.С.77). Э.Шредингер также полагает, что "...самое важное число в математике есть нуль... Это единственное число, имеющее некую хартию, королевскую привилегию. В то время как с любым другим числом можно выполнять любую элементарную операцию, на нуль запрещено делить, - в точности так же, например, как во многих парламентах можно обсуждать любой предмет, но только не персону суверена... Эта прерогатива существенна, о ней вы должны думать ежеминутно; когда бы вы не делили, вы должны убедиться, что делитель не "королевской крови", не есть нуль. Другое следствие состоит в том, что королевская кровь не может быть (умножением) получена иначе, как из королевской же крови" (3.С.24). Определенные типы принципа сохранения выражаются именно через нуль: единство противоположных векторных и скалярных величин (количество движения, кинетический момент, кинетическая и потенциальная энергия и т.д.).

"Ничто" и "нечто" - противоречие. Его исследовал Гегель, однако содержание этого противоречия и роль в нем "ничто" раскрыл Ф.Энгельс. Он отметил, что нуль "...по своей природе важнее всех других, ограничиваемых им чисел. Действительно, нуль богаче содержанием, чем всякое иное число" (4. С.576).

Десятичная система счисления, своим происхождением обязанная Индии, обобщена, усовершенствована, внедрена и распространена на арабском языке Мухаммадом ал - Хорезми.

Правила сложения, вычитания, умножения и деления чисел, по существу, являются алгоритмами арифметики. Вот так, например, поясняет ал - Хорезми алгоритм умножения: "... или все, что сложилось из умножения каждого разряда, напишешь над разрядом, который находится над ним; или, когда ты это сделаешь, сдвинешь также это число, то есть твое, на один разряд, и сделаешь с ним то, что сделал в первых разрядах, и не перестанешь это делать, пока не завершишь все разряды" (1.С.11-12). В истории математики нередко обращали внимание на противоположность умножения и деления.

Кроме того, Мухаммад ал-Хорезми указал на следующие алгоритмы: а) алгоритм умножения разных "родов" чисел: "Я уже открыл тебе в умножении минут, секунд и терций, о двух числах, которые ты хочешь умножить друг на друга, т.е. одно на другое, что ты должен сделать их одного рода, иначе говоря, превратить их в род крайнего разряда, т.е. если крайний был из секунд, преврати их в секунды, а если он был из терций, -в терции, и так далее" (1. С.19). Это и есть алгоритм умножения разных родов разрядов чисел; б) алгоритм приведения к общей единице: "Знай, советует ал-Хорезми, для того, чтобы умножить число на число, необходимо взять одно из двух чисел кратным столько раз, сколько единиц в другом" (1.С.28), т.е. чтобы умножить числа, надо привести их к одной мере; в) алгоритм приведения к простому: "Знай, что когда хочешь разделить число с дробью на другое число с дробью, или число с дробью на целое число, или целое число на число с дробью, ты должен сделать оба числа одного рода, т.е. преврати оба числа в низший разряд" (1.С.17) (метод решения задачи путем приведения ее к простым операциям, к простому виду - это развивающаяся тенденция); г) алгоритм законов: "Всякий раз при умножении прибавляемого и вычитаемого, например, прибавляемой вещи и вычитаемой вещи, произведение всегда вычитаемое" (1.С.30).

Сущность уравнения. Любое уравнение представляет собой диалектическое единство таких взаимоисключающих понятий, как "известное" и "неизвестное" В этом заключается сущность уравнения. Важны и другие противопоставления: «Удвоение - раздвоение», «делимое - делитель», «сложение - вычитание», «деление - умножение». Решение данного противоречия есть решение задачи. До ал - Хорезми были известны линейные и квадратные уравнения, однако они каждый раз решались по-разному, не было общих правил, алгоритмов. Ал - Хорезми на основе анализа различных частных уравнений создал их общий вид. Методом индукции он пришел к шести типам уравнений: "Предпошлем главам о вычислениях и их случаях шесть задач в качестве примеров к шести главам начала этой моей книги, из которых три, как я сообщил, без раздвоения числа корней. Я упомянул, что исчисление алгебры и алмукабалы приводит тебя к одной из этих глав" (1.С.33). Открытые ал - Хорезми шесть типов уравнений содержатся в шести главах его сочинения "Алджабр вал алмукабала": это три уравнения первой степени (линейные) и три - второй степени (квадратные). Уравнения выражают соотношения трех видов величин: простых чисел, корней,квадратов.

Среди трех видов величин «...имеются такие, - отмечает ал - Хорезми, - которые равны друг другу» (1.С.21). Например, ты говоришь:

"квадраты равны корням":

$$ax^2=bx, \qquad (1)$$

например, $2x^2=4x$;

“квадраты равны числу”

$$ax^2=c, \qquad (2)$$

например, $3x^2 = 27$;

“корни равны числу “:

$$bx=c, \qquad (3)$$

например, $4x=20$, где a,b,c - положительные числа.

Так составлены три вида линейных уравнений. Кроме того, ал - Хорезми дал три формы квадратных уравнений: "Я нашел, что эти три вида, т.е. корни, квадраты и числа, соединяются по три и имеются три рода соединений" (1.С.22), а именно:

"квадраты и корни равны числу":

$$ax^2 + bx = c, \qquad (4)$$

например, $x^2 + 10x =39$;

"квадраты и число равны корням":

$$ax^2 + c = bx, \qquad (5)$$

например, $x^2 + 21 = 10x$;

"корни и число равны квадратам":

$$bx + c = ax^2, \qquad (6)$$

например, $3x + 4 = x^2$.

Ал - Хорезми пришел к указанным шести типам уравнений методом абстрагирования, т.е. обобщения того основного, что встречается во всех конкретных случаях данного типа. Однако абстрагирование не было для него самоцелью – абстрактное в каждом случае воплощалось в конкретное.

Ал-Хорезми указал на равновесие изменяющихся величин, единство устойчивого и изменчивого. В истории обобщения квадратных уравнений ал - Хорезми прошел путь от частного к особенному. До общего уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

он не дошел, хотя, как мы увидим в дальнейшем, это общее он решал, сводя его к одному из особенных, т.е. обе части уравнения делил на а.

Описав все уравнения (1)-(6), ал - Хорезми "..истолковал их и сообщил о том, что в трех из этих видов нет раздвоения (числа) корней и объяснил необходимое для них правило. Что же касается (случаев), когда необходимо раздвоение (числа) корней в трех остальных главах, то... достоверно изложил их в этих главах и начертил для каждой главы чертеж, объясняющий причину раздвоения" (1.С.24). Раздвоение связано с квадратом. Правила раздвоения ал-Хорезми излагает так: "Если ты захочешь раздвоить какое-нибудь число, начни с первого разряда и раздвои его; если в нем было число нечетное, раздвои четное, и останется единица, которую раздвоишь, т.е. разделишь на две половины, и одну половину составят тридцать частей из шестидесяти, составляющих единицу..." (1.С.10-11). Б.А.Розенфельд отмечает: "Ал - Хорезми считает раздвоение (mediatio), т.е. деление пополам и удвоение (duplicatio), особыми арифметическими действиями" (1.С.112). Умножение производилось путем последовательного удвоения. По Иоанну Севильскому, "Раздвоение есть вид деления, а удвоение - вид умножения". Корень "...находится с помощью удвоения и раздвоения... По-видимому, этого же мнения придерживался и ал-Хорезми" (1.С.112).

Методы восстановления и противопоставления. Для решения каждого из шести уравнений, открытых Мухаммадом ал-Хорезми, необходимы две операции, им же введенные: ал-джабр и алмукабала.

С.Гандц специально исследовал мнения ряда ученых об этих противоречивых понятиях. Он приводит следующие определения (12.С.437-440):

«Murrays English Dictionary»: алгебра – восстановление и воссоединение положительных членов; отсюда восстановление – это хирургическое лечение переломов, костоправление. Алмукабала – противоположение, сравнение, сличение;

«Enciclopedia Britanica»: перестановка и удаление;

«Jane, Arabic English Dictionary»: законченное сложение и уравновешивающее вычитание или восстановление и уравновешивание;

D.Smit: переставление отрицательного значения и переставление положительного значения;

Kantor: восстановление и противопоставление;

Al-Karki: дополнение и уравновешивание.

Обобщая эти подходы, можно придти к суждению: ал-джабр– восстановление или восполнение. Этот метод заключается в приведении противоположных знаков к одному - положительному. Алмукабала - противопоставление однородных членов. Единство обоих методов можно уподобить равновесию весов с двумя чашами, расположенными в противо-положных сторонах от стрелки. Противопоставление, как указывает ал - Хорезми, иногда означает уничтожение: "...ты противопоставил десять прибавляемых вещей десяти вычитаемым вещам, т.е. уничтожил их" (1.С.29-30). Б.А.Розенфельд замечает, что Абу Камил (конец IX века), возможно, хотел заменить термин ал - Хорезми "алджабр", считая довольно случайным название алгебры у ал - Хорезми, "но к концу X в., когда алгебраисты перешли от квадратных уравнений к кубическим, они вернулись к термину ал - Хорезми" (5.С.35).

Абстракция, обобщение, метод. Ал-Фараби считал методы науки искусными приемами: "Науки об искусных приемах указывают способы познания мер и методов приспособления для реализации их с помощью искусства и вызывания их к актуальной жизни в естественных и чувственно воспринимаемых телах. К этим наукам относятся приемы с числами - "числовые хитрости". Их имеется множество: сюда, например, относится наука, известная в наше время под названием "алджабр и алмукабала", и тому подобное" (6.С.160). Таким образом, возникновение методов алгебры как науки - это не естественный процесс, а продукт деятельности ученых. Как полагал Т.Н.Кары-Ниязов, "...главная заслуга ал - Хорезми заключается в том, что он прежние приемы, рассматриваемые каждый раз применительно к отдельной конкретной задаче, абстрагируя, обобщает в виде определенного метода" (7.С.44).

Каждая математическая формула, с помощью которой решаются задачи данного типа, по существу, является законом, выражающим устойчивость определяющих связей различных величин. То же можно сказать и о формулах ал - Хорезми – правилах или алгоритмах решения уравнений.

1.2. От алгебры ал-Хорезми до современных алгебр

Наука многообразна по своим направлениям. Направлений много, в каждом из них работают тоже много, иногда тысячи ученых, например, в области алгебры. Среди них большое количество великих ученых. Однако, главным из них считается основоположник. Это можно сравнить с тем, что среди сотни косманавтов и астронавтом первым является Гагарин. Итак, во главе плеяды многочисленных современных алгебраистов стоит ал-Хорезми. "Алгебраический трактат ал-Хореэми явился первым звеном в длинной цепи алгебраических трудов математиков IX-XП вв. - Ион Турка, Абу Камила, ал-Караджи, Хайяма, ал-Самав-ала и др. в арабоязычных странах, Иордана Неморария, Леонардо Пизанского, Н. Шюке, Н.Тартальи и многих других европейских ученых XIII-XУ вв. При этом были введены в рассмотрение высшие степени неизвестного количества, подробно разработаны приемы алгебраического счисления, и рассмотрены некоторые специальные трехчленные уравнения, непосредственно приводимые к квадратным, построена геометрическая теория кубических уравнений и созданы приемы их приближенного вычисления, затем решены в радикалах уравнения 3-й и 4-й степени, создана алгебраическая символика и, в завершении этого периода истории алгебры, начавшегося с ал - Хорезми, поставлена и решена проблема разрешимости уравнений в радикалах. Имя ал - Хорезми как зачинателя всех описанных свершений в арифметике и алгебре навеки останется в истории науки" (8. С.28).

Труды ал - Хорезми вот уже тысяча лет известны научному миру. Изучались в школах и университетах, применялись на практике. Что касается самого ал-Хорезми, как автора, ученые оценивают его как мастера, служившего "образцом при написании научных руководств" (9.С.37).

Ал - Хорезми создал целые направления в науке. В то же время он развивал и частные вопросы. Например, он "изложил понятие тангенса, трактуя его как тень вертикального шеста -гномона" (10.С. 37).

После ал - Хорезми в развитие алгебры внесли весомый вклад Омар Хайям, ал-Каши (теория кубических уравнений); крупным событием стало введение символики: ал - Хорезми все действия излагал словами, а начиная с XV в. появляются знаки (+) и (-), буквы, знаки степени, корня и т.д. Виет ввел буквенные обозначения известных и неизвестных величин. Тарталья и Кардане окончательно решили кубическое уравнение. В XVII в. начали применяться отрицательные числа. На алгебраический язык переводились геометрические задачи - возникла аналитическая геометрия Декарта. Ньютон и Лейбниц были создателями анализа бесконечно малых. Мнимые и иррациональные числа были введены в алгебру в XVIII в.; появились алгебра многочленов и уравнения n-й степени.

В современной алгебре основными направлениями являются: алгебра многочленов, линейная алгебра, высшая алгебра, теория полей, теория групп, теория инвариантов, алгебра тензоров, теория алгебраических чисел, алгебра логики, алгебраическая геометрия, гомологическая алгебра, топологическая алгебра, полуупорядоченные алгебры, йордановы алгебры и т.д.

Алгебра, как фундаментальная математическая наука, имеет большое прикладное значение. Велика ее роль в обосновании и развитии вычислительной математики, кибернетики, теории управления.

В развитие алгебры внесли большой вклад крупные ученые: А.А Марков, Н.Г Чеботарев, Д.А.Граве, О.Ю.Шмидт, А.Г.Курош, Б.Н.Делоне, П.С.Александров, Т.А.Сарымсаков и др. В области уравнений, в частности, дифференциальных и интегральных уравнений, уравнений математической физики плодотворно работали и работают: С.Л.Соболев, А.Н.Тихонов, А.А.Самарский, А.В.Бицадзе, Т.Д.Джураев, М.С.Салахитдинов и др.

Кстати, если речь идет об уравнениях, в трудах ал-Хорезми фигурируют уравнения в других формах: уравнение Апогея (т.е. уравненный апогей), уравнение центра (уравненный центр), уравненная аномалия планеты и т.д. Это в астрономии ал - Хорезми. Однако, и там, и здесь суть одна – приведение к равновесию.

Алгебраические идеи ал - Хорезми в дальнейшем развивали: Абель, Бессель, Бернулли, Биркгоф, Буль, Бурбаки, Ван дер Вардер, Вебер, Вейль, Вейерштрасс, Виет, Виноградов, Галуа, Гаусс, Гамильтон, Гельфанд, Гедель, Гильберт, Грассман, Даламбер, Декарт, Диофант, Доморяд, Жирар, Жордан, Зигель, Кардано, Картам, Клебш, Клейн, Кронеккер, Курош, Коши, Кэли. Каждый из них в разное время внес огромный вклад в развитие алгебраической науки. Продолжаем этот список: Лагранж, Лаплас, Лежандр, Лейбниц, Лере, Лефшец, Мальцев, Маркушевич, Мордель, Ньютон, Нетер, Пижар, Пуанкаре, Пирс, Рассел, Риман, Руффини, Рох. Некоторые из них открыли новые направления алгебры.

У ал-Хорезми алгебра и уравнение можно сказать, были синонимами. Алгебраические уравнения были предметом алгебраической науки, а алгебра-наукой об уравнениях.

В настоящее время предмет алгебры выходит за рамки классической науки об уравнениях. Алгебраический подход применяется в ряде направлений физико-математических наук. И даже дальше: создана и успешно развивается алгебра логики. С другой стороны, уравнения вышли за пределы алгебры: дифференциальные уравнения, интегральные уравнения, уравнения математической физики, уравнения квантовой химии.

Логическую связь исторически разных времен в развитии алгебры можно видеть в трудах Серре, Сушкевича, Тарского, Феррари, Фурье, Шафаревича, Шмидта, Штейница, Чеботарева, Чебышева, Эйлера, Эрмита, Якоби и многих других ученых - алгебраистов.

Гильбертова алгебра		Алгебраические группы
Борелевская алгебра		Групповая алгебра
Джордановы алгебры		Градуированная алгебра
Алгебра множеств		Полилинейная алгебра
Алгебра полуполей		Линейная алгебра
Алгебра матриц		Алгебра Лейбница
Алгебра групп		Коммутативная алгебра
Алгебра Ли		Неассоциативные алгебры
Алгебра конечной размерности	**А**	Алгебра мер
Дифференциальная алгебра		Ассоциативные алгебры
Алгебра некоммутативных многочленов	**Л**	Обвертивающая алгебра
Булевы алгебры		Векторная алгебра
Свободная ассоциативная алгебра	**Г**	Подалгебра
Внешние алгебры	**Е**	Алгебра логики
Алгебра функций		Порожденные алгебры
Топологическая алгебра	**Б**	Геометрическая алгебра
Алгебра Кэли-Диксона		Упорядоченные алгебры
Гомологическая алгебра	**Р**	Алгебраическая геометрия
Универсальная алгебра		Алгебра Мальцева
Алгебраическая топология	**А**	Алгебра Неймана
Алгебра с делением		Абелевы группы
Тензорная алгебра		Симметричные алгебры
Фактор - алгебра		С* - алгебра
Алгебра Дирехле		Банаховы алгебры
Алгебра вектор-функций		В* - алгебра
Алгебра с ассоциативными степенями		Алгебра Фурье

ал – Хорезми

Древо алгебры

Развитие алгебры согласно своей внутренней логике происходило и в дальнейшем. Акад. П.С.Александров дает следующую типологию великих открытий в математике: "Великие открытия в математике могут быть разных типов: это доказательство отдельных фактов[1], внесение новых методов[2], в большинстве своем связанных с доказательством того или иного факта; наконец, открытие новых перспектив, новых областей, нового идейного подхода к ранее существовавшей теории[3]. Помимо приведенных примеров, последний из этих типов можно иллюстрировать работами Эм-ми Нэтер, которая создала новую точку зрения, новое направление во всей современной алгебре; нельзя представить современное развитие алгебры, если бы у ее истоков не стояла Э. Нэтер и еще раньше Дедекинд - математик, который предвосхитил точки зрения Нэтер, и перед которым она преклонялась" (11.С.68-69).

Фундаментом всего этого считается алгебра ал-Хорезми, которая являлась совершенно новой областью математики. Ибо, «ал - Хорезми установил единство алгебры (и всех алгебр – А.Ф.) не только благодаря общности математического объекта, о котором трактует эта дисциплина, но главным образом благодаря общности ее операций» (12.С.101).

Исторический ход последовательности развития алгебры можно изложить в форме алгоритма:

1-й шаг. Составление уравнения.

2-й шаг. Нахождение метода решений.

3-й шаг. Введение знаков (+) и (–) (конец XV в.).

4-й шаг. Переход к уравнениям 3-й и 4-й степеней (XVI в.).

[1]Например, сенсационное открытие шведским математиком Карлсоном доказательства одной из гипотез Н.Н.Лузина, которая 40 лет оставалась недоказанной

[2] И.М.Виноградов создав новый метод, решил проблему Гольбаха для нечетных чисел.

[3] А.Пуанкаре, создав комбинаторную топологию, создал совершенно новую область. Это уже не отдельные факты, а создание новой области математики.

5-й шаг. Переход на обозначение неизвестных величин с помощью последних букв латинского алфавита (x,y,z) (XVII в.).

6-й шаг. Принятие отрицательных чисел в алгебру (XVII в.).

7-й шаг. Составление полного аппарата символики современной алгебры (степени, корни, скобки и т.д. (середина XVII в.).

8-й шаг. Переход к анализу бесконечно малых как продукт достижений алгебры (конец XVII-начало XVIII в.).

9-й шаг. Установление основной теоремы алгебры о том, что всякое алгебраическое уравнение n-й степени имеет n корней (решений), действительных и мнимых, причем некоторые из них могут совпадать.

Глава 2. Естественнонаучные идеи ал-Хорезми

2.1. Проблема конечности и бесконечности

Понятие «бесконечность» интересует ученых с древнейших времен, сегодня и навсегда, в конечном счете, и проблема строения Вселенной, и вопрос о разнообразии вещей и людей, и задача о полном познании мира. Эта проблема, можно сказать, началась с геометрического толкования движения небесных светил. Таким образом, проблема бесконечности возникает одновременно и теоретически и практически.

Относительно понятий «круг» и «окружность», «точка» и «мгновение».

а) В "Астрономических трактатах" ал-Хорезми пишет: «Следует предпослать [дальнейшему] с надлежащим вниманием [главу] о кругах планет. Круг, который арабы называют фелек, подразделяется на 12 знаков Зодиака, каждый знак Зодиака – на 30 градусов, некоторые называют их частями, градус – на 60 минут, минута – на 60 секунд, секунда – на 60 терций, и таким образом величина [делений] круга уменьшается сколько угодно, хотя бы до бесконечности» (1.С.34).

б) В "Тригонометрических таблицах" к этим словам дополняет: «Хотя эти части, если исходить из ощущений, кажутся мелкими, на самом деле, если следовать логическому рассуждению, они не так уж незначительны, иначе нам непременно пришлось бы прийти к выводу, что какие-то части этих частей являются неделимыми» (2.С.82).

в) Ал-Хорезми дальше пишет: «Когда философы изучили орбиты планет и окружности [их] орбит и когда они разделили окружности на знаки [Зодиака], знаки – на градусы, градусы – на минуты минуты – на секунды, то они пожелали [узнать], сколько этих делений пройдет каждая планета за единицу времени. Таким образом, время тоже нужно было делить [на доли], и они подразделили год на месяцы, месяцы – на дни, дни – на часы, часы – на минуты [и т.д]. Определив количество лет или месяцев, за которое каждая планета сделает [полный] оборот вокруг своей орбиты, они из годов перешли к месяцам, из месяцев – к дням, из дней – к часам, из часов – к минутам.

Получив такой результат для одного года, они от одного года перешли к 30 годам. Таким же образом, обнаружив сколько оборотов, сделает [каждая из] упомянутых планет за 30 лет, они к 30 прибавили 30 и пришли к 60. Таким путем они измерили движения светил за бесчисленные годы, месяцы, дни и часы» (1.С.31-32).

г) Далее: «каждый круг таков, что если ты умножишь диаметр на три и одну седьмую, получится окружность ограничивающая его. Это выражение не необходимо. У геометров по этому вопросу имеются два другие выражения. Одно из них: ты умножишь диаметр на равное ему и на десять и извлечешь корень из того, что получилось, получится окружность. Второе выражение – астрономов: ты умножаешь диаметр на шестьдесят две тысячи восемьсот тридцать два, затем делишь это на двадцать тысяч, тогда частное – это окружность. Все это близко друг к другу. Если разделить окружность на три и одну седьмую, получится диаметр (2.С.46).

Теперь переходим к рассуждению понятий «круг» и «окружность». Ал-Хорезми, конечно, различает их друг от друга. Как сказал в г): "Каждый круг таков, что если ты умножишь диаметр на три и одну седьмую, получится окружность, ограничивающая его". И он добавляет в в): "Когда философы изучили орбиты планет и окружности [их] орбит, и когда они разделили окружности на знаки [Зодиака]... ". Итак, здесь речь идет о разделении окружности, а не круга.

Однако в а) "Круг, который арабы называют фелек подразделяется на 12 знаков [Зодиака]... ". Такое имеет место и в б).

Далее, когда говорится о разделении времени (например, минуты на 60 секунд) перед глазами представляется окружность, а не площадь. В а) подразделяется каждый градус – на 60 минут, минута – на 60 секунд, секунда – на 60 терций и таким образом величина делений круга уменьшается сколько угодно ...". Итак, понятие «круга» встречается не только в связи с делением окружности, но и в связи с вращением Солнца вокруг Земли (в гелиоцентризме: вращение Земли вокруг Солнца).

Из изложенного выше можно полагать, что во всех этих случаях переводчикам надо было написать слово «окружность», а не «круг».

Большой интерес представляет взгляд ал-Хорезми о понятии "мгновение" и "точка". А.А.Ахмедов и Б.А.Розенфельд ссылаясь на мюнхенскую рукопись сочинений ал-Хорезми, приводят следующее сообщение М.Куртца: Ал-Хорезми пишет: «Подобно тому как в арифметике – единица, в музыке – колебание, в геометрии – точка, здесь в "науке о времени" [т.е. астрономии] началом является мгновение» (3.С.158).

Однако рассуждения о понятиях "мгновение" и "точка" не идентичные. Эти же авторы говорят: «Ал-Хорезми определяет мгновение как "часть времени, не имеющую частей", а затем приводит соотношения между "частями времени", разделяя час на 22960 мгновений» (Там же. С.159).Они, конечно, правы, когда говорят: «Возможно, что приведенные здесь числа искажены и под мгновениями надо иметь в виду упоминавшиеся выше хелеки» (Там же). Хочется отметить, что не зависимо от количеств цифр, суть одна: мгновение можно делить или нет ? Нам кажется, что можно приблизиться к истине, если под мгновением надо подразумевать точки нахождения небесных светил в "домах", "стоянках" Зодиака. В современных представлениях отличие мгновения, например, от секунды, напоминает отличие мгновенной, истинной скорости от средней скорости, т.е.

$$\frac{ds}{dt} \neq \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \lim_{\Delta t \to \infty} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}.$$

Сокращенные и несокращенные варианты мысли о конечности и бесконечности

Б.А.Розенфельд считает, что а) и б) носят разные мысли и б) вставлен после смерти Халифа Маъмуна. Причину этой вставки Б.А.Розенфельд считает в следующих двух местах.

Первое. Это предложение, по-видимому, является позднейшей вставкой, являющейся примечанием к словам ал-Хорезми. «И таким образом величина круга уменьшается сколько угодно, хотя бы до бесконечности». Вывод о неделимости (individentia) "каких-то частей этих частей" соответствует точке зрения греческого философа (V в. до н.э.) Демократа и других атомистов, считавших, что пространство состоит из нечувствительно малых, но конечных принципиально неделимых частиц. В античной математике теория Демокрита была вытеснена представлением Аристотеля о потенциально неограниченной делимости пространства. На средневековом Востоке встречались приверженцы обеих теорий. Атомистические представления разделял основатель учения "мутакаллимов" ал-Ашари (X в.). Атомистические представления защищал Абу Райхан Беруни в своей научной полемике с главой восточного аристотелизма Ибн Синой» (2.С.144).

Второе. Имея в виду дополнение ал-Хорезми б), А.А.Ахмедов и Б.А.Розенфельд пишут: «Здесь ал-Хорезми вновь затрачивает проблему бесконечности, которой касался в обоих своих математических трактатах. Однако на этот раз он, признавая деление круга "сколько угодно, хотя бы до бесконечности", подчеркивает, что при этом делении всегда получаются снова дуги, которые поэтому нельзя разделить на неделимые точки. В этом точка зрения ал - Хорезми совпадает с мнением Аристотеля, который в своей "Физике" писал: "Невозможно, чтобы что-либо непрерывное состояло из неделимых частей, например линия из точек, если линия непрерывна, а точка неделима. Эти слова Аристотеля были напралены против древнегреческих атомистов. Наиболее яркий их представитель Демокрит утверждал, что линия состоит из "амер" - неделимых атомов пространства сверхчувственно малой величины, число которых в каждой линии также сверхчувственно велико. Другую разновидность математического атомизма развивали пифагорейцы, считавшие, что конечные линии состоят из конечного числа точек, находящихся на конечных, хотя и очень малых расстояниях друг от друга. Атомистические представления о пространстве и времени во времена ал-Хорезми развивали муътазилиты, пытавшиеся рационально обосновать догмы ислама, в частности обосновывавшие положение ислама "ни один волос не падает с головы человека без воли Аллаха" тем, что Аллах каждое мгновение творит мир заново. Муътазилитам покровительствовал халиф ал-Маъмун, что вызвало его конфликт с приверженцами ортодоксального ислама. Приведенные выше слова ал-Хорезми направлены против "математического атомизма" муътазилитов. Но такая полемика против учения, которому покровительствовал халиф, маловероятна при его жизни. Отсюда можно сделать вывод, что "Зидж" был закончен ал-Хорезми после смерти ал-Маъмуна (3.С.124-125).

Б.А.Розенфельд усиливает взгляд ал-Хорезми на бесконечность: «Здесь ал-Хорезми снова определенно высказывается в пользу идеи бесконечности делимости величин, а в последних словах полемизирует с математическими атомистами, считавшими, что непрерывные величины состоят из неделимых частей. Так как такие взгляды были весьма популярны среди муътазилитов, которым покровительствовал халиф ал-Маъмун, из этих слов ал-Хорезми можно сделать вывод о том, что "Зидж" был написан ал-Хорезми после смерти ал-Маъмуна» (4.С.137).

Примерно также подчеркивается и в другом месте: «Далее ал-Хорезми полемизирует с математическими атомистами, допускающими, что непрерывные величины могут состоять из неделимых частей; отсюда ввиду того, что математический атомизм был одной из основ учения мутаъзилитов, находившихся под покровительством халифа ал-Маъмуна, можно сделать вывод, что "Зидж" был закончен после 833 г. - года смерти ал-Маъмуна» (4.С.144).

Кстати о точке. В «Книге введений Алхорезма [т.е. ал-Хорезми] в астрономическое искусство" магистра А. подчеркивается взгляд ал-Хорезми: «Точка - это то, что не имеет частей», «точка - это начало линии», «линия - это длина без ширины», «линий имеется три рода: прямые, круглые и извилистые». Если первые три из этих определений близки к определениям «Начало» Евклида, то четвертое вносит новый элемент, который мы встречали в «Книге картины Земли» ал-Хорезми (5.С.188).

Сопоставляя оба варианта, т.е. а) и б), Б.А.Розенфельд приходит к выводу: «... ал-Хорезми рассматривал круг как правильный многоугольник с очень большим числом сторон или как результат некоторого предельного перехода от таких многоугольников. Первая из этих точек зрения характерна для математических атомистов, против которых ал- Хорезми выступил в своем "Зидже". Следовательно, он или в промежутке между окончанием алгебраического трактата и написанием "Зиджа" изменил свою точку зрения, или рассматривал предельный переход, переводящий многоугольник с увеличивающимся числом сторон в круг" (3.С.100).

Арифметическая бесконечность

Ал-Хорезми: «Я нашел все, что можно назвать из чисел, т.е. все что сверх единицы и до .IX. т.е. то, что между .IX. и единицей, если единица удваивается, то будет 2, утраивается та же единица - будет 3, и так далее до .X.. Затем на место единицы ставится .X. и удваивается .X. и утраивается ... Далее ставятся тысячи на место единицы, и удваиванием и утроением, как мы говорили, получаются из них таким же образом .II. тысячи, .III. тысячи и далее до бесконечного числа в соответствии с этим способом» (2.С.6).

Сам Б.А.Розенфельд выражает свое сомнение: «до бесконечного числа ...»: этот оборот речи не дает оснований приписывать автору рукописи идеи о бесконечно большом числе» и рекомендует обратиться к мысли А.П.Юшкевича (6.С.110). И мы обратимся к А.П.Юшкевичу. Он приводит два варианта: «и так же следует понимать прочие числа» и «и так до бесконечного числа» (6.С.158).

Далее, ал-Хорезми расширяет свою идею о бесконечности: «Знай, что дроби имеют многие названия, бесчисленные // и бесконечные, как половина треть, четверть, одна девятая, одна десятая, одна часть из .XIII., одна часть из .XVIII. и т.д.» (С.15). Еще далее он пишет: «и такие разряды будут до бесконечности» (6.С.16).

Одним из доводов различать, якобы, противопоставления мыслей ал-Хорезми являются следующие два выражения: а) «Затем тысяча повторяется таким же образом в каждом сочетании до конца познаваемого из чисел»

(6.С.21). б) «Далее ставятся тысячи на место единицы, и удвоением и утроением… получаются из них таким образом .II. тысячи, .III. тысячи и далее до бесконечного числа» (6.С.6).

Б.А.Розенфельдь, считая эти мысли противоположными, приходит к следующему: «Отсюда можно сделать вывод, что к понятию "бесконечного числа" ал-Хорезми пришел в результате длительных раздумий» (6.С.136).

Однако, на наш взгляд, выражение «до конца познаваемого из чисел» не означает конечность чисел, а конкретность познаваемого (практического, а не философского) числа, тем более такого конкретного числа из абстрактных чисел.

Наши рассуждения о изложенных выше фактах:

а. Между а) и б) нет никакого противоречия, б) есть просто уточнение а). Сомнение о противоположности между а) и б) развеянное, если мы представим любой значительный и незначительный кусок материи, пространства и времени как размер достаточно огромный и в начале и в любой бесконечный момент деления.

б. Ал-Хорезми не менял свое отношение к бесконечности деления, у него было однозначный взгляд на отсутствие неделимого до и после смерти халифа ал-Маьмуна;

в. В первом варианте когда речь идет об атомизме, он опирается на взгляд мутакаллимов, а во втором – на взгляд мутазилитов. Это надо проверить, поскольку мутакаллимы и мутазалиты были противоположны друг другу;

г. В первом варианте Беруни считается атомистом наряду с мутакаллимами, а ал-Хорезми – противников мутазилитов, до и после его смерти; он за ал-Маьмуна;

д. В первом варианте Беруни - атомист как мутакаллим, и он против ал-Хорезми. Ибн Сина – аристотелист и он за ал-Хорезми. В дискуссии в других трудах Беруни и Ибн Сины так ли?

е. А.П.Юшкевич рассуждает о сходствах «и так прочие числа» и «до бесконечного числа». Они синонимы, использованные переводчиками.

Проблема мгновения

Ал-Хорезми дает определение понятия «мгновение», в основном, в двух аспектах:

а) Ал-Хорезми "приводит соотношения между частями времени, разделяя час на 22960 мгновений, т.е. «часть времени и мгновение». Эти два понятия "мгновение" и «отрезки» можно современным языком выразить: t и dt, что второе важнее первого, т.е. первое относится к символике элементарной математики, а второе – высшей математики. Именно в дальнейшем заслуга Лейбница и Ньютона заключается в создании исчисления бесконечно малых величин. Таким образом у ал-Хорезми сочетается в первоначальной форме и элементарная математика и высшая математика.

б) Ал-Хорезми говорит: "Подобно тому как в арифметике - единица, в музыке - колебание, в геометрии – точка, здесь в "науке о времени" [т.е. астрономии] началом является мгновение" (3.С.158): Ал-Хорезми перечисляет и шестидесятичные "части времени": минуты, секунды, герции, кварты и т.д. (3.С.159): "мгновение как "часть времени, не имеющая части", "Точка это то, что не имеет частей. Точка это начало линий. Линия это длина без ширины" (3.С.159).

Относительно конечности и бесконечности понятия «уравнение». До ал-Хорезми, как отмечается в работах по истории математики, уравнения (особенно линейные и квадратные) составлялись каждый раз конкретно, значит ограниченно, для данной рассматриваемой задачи. В отличие от них ал-Хорезми составлял уравнение (точнее шесть видов уравнений) в общем, абстрактном виде. Это уже означает путь перехода от явлений к сущности. Прав Р. Рашед: "понятие уравнения не является просто в ходе решения отдельной задачи, но предназначено выражать бесконечный класс задач" (7.С.98).

2.2. Определение положений и движений в географии и космографии

I. Координаты. Одним из механизмов дальнейшего познания является установление координатных систем.

Каждая вещь, предмет, в том числе небесное тело занимает свое, именно свое место в пространстве. Нет два предмета, занимающих одно место. Задача определения координат определенного конкретного объекта важна в современной науке, технике и жизни. В современных условиях существуют разные системы координат: декартова, полярная, эллиптическая, географическая, сферическая, геодезическая, горизонтальная, экваториальная, галактическая и т.д. Все они, конечно, не родились сегодня - это результат исторического развития.

Декартова плоскостная система координат, по существу, согласно алфарганийской стереографической проекции есть ее проекция древней системы, в частности алхорезмийской долготно-широтной сферической системы на плоскость.

У ал-Хорезми было множество систем координат. В географии: широты и долготы. Широта отсчитывается от экватора, а долгота с меридиана. Обычно началом географической координатной системы считается точка пересечения главного меридиана и главной параллели (т.е. экватора). Такой точкой тогда была принята обитаемая местность. Арин (город Узайн).

Не менее важное значение имели полярные координаты, особенно когда речь шла о конических сечениях: параболе, гиперболе, окружности, прямой линии. "Фактически ал-Хорезми строит дуги гипербол по точкам, заданным одной полярной координатой – радиусом – вектором и одной декартовой координатой" (3.С.157).

Ал-Хорезми определяет координаты многих обитаемых мест Земного шара. Исследователи географических трудов отличают положительное отличие результатов ал-Хорезми от указаний Птолемея. Координаты большого количества городов, гор, рек, определенные ал- Хорезми ближе к истине, чем птолемеевские координаты.

Задача определения координат местностей на Земле и задача определения координат тел на небе взаимосвязаны. Например, плоскость небесного экватора. Это можно сказать и по отношению к меридиану.

Что касается небесных тел, то широта относительно Овна экваториальные координаты: склонение и восхождение. Эклиптические координаты: долгота и наклон к экватору. Координаты планет и Луны отсчитываются от полудня по полдень. Важное значение имело определение широты местности в зависимости от положения Солнца, определение прямого восхождения знаков Зодиака, определение высоты Солнца по тени, определение плоской и обращенной теней по высоте Солнца.

Ал-Хорезми в своих «Астрономических трактатах» рассматривал вопросы определения координат небесных тел: определения положения Солнца, Луны, Сатурна, Юпитера, Марса, Меркурия и Венеры. Он находил широты Луны, трех верхних планет. Определял склонения Солнца, восхождения знаков Зодиака. Вычислял стояния, прямые и попятные движения планет.

Решение всех этих, можно сказать, математических задач нужно было, кроме общего познания мироздания, для предвидения солнечных и лунных затмений.

Это все о движении небесных тел, т.е. об изменении положений тел во времени.

Вычисление времени у ал-Хорезми также представляет большой интерес. Он решил задачи на вычисление времени: интервал времени между стояниями, суточное движение Солнца, появление новой Луны и т.д.

Здесь, когда речь идет о времени, можно отметить вопрос о начале времени. У ал-Хорезми для определения положения светил отсчет начала времени берется тоже с Арина (прохождения в этой точке). И в дальнейшем за начальный меридиан принимались меридианы, но уже не с Арина, а, например, с островов Ферро, канарских островов, с меридианов, проходящих через Парижскую, Берлинскую обсерватории, Пулковскую обсерваторию.

В настоящее время за начальный меридиан принимается меридиан, проходщий через Гринвичи (Лондон). Что касается широты, то сейчас точно установлено положение самого экватора, относительно которого отсчитываются северные и южные, т.е. положительные и отрицательные широты.

Известно, что началом мусульманского календаря отсчитывается со времени хиджры. А именно какое нулевое время отсчета? Обычно говоря, вслед за и Орбели и В.Цыбульским, это приходится в ночь с 15 на 16 июля 622 г. Ал-Хорезми вычислил начало этого календаря-12 ч. 14 июля 622 г.

Использованные ал-Хорезми географические, геодезические и небесные координаты, которые в дальнейшем кроме Н. Оресма и Р. Декарта, развиты и Гауссом.

II. География ал-Хорезми отличается от географии Птолемея

1. Во времена работы ал-Хорезми в "Байтал-Хикма" ал-Маъмуна составлена "Карта ал-Маъмуна", которая не имела равной себе карты в мире. Поскольку в этой "Академии" ведущим ученым в области математики и в области географии был ал-Хорезми, многие историки науки считают, что не может быть чтобы ал-Хорезми не участвовал в этой коллективной работе, даже считают, что руководителем этой научной разработки был, конечно, ал-Хорезми. Такой карты во времена Птолемея не было.

2. Ал-Хорезми изменил и расширил географические объекты, которые были в географии Птолемея:

а) горы Ливана и Антиливана у Птолемея простираются с северо-запада на юго-восток, у ал-Хорезми с северо–востока на юго-запад, что более близко к действительности;

б) сравнение цифр показывает, что ал-Хорезми, сократив границы Каспия на 75^{0} 020 5′0 по долготе и, растянув на 55^{0} 020 5′0 по широте, был значительно более близок к действительным размерам Каспия, чем Птолемей;

в) ал-Хорезми расширил экваториальную Африку к западу, в то же время как у Птолемея она сжата с запада и с востока к центру;

г) ал-Хорезми расширил широту Атлантического океана, данную Птолемеем;

д) ал - Хорезми расширил границу Ойкумены на север;

е) если Птолемей в географии имел в виду регионы, то ал-Хорезми- страны, города, горы и моря по климатам.

3. В "Байт ал-Хикма" с ал-Хорезми одновременно работал и Ахмад ал-Фаргани. Многие историки науки считают, что и ал-Фаргани принимал участие в составлении "Карты ал-Маъмуна". Оба они были великими учеными. Раз так, то, естественно, между ними были общие интересы с проявлением различного подхода. Например, средние параллели климатов различаются у ал-Фаргани и у ал-Хорезми[8].

4. Ал-Хорезми указал координаты 2402 пунктов. У Птолемея нет, а у ал-Хорезми есть следующие города: Астрахань, Бахрейн, Бухара, Исфахан, Медина, Мекка, Нишапур, Оман, Отрар, Сайрам, Тебриз, Тибет, Хорезм, Шанхай. В то же время и у Птолемея, и у ал-Хорезми встречаются города Анкара, Багдад, Балх, Бейрут, Дамаск, Иерусалим, Тегеран, Самарканд, Триполи, Сухуми, Ходжанд.

В "Книге истории" ал-Хорезми упоминаются страны и города: Антиахия, Александрия, Азербайджан, Анкара, Ахваз, Армения, Арамея, Ал-Жахфа, Бухара, Баалбек, Басра, Герат, Геллеспонт, Гурган, Дамаск, Египет, Евфрат, Йемен, Индия, Иерусалим, Истахр, Исфихан, Константинополь, Кадисия, Ктесифон, Куфа, Кабул, Карх, Мекка, Мерверуд, Насибина, Нишапур, Нисабин, Палестин, Рейн, Рас ал-Айн, Сенн, Синбад, Серахс, Самарканд, Сирия, Тахарстан, Табаристан, Тифлис, Химс, Хадис, Шебу, Цезария.

5. Регионы Сырдарьи и Амударьи у ал-Хорезми изучены лучше, чем в предыдущих географических сочинениях. Нынешнее Каспийское море у него названо как "Море Хорезма", что означает распространение Хорезмского государства еще севернее. В г.Шаш, в нынешнюю Ташкентскую область входил г.Тарбанд на берегу р.Арысь. Ал-Хорезми говорит: "Страна аш-Шаш и Тарбанд, ее середина на долготе 98^0 и широта 42 0′′ (9.С.174). Фигурирует и г.Кият как столица Хорезма.

6. Определение размеров Земли по тем временам считалось важной задачей. Ал-Хорезми указывает: «диаметр Земли – 67636 миль», где 1 миля равна 4000 шагам верблюда. «33 1/3 мили на земле [соответствуют] 1/2 градуса на небе, так что полная окружность земного [шара] содержит 24000 милей. [Об] этом рассуждается так: если двигаться от любого места в направлении юга, тогда пройдя 66 2/3 мили звезда, отмеченная на первом месте, будет увидена [на втором месте] на один градус выше, если она [будет наблюдаться] в те же минуты часа. В результате 1 и 1/2 градуса составят 100 милей, так что 15 [градусов] – 1000 милей, 1 знак [Зодиака] - 2000 [милей] и 12 [знаков] - 24000 милей» (1.С.35-36).

7. "Зидж" ал-Хорезми был переведен и опубликован, а комментарии его включены в труды как арабоязычных, так и европейских ученых. Как полагают историки науки некоторые из них были известны Колумбу. Так что при экспедиции Колумб не мог не пользоваться географическими координатами, указанными ал-Хорезми (1.С.23). Т.о. ал-Хорезми и в азиатскую часть птолемеевской ойкумены внес целый ряд существенных изменений значительно уточнил карту сущи и людей Азии.

III. О движении и прецессии в космосе. Когда говорится о соотношениях Земли, Солнца, Луны и планет, основным ключевым словом является движение. Только при движении изменяются их координаты и возникают затмения. Даже в геоцентрической системе среда неподвижных звезд движется. Это движение относительно Земли, вращательное движение, движение по эпициклам и деферентам.

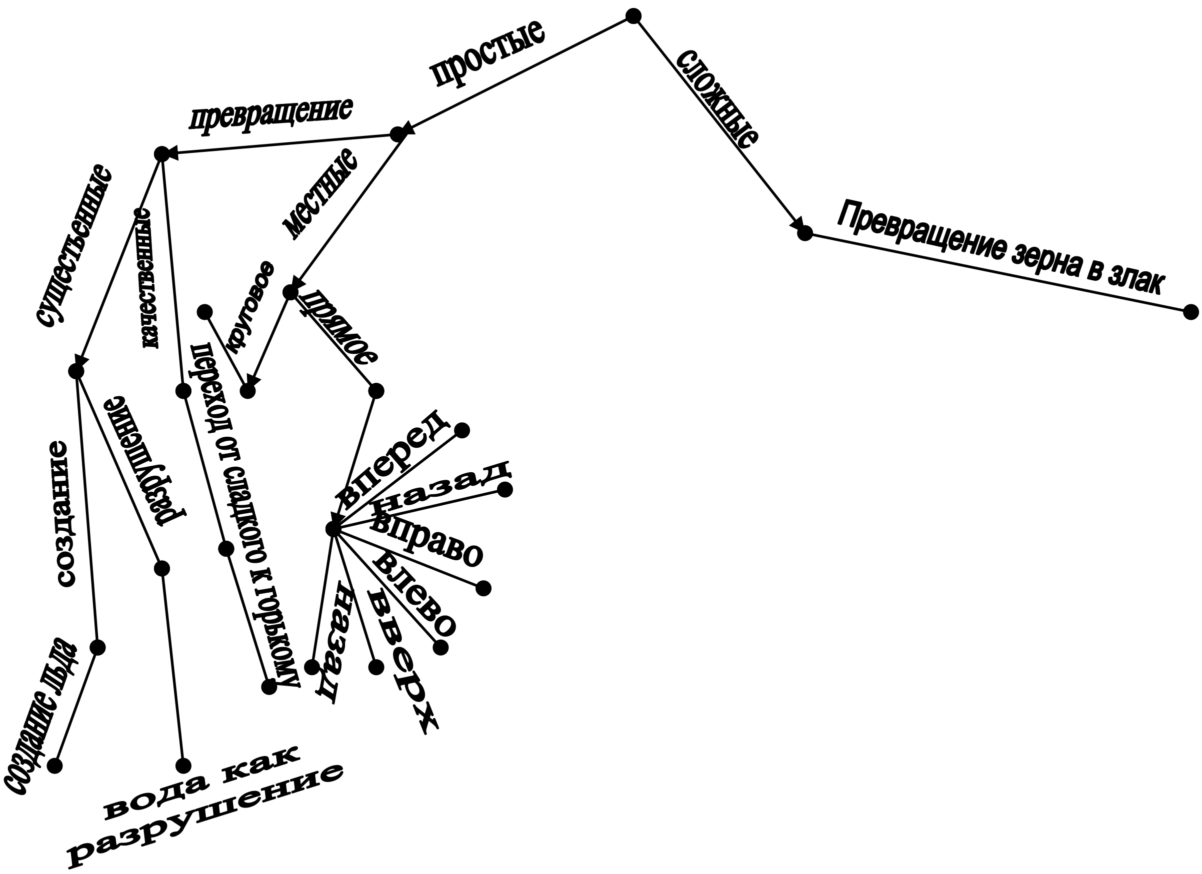
Движение по ал-Хорезми не только как изменение объекта в пространстве с течением времени, на что больше внимания обращала классическая механика, но и как создание и разрушение, качественный и количественный переход. Он классифицирует проявление движения на 6 видов – 2 простых и 4 сложных.

Как отмечает М.Марот, «Абу Джафар Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми был первым ученым, который подготовил полное описание мира по арабски»…, (10.С.111); «был первым ученым-географом, который творчески соединил в одном произведении два направления: географии и философии» (10. С. 115).

Простые и сложные движения, согласно Б.А.Розенфельду, различаются следующим образом: «Простое движение – либо превраще-ние, либо местное. Превращение имеет два вида, один существенный, как созидание и разрушение, например, переход от воды ко льду, другой –качественный, как переход от сладкого к горькому, от горячего к холодному, от вина к уксусу… местное движение подразделяется на круговое, как движение небесного свода и планет, и прямое, у которого 6 видов: вперед и назад, вправо и влево, вверх и вниз. Сложные движения подразделяются на увеличение и уменьшение, созидание и разрушение» (10.С.67).

Ал-Хорезми классифицировал движение как простое и сложное. Это важно. Что касается расшифровки их, это дело последующих авторов. Нам, в свою очередь, хотелось бы сказать следующее: а) после ал-Хорезми в классической механике Ньютона основные простые движения: поступательное движение и вращательное движение, взятые в отдельности, а сложными движениями являются сложение поступательного и вращательного движений; б) высшее и низшее движение известно, начиная с Аристотеля. Первое - это движение небесных сфер, второе – наземные движения; в) под простым и сложным движениями можно подразумевать так: движение усложняется по степени развития материи и духа. Материальное осложнение идет последовательно: механическое движение, физическое движение, химическое движение, биологическое движение, социальное движение, психологическое движение. Чем дальше, тем сложнее.

Классификацию движения ал-Хорезми, переписанную М.Куртцем, можно изложить следующим образом:



Процесс «прецессия» имеет важное значение в механике земной и небесной. В становлении и развитии прецессии ал-Хорезми придерживается одного взгляда. О взгляде ал-Хорезми на явление прецессии можно узнать из двух современных изданиях: 1) «Далее, указав порядок светил по величине, ал-Хорезми говорит о движении неподвижных звезд», т.е. прецессии, и объясняет это явление с помощью «трепидации», впоследствии описанной Сабитом ибн Коррой в трактате « О движении восьмой сферы» (5.С.189); 2) Ал-Хорезми пишет и о «движении неподвижных звезд», происходящем благодаря прецессии. Данное явление по его словам, открыто Птолемеем и объясняет тем, что «около диаметра, проведенного от Овна до Весов, имеются два маленьких круга, несущие диаметр. Изменение происходит на 8 градусов вперед и назад» (по рукописи Баварской гос. Библиотеки см. (11.С.161). В литературах говорится, согласно ал-Хорезми, существуют три вида движений – 1) движение Солнца, Луны и планет, 2) суточное видимое движение небосвода, и 3) «движение неподвижных звезд вследствие прецессами» (12.С.70).

IV. Геогелио принципы. Что раньше произошло: геоцентризм или гелиоцентризм? Утвердительно ответить трудно, хотя известно, что идея Коперника появилась позже геоцентризма Птолемея. Однако идею вращения Солнца вокруг Земли высказал философски еще в древности Аристарх. А геоцентризм Птолемея не только взгляд о том, что Солнце вращается вокруг Земли. Если так рассуждать и поставить точку, то это не Птолемей.

Мы считаем, что задача геоцентризма и задача гелиоцентризма общие в смысле научного познания взаимоотношения движения мировых тел, в том числе Солнца и Земли. А подходы – разные, может быть противоположны. Например, кинооператор вращения предмета А вокруг предмета В своим искусством легко может запечатлеть путем вращения В вокруг А. Этот метод еще научнее можно показать с помощью принципа относительности Галилея: А движется относительно В или наоборот с постоянной линейной скоростью. В таком духе утверждает и О.Нейгебаур.

Достижение цели предвидения моментов солнечных и лунных затмений для гелиоцентристов и геоцентристов также общее, хотя их методы разные. Причем нельзя сказать эти методы противоположны, хотя эти центрические идеи противоположны. Что является мостом между геоцентризмом и гелиоцентризмом? Это движения абстрактных объектов. К ним можно отнести движения планет по эпициклам, а движения эпициклов – по деферентам.

Важную роль сыграл его метод представления стояния, прямых и попятных движений планет. Он пишет: «Следующий способ позволяет определить, в какое время планеты находятся в прямом движении, когда в попятом и когда [в состоянии] стояния. Нужно войти с числом уравненного центра любого из пяти планет в таблицу первого стояния и записать внизу соответствующее [этому] число. Затем первое стояние следует вычесть из 12 знаков; остаток называется эльмукам эльсени, т.е. вторым стоянием. Далее берут уравненный аргумент планеты; если он равен какому-либо одному из двух стояний, то планета будет находиться в этом стоянии. Если же она будет между обоими [стояниями], а именно больше первого, но меньше второго [стояния], то [планета находится] в попятном движении. В других случаях, без сомнения, [планета] находится в прямом движении» (1.С.38).

Здесь мы столкнулись с понятием «уравнение», вернее «уравненный центр». В трудах ал-Хорезми, также встречаются понятия: «уравнения Венеры», «уравнения Марса», «уравнения Меркурия», «уравнения Сатурна», «уравнения Юпитра» и др. Это определенные характеристики планет. В этих характеристиках, как отмечает А.А.Ахмедов, указаны «средние планеты» (эклиптические долготы центров их эпициклов), их «аномалии», опеделяющие их положения на эпициклах, «уравнения центра» и «уравнения аномалии» – поправки, уточняющие эти данные и некоторые другие характеристики планет» (1.С.11).

Да, когда речь шла об уравнениях, имелось в виду взаимно уравненные известные и неизвестные числа, а здесь, по существу, поправка (прибавление или отнятие) к среднему положению планет. Значит, суть одна – равновесие системы величин.

В "Астрономических трактатах" ал-Хорезми для изучения движения небесных тел использовал понятия ал-сения, аргументум, дефинита, экзаминацио, сублимационист, центрум, жаузахир, эль-мейл, эль-мустацил, ступор, бухт, ас-сукут, ал-инжила, эль-мухта, альмукан-тарат и т.п. (1.С.37,43,45,53).

Космические сферы: Солнца, Луны, пяти планет и восьмая высшая – неподвижных звезд. Это обычная космография. Особый интерес представляет влияние этих сфер на жизнь человека. Ал-Хорезми пишет: «Сила природы мозга сохраняется в Луне, легких – в Меркурии, яичек – в Венере, сердца – в Солнце, почек – в Марсе, печени – в Юпитере, слезенки – в Сатурне, а всего организма – в сфере неподвижных звезд. Каковы там знаки Зодиака, таковы здесь мышцы и мускулы, каковы там отдельные звезды, таковы здесь нервы, вены, артерии и другое» (3.С.162).

Далее он говорит, что «каждое тело в мире состоит из 4 элементов (земля, вода, воздух, огонь), а в теле человека имеются 4 жидкости (черная желчь, флегма, кровь, желчь), по которым названы 4 темперамента (меланхолики, флегматики, сангвиники и холерики), и высшие действуют на низжших через эти 4 природы. В последних словах имелось в виду влияние небесных светил на судьбы людей» (3.С.162). Может быть это совсем не так, однако интересно общее и взаимосвязь между ними.

2.3. Проблема календаря: определение взаиморасположений земли, солнца и луны

Календарь – это вечная проблема. Она не решена и в наше время, в начале XXI века. Календарная проблема изучается специалистами во многих странах, рассматривается специальной комиссией ЮНЕСКО.

Он составлялся в древние времена. Возникали эры. В истории их было много, точное количество которых определить практически невозможно, если иметь в виду различия народов, наций, религий, исторических собитий во всем мире. Это–первая причина проблемы, вторая – невозможность выразить год и месяц в целых сутках.

В средние века первым, может быть одним из первых, исследовал математические и астрономические задачи, а также общественно-исторические события в аспекте календарных систем в «Астрономических трактатах» ал-Хорезми, в которые вошла и его книга «Зидж». Рассматриваются в концепции времени не только закономерности расположения небесных тел, но и наземные историко-общественные события, явления.

Как известно, применяются в основном три системы календарей: солнечный, лунный и лунно-солнечный.

Солнечными считаются зороастрийский домусульманский в Средней Азии юлианский, по существу, григорианский календари. К лунным календарям относятся: мусульманский, еврейский. По нему год относится к лунно-солнечному. Общее между ними – соотношение расположений между

Землей, Луной и Солнцем. Согласно солнечному календарю Солнце делает один оборот вокруг Земли (геоцентризм) за 365 (или 366 високосный) дней, по лунному календарю – Луна делает один оборот вокруг Земли за 29-30 дней. Что касается лунно-солнечного календаря, здесь год и месяц лунные, когда разница между солнечным и лунным годом становится больше месяца, год считается тринадцатимесячным. Во всех остальных календарях год всегда двенадцатимесячный. В каждом календаре год и месяц состоят не из целых чисел дней. Возникают излишки часов, минут, секунд и.т.д. А это уже создает целую проблему в определении точности какой–нибудь даты, в том числе и исторической и будущей. Ал-Хорезми тщательно исследовав эту проблему, устанавливает более точную для того времени цифру: «Что касается солнечного года, то число дней в нем 365 дней, 5 часов и 3791 доля из 4104 долей часа» (3.С.118).

Рассматриваются эры: потопа, навуходоносора, Александра, испанская, христианская, египетская (Диоклетиана), арабская, персидская (Йедигерда) и др.

Ал-Хорезми нашел достаточно хорошие методы перехода от одной эры к другой и это продемонстрировал в своей книге "Зидж". Когда написана эта книга? Ал-Хорезми говорит о дате окончания трактата: " Горы, прошедшие с тех пор, как Аллах создал Адама, до истечения 1135 года Двурогого (т.е. Александра Македонского) - 4582 года". Б.А. Розенфельд и А.А. Ахмедов исходя из этого, говорят: "Поскольку началом "эры Александра", т.е. Селевкидской эры, считалось 1 октября 312 г. до н.э., то 1135 г. по этой эре дата, когда ал-Хорезми писал свой трактат, –соответствует 824 г. н.э. Согласно формуле С. Ньюкомба величина тропического года

$$T=365.24219879 - 0.0000000614(t - 1900).$$

Эта величина для $t=824$ составляет $T=365.242265$.

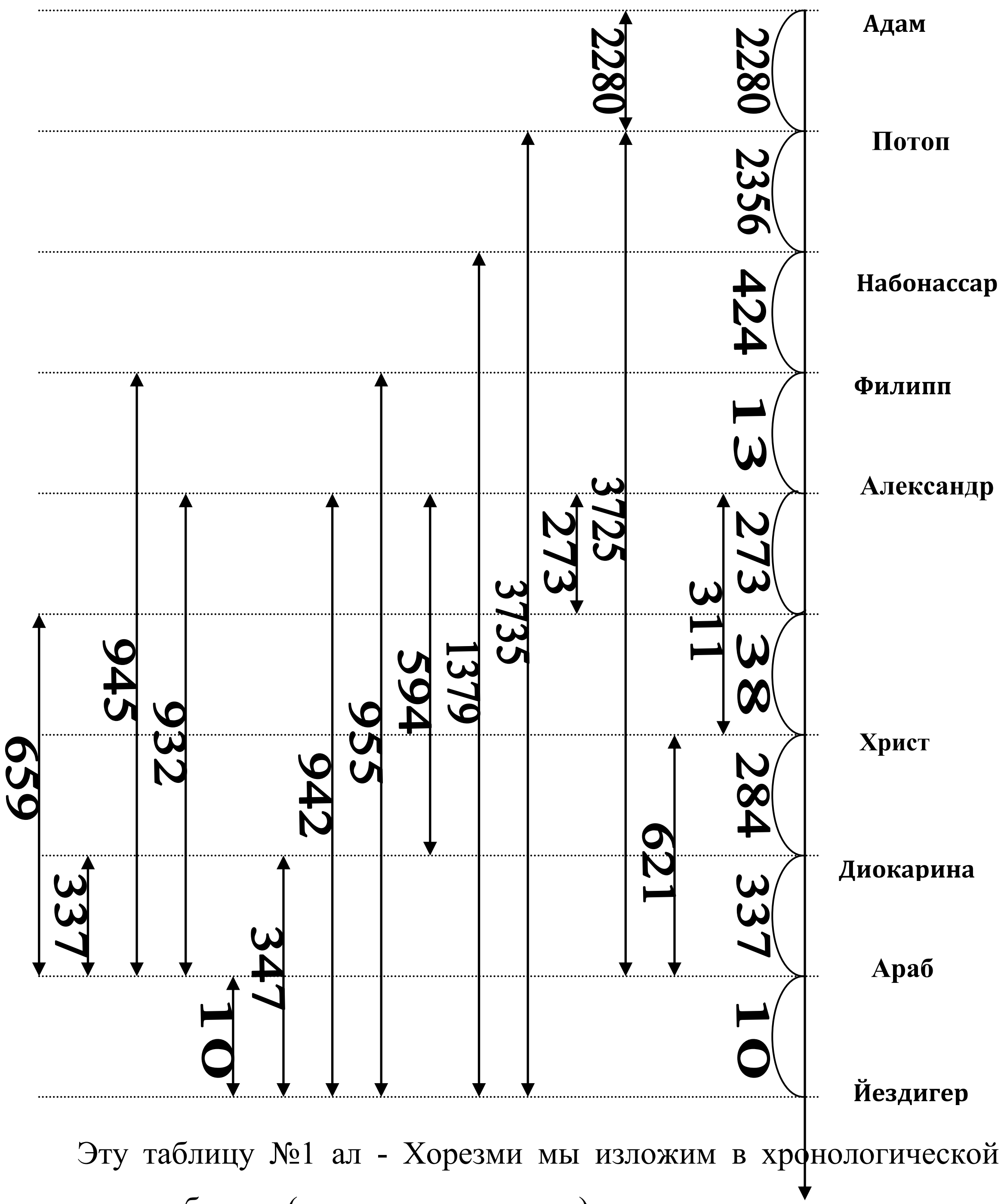
Величина, приведенная ал-Хорезми, превосходит это значение всего на 0,004553 суток" (З.С. 118-119).

Хронологическое древо. Ал-Хорезми пишет: «А теперь, поскольку, как упомянуто выше, различные [народы] исчисляют время по-разному, то нам следует включать [в трактат исчисление] времени при различных царях. От атофена, т.е. потопа Ноя, до Двурогого, т.е. Александра, [истекло] 2793 года 2 месяца и 5 дней; от Александра до асофра, т.е. [нашей Испанской] эры - 273 года 9 месяцев 17 дней; от [нашей] эры до воплощения Христова – 38 лет; от воплощения Христова до хиджры – 621 год 6 месяцев 15 дней" (1.С.31).

В классических исторических трактатах почти всегда время появления человека считается со времени сотворения Адама. Ал-Хорезми в этом отношении не исключение. Он говорит: «[Число] годов, ппрошедших со дня сотворения Аллахом Адама до истечения 1135 года Двурогого [Александра] – 4582 года иббур. Согласно тому, что [приводится] в "Торе", "Книгах пророков" и нынешним сведениям, среднее Солнце было в первый день из дней Адама, а это день пятницы» (1.С.132).

Здесь летосчисление составлено по календарю румов. Ал-Хорезми рекомендует: "Если теперь вместе с увеличивающимся числом выше-упомянутых лет, кто-либо пожелает узнать какое количество арабских лет какому количеству годов румов соответствует в точности, то он может [количеству каждого] из двух [годов] преобразовать в сутки, тогда их соотнощение станет ему очевидным" (1.С.30).

Решение календарной проблемы нужно всем народам. Ал - Хорезми в своей книге "Зидж" говорит: "Поскольку эту книгу рассчитано сделать полезной различным народам, из которых не все следуют одинаковому [способу] времяисчислению, то данная ниже таблица №1, содержащая времена [правления] царей и событий, такова, что так как даны правила и записи в соответствии со временем хиджры, то время и годы можно преобразовать к какому-либо определению, [имеющемуся] у различных народов" (1.С.30).



Эту таблицу №1 ал - Хорезми мы изложим в хронологической форме следующим образом (по календарю румов).

Таким образом, от Адама до нас прошло 6,885 лет, от Ноя до нас 5,104 года. И, конечно, от Ииусиса Христоса - 2000 лет. Особый интерес представляет информация о точном возрасте пророка Мухаммада. Согласно подсчетам ал-Хорезми, он родился 20 апреля 571 г. и умер 26 мая 632 г., прожив 61 год 36 дней.

Эти даты имеют важное принципиальное значение для представления родословия Ноя–Ииусиса. В историко-юридических документах, хранящихся в

Институте востоковедения им.Беруни АНРУз есть родословие Идриса–Ноя. Итак, родословие Идрис–Ной–Ибрагим–Ииусис Христос, а также Идрис–Ной–Ибрагим–Абу Бакр Сиддик можно расшифровать.

Иногда Ной считается библейским пророком (например см. (1.С.83).Однако он – и мусульманский пророк.)

2.4. Даты событий и личностей

Известно, что ал - Хорезми написал "Книгу истории", до нас дошли некоторые ее фрагменты. Здесь и в других сочинениях он отсекал множество моментов исторических событий в природе и общественной жизни мирового масштаба. Им зафиксированы события в следующих годах (н. э):

а) события до рождения (783г.) ал-Хорезми:

571 год;	652	671	702	721	741	761
601	653	672	703	722	742	762
629	655	673	705	723	743	763
632	656	674	706	724	744	764
633	657	675	709	725	745	765
634	660	676	710	726	746	766
635	661	677	711	727	747	767
636	662	678	712	728	748	764
637	664	679	713	729	749	770
639	665	680	714	730	750	771
640	666	683	715	731	751	772
641	667	684	716	732	752	773
642	668	685	717	733	754	776
643	669	686	718	734	755	777
644	670	692	719	735	756	778
645		693	720	736	757	779
650		694		738	759	780
		695		740	760	781
						782

783 г.

б) события при жизни ал-Хорезми (783-850гг.):

784 г., 785, 786, 809, 810, 811, 813, 820, 821, 824, 825, 826, 828, 829г.

Ал-Хорезми рассказывает в своей книге о событиях в жизни исторических персоналей: родился – 1 раз, умер – 16 раз, одержана победа – 33 раза, приходил к власти – 12 раз, перезимовали – 16 раз. Здесь, например, Кутайба ибн Муслим завоевал Тахаристан, Бухару и Самарканд 9 ноября 709 года н.э.

в) зафиксированы даты общественных, природных явлений: затмение Солнца - 5 октября 693 г. н.э; наводнения 9 марта 699 г.н.э; землятрясения - 713, 718, 748, 749 г.г.н.э. Указано начало строительства ряда городов (Дамаск, Багдад и др.).

Большой интерес представляет утверждение ал-Хорезми о состояниях Солнца и планет в момент рождения и смерти пророка Мухаммада:

1) когда родился 20 апреля 571 г. н. э. положение светил : Солнце в Тельце, 1^0; Луна во Льве , 18^0 10′; Сатурн в Скорпионе, $9^0$40'; Юпитер в Скорпионе $2^0$10'; Марс в Раке , $2^0$50'; Венера в Тельце ,$12^0$10'.

2) когда умер 26 мая 632 г. н. э. положение светил: Солнце в Близнецах, 6^0; Луна в Близнецах, 23^0; Сатурн в Стрельце, 29^0; Марс в Рыбах, 11^0; Венера в Раке, 18; Меркурий в Близнецах, 28^0; Голова в Козероге, 25^0 (13.С.235).

г) замеченные ал-Хорезми и приведенные им события со следующими историческими личностями (по алфавиту): Абу Аун, Абдуллах ибн Казим, Али ибн Абу Талиб, Абдурахман ибн Самир, Абу Муслим, Абдуллах ибн Кайс, Абу Давуд, Айша, Абу Бакр Сиддик, Абул Аббас,Абдуллах ибн Зубайр, Абдулмалик ибн Марван, Айюб ибн Яхья ибн Хаким ибн Абул-Ас, Аббас ибн Валид, Абу Джафар, Абу Муслим, Аббос ибн Мухаммад, Ал-Мансур, Абу Ханифа ан-Нумон Уштасин, Аббос ибн Мухаммад ибн Али, Абдул Кадыр, Абдул Хамид, Али ибн Махди, Ал-Хусайн ибн Али ибн ал-Хасан ибн ал-Хасин ибн ал-Хасан ибн Абу Талиб, Абу Хасан аз-Зияди, Ал-Хашими, Ахнаф ибн

Кайс, Амир ибн ал-Ас, Абу Муса ал-Ашъарй, Абу Лула, Абдуллах ибн Саъд, Букар ибн Махар, Валид ибн Язид, Джаррах ибн Абдуллах, Дауд ибн Иса ибн Муса, Ездигард, Зайд ибн Али, Ияз ибн Ганум, Ибрагим ибн Валид, Исмат ибн Исмат, Кутайба ибн Муслим, Константин, Мухаммад, Муъавия ибн Абу Суфъян, Малик ибн Хубайра, Марвар ибн Мухаммад, Мухаммад ибн Абдурахман, Марвар ибн Хакам, Маслами ибн Абдумалик, Мулаббад ибн Хармало аш-Шайбани, Махди, Мухаммад ибн Халид, Мухаммад ибн Харун, Мукаррир, Наср ибн Шибас, Рустам, Раух ибн Хатим, Рабах ибн Усман, Сулайман ибн Али, Сулайман ибн Абдумалик, Сулайман ибн Хашам, Саъд ибн Ваккас, Усман ибн Аффан, Умар ибн Абдул Азиз, Умар ибн Хаттаб, Умар ибн Саъд, Усман ибн Аффон, Фадл ибн Саллах, Фудан ибн Убайд, Хазим ибн Хузайма, Хасан ибн Кахтаба, Харун, Харб, Хусайн ибн Нумайр, Хусайн ибн Али, Хаджажадж ибн Юсуф, Хишам ибн Укба, Халид ибн ал-Валид, Шабиб ибн Хамид, Язид ибн Муъвия.

Глава 3. Возникновение и становление понятия «Алгоритм»
3.1. Алгоритм – одно из ста имен ал-Хорезми

Все началось с узбекского произношения имени «Мухаммад Хоразмий». С XII в. в связи с переводом на латинский язык книги «Алджабр», перевели как «Algebra», а ее автора как «Algorizmi», в дальнейшем оно превратилось в «Algorizm». С XVIII в. латинское «Algorizm» начали писать по английски как «Algorithm». Вот уже девятый век в мировой научной литературе в таком виде сохраняется и до сих пор.

«Algorithm» в переводе на русском вернее в русском произношении впервые писалось как «Алгорифмъ» в изданном в 1890 г. «Энциклопедический словарь. Броккгауз и Ефрон» (22.С.368). Здесь дается определение: «Алгорифмъ или обозначение происходит от арабского слова Аль-Горетмъ, т.е. корень. Русское слово «обозначение» вполне соответствует точному значению слова А».

Через 14 лет вышло другое издание - «Большая энциклопедия». Здесь пишется: «Алгорифм (Алгарифм), от имени арабского математика Могамеда Бен Муза Алкарезми, ум. 820 г., в средние века обозначал вычисление по десятичной системе счета, перешедшей в Европу…, ныне всякий правильный способ вычисления» (23.С.303).

В двадцатые годы XX в. продолжали писать «алгорифм». Например, А.К.Сушкевич в своей книге «Высшая алгебра», изданной в 1923 г., пишет: «словом «алгорифм» в математике обозначают цепь вычислений, в которой каждое последующее звено находится по тем же правилам, как и предыдущее; это слово – исковерканное имя арабского математика ал-Хорезми, жившего в IX в.» (24.С.51-52).

Так переводили английскую букву «th» как русская буква «Ф» до семидесятых годов, как нам кажется, на это повлияло писание «логарифм».

Однако в пятидесятые годы взгляд на «th» раздвоился: одни писали как «Т», другие как «Ф». Так получилось в результате вмешательства лингвистов. Они предлагали писать: «Алгоритм», а не «Алгорифм». И почти все авторы писали «Алгоритм», кроме А.А.Маркова, который продолжал старую традицию. Он опубликовал свои труды: «Теория алгорифмов», «О нормальных алгорифмах, вычисляющих булевые функции», «О нормальных алгорифмах, связанных с вычислением булевых функций» (25).

От этой позиции А.А.Маркова не могли отойти и некоторые другие авторы (например, А.П.Ершов, Н.М.Нагорный, Э.Мумнтян) (26).

Другого мнения придерживались О.Ю.Шмидт, А.Н.Колмогоров и их последователи, которые писали как «алгоритм». И это орфографическое направление, по существу, победило, и сейчас в кирилице везде пишется «алгоритм».

Все это было относительно русского правописания рассматри-ваемого термина, понятия.

Теперь переходим к рассмотрению данного вопроса на других мировых языках. Данная лингвистическая проблема была поставлена более ста лет тому назад в Англии. В 1888 г. в издании «A new English Dictationary» впервые поставлена этимологическая задача развития понятия «алгоритм» (20.P.217). Потом этот аспект познания был продолжен в 1933 г. в другом издании «The Oxford English Dictionary» (21.P.45).

Хронологически этот процесс развивается так: 1230 год: angrim. 1340г.: Algorisme. 1391 г.: angrum. 1399 г.: awgrym. 1493 г.: Algram. 1530г.: Aulgorisme. 1532 г.: Angrim. 1552 г.: Agrime. 1566 г.: Angrisme. 1591 г.: Algorosme. 1593 г.: Agrum. 1625 г.: Algrim. 1861 г.: Algorithm.

Приведенные выше даты показывают, когда появлялись те или иные виды писания и, стало быть, произношения данного термина.

Большой интерес представляет пространственно-временная и языковая панорама существования понятия «алгоритм». В этом смысле мы обратимся к мировым энциклопедиям разных времен:

Algoritme (27.C.200, 31.C.119). Algoritmicu (27.C.200). Algoritmus (27.C.200). Algoritmia (33.C.78; 34.C.386; 36.C.56). Algoritmo (35.C.51; 36.C. 56; 50:C.9;60.C.1242). Algoritmo (35.C.51; 52.C.168; 54.C.120). Algoritmico (33.C.78;

96.С.128). Algoritma (34.С.386). Algorithme (60.С.32;65.С.149). Algorismo (36.С.35). Algorism (37.С.40; 38.С.217; 46.С.20; 85.С.172). Algram (37.С.39). Agrum (37.С.38). Algorosme (37.С.40). Augrisme (37.С.41). Algorithm (40.С.42; 68.С.84; 86.С.19; 94.С.629). Angorisme (37.С.43).

Этот список энциклопедий разных стран, где разъясняется суть понятия алгоритма в соответствующих формах правописания, продолжим дальше: Angorime (37.С.40). Guarismo (37.С.43). Angrime (37.С.43). Algarizam (39.С.84; 87.С.408). Algorismus (39.С.85). Algorismic (41.С.64). Algorithmic (42.С.65). Алгорифм (44.С.25). Algarizam (46.С.35). Algaritham (43.С.40). Algaritham (47.С.43). Aritmo (48.С.119). Alcarisme (53.С.377). Algorytm (59.С.24). Algorithmique (60.С.32; 69.С.246; 71.С.29).

Да, имя ученого и в то же время научный термин его имени охватывают весь мир. Эту биогеографию продолжаем дальше: Algoritme (61.С.43; 62.С.42). Algoritm (63.С.86; 65.С.130; 79.С.15; 81.С.170). Algoritmi (66.С.306). Algorithme (67.С.43; 69.С.246). Algorithme (67.С.43; 69.С.246). Algorithmiste (60.268). Algorithmus (73.С.48; 103.С.38). Алгоритам (82.С.29). Алгоритм (83.С.86; 84.С.158). Algorithmo (95.С.82). Algoritmia (97.С.275; 99.С.47). Алгоритъм (110.С.53). Algorithmus (102.С.68; 113.С.48). Algorithmiker (115.С.332) и т.д.

Такая картина транскрипций имени ал-Хорезми и означает пространственно-временной аспект этимологического развития понятия «алгоритм»: Напишем этот букет имен одного ал-Хорезми в следующем виде:

Ал-Хоразмий. Ал - Хорезми. Algorism. Algoritmi. Алхоризм. Alghoarismi. Alghoarismi. Algorizmi. Algorismop. Algorismi. Algorithmus. Alghorismus. Algorizm. Algoritme. Алгорифм. Алгоритм. Ал-хорезмі. Алгоризми. Аль-Хоресми. Алгаритам. Алхваризми. Алгортом. Ал-Карезми. Angim. Angrum. Algoritma. Algarism. Algram. Algorim\sme. Algoritmo. Algorismo. Agrime. Augrisme. Algorosme. Algorytm. Aulogorisme. Agrum. Algrim. Algorithm. Algoritmi. Algoritmus. Algorizin. Alchawirism. Hwarismi. Geber. Algorithmus. Aljvarezmi. Alchvarizmi. Alkhowarizmi. Alchwarizmi. Alchozsmus. Alkauresmus.

Aljuarizmi. Alchvarizmi. Alkhowarizmi. Aljwarizmi. Al-khuwarizmi. Al-kwarizmi. Alchawarizmi. Alcoarismi. Al-khawarizmi. Alcharismi. Al-Khovarizmi. Alcarismi. Alchoarismi. Al-Horezmi. Alchwarismus. Al-khwarizmi. Alchwarismi. Alchorismi. Алгоаризми. Alghoarismi. Алхоризм. Al-Huwarizmi. Al-Hwarizmi. Covaresmien. Al-Jwarizmi. Alorizmi. Algaurizin. Alganzizn. Algoazizm. Elkanzezmi. Ал-горетмь. Алгарифм. Алкарезми. Alkanzesmus. Alchocarithmus. Alchawarizmi. Alinazezmi. Al-khavarizmi. Alcarismi. Alcuariwsmi. Al-Harizmi. Korismi. Al-Korizm. Algorytmu и т.п.

Не только "ал-Хорезми - Алгоритм" имеет много видов написаний и произношений, но и слово алгебра тоже имеет разные произношения. Например, В.Каунцнер отмечал: "Так начинается текст арабского агабара о правиле «гебер», которое мы называем алгеброй. Это правило алгебры, согласно переводчику Гульельмо де Луниу, имеет 7 названий: гебер, Эльмгельхель, Эльхаль, Эльхелиф, Эльфатиар, Диффарельбурам, Эльтермем. Эти названия, если следовать Гульгельмо, истолковываются так: гебер – это восполнение тем сколько надо" (2.С.122)

3. 2. Сущность и содержание алгоритма

В наше время алгоритм приобрел особое значение. "Двадцатый век в области науки и техники принес человечеству много крупных достижений: радио, звуковое кино, телевидение, атомная энергия, космические полеты, электронные вычислительные машины – вот только главнейшие вехи, известные каждому. Наверное, не менее известны кибернетика, вирусология, генетика. Но не всем известно, что крупнейшим достижением науки XX в. является теория алгоритмов – новая математическая дисциплина. Теория электронных вычислительных машин, теория и практика программирования не могут обойтись без нее. Математическая логика и кибернетика предъявляют на нее свои права. Однако она является самостоятельной наукой, которая готова служить всем наукам, и имеет свое лицо, свой предмет" (3.С.3). Такова роль алгоритмов в современных условиях науки, техники, экономики и культуры.

Как известно, в XX в. обнаружились некоторые антиномии в обосновании современной математики. Надежда на решение этих противоречий тоже возложена на алгоритмический подход познания.

В истории математики отмечалась роль алгоритмического метода, особенно когда диалектика входила в математику и "наступила эра разногласий".

К. Маркс раскрыл суть этого разногласия. Как отмечает С.А.Яновская, "Маркс рассматривает для некоторого класса функций "реальный" процесс (алгоритм) отыскания производных функций и дифференциалов и вводит для такого процесса (он его называет "алгебраическим" дифференцированием) соответствующую символику… Маркс ищет "реальный" процесс отыскания производной функции, т.е. алгоритм... С точки зрения Маркса, существенно..., чтобы все предельные переходы рассматривались в свете их эффективной выполнимости, иначе говоря, чтобы математический анализ строился на основе теории алгоритмов, как мы сказали бы теперь" (4.С.10-12).

Так К. Маркс выявил диалектическую сущность перехода от алгебры к исчислению бесконечно малых.

Ал-Хорезми создал новое направление исчисления против существующего тогда метода "абака". Сторонники абаки назывались абакистами, а сторонники ал-Хорезми назывались алгористами. Между ними шла большая борьба.

Во второй половине XX века в связи с кибернетизацией и компьютеризацией науки, техники и народного хозяйства широко развивается вычислительная математика и техника. А история вычислительной математики началась с творчества ал-Хорезми. "В развитии математики в Западной Европе важную роль сыграли два направления: арифметика абака и арифметика вычислительная, связанная с именем ал-Хорезми. Их развитие и борьба на Западной европейской почве происходили в Х-ХП вв." (5.С.28). Особый интерес представляет то, что "наиболее ярким представителем арифметики абака, "абакистов", был французский ученый Герберт Орийякский, позднее ставший под именем Сильвестра II римским папой" (5.С.33). Алгористы победили в научных состязаниях таких крупных абакистов. "Абака терял свои преимущества, тогда как арифметика ал-Хорезми представила специалистам того времени удобный и точный математический аппарат – первую в истории науки вычислительную математику... Самарканд обеспечил европейских ученых бумагой, а Хорезм научил их искусству вычислений" (5.С.33), говорит А.Н.Боголюбов.

Термин "алгоритм" произошел от имени великого ученого, затем он обозначал нумерацию по позиционной системе счисления, а теперь – любую систему вычислений, производимых по строго определенным правилам и заведомо приводящих к решению поставленной задачи, а еще шире – направленную систему операций для осуществления поставленной цели. В процессе развития понятия "алгоритм" форма его сохранялась, а содержание изменялось.

Известность ученого – один из критериев ценности его научных идей, методов и открытий. Именами ученых называют приборы, единицы измерения, химические элементы, космические объекты. Химический элемент № 101 получил название "Менделеевий", один из кратеров Луны стал кратером Улугбека, прибор для измерения силы электрического тока назван амперметром, единицы измерения джоуль, ватт, фарада, рентген также названы именами открывших их ученых.

Имя ал-Хорезми увековечено в самом названии научного понятия "алгоритм".

Напомним данное Мухаммадом ал-Хорезми правило решения уравнения

$ax^2 + bx + c = 0$.

Он говорил, что надо взять сначала b, потом возвести в квадрат: b^2 , взять 4ac, отнять его от b^2: извлечь квадратный корень; сложить алгебраически с - b, потом разделить на 2a; то, что получилось, т.е.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

и есть решение. Действительно, иначе это уравнение решить нельзя. Например, не извлекая квадратного корня, нельзя складывать и делить. Такое последовательное, в определенном порядке, выполнение известного количества вычислительных операций и есть алгоритм.

В наше время понятие "алгоритм" связано и с человеком, и с вычислительной машиной: человек составляет алгоритм в виде программы, а машина, осуществляя вычисления, ее выполняет.

Таким образом, содержание понятия "алгоритм" в наше время значительно шире, чем во времена создания алгебры.

В.А.Успенский, чьи труды в области теории алгоритмов широко известны, так характеризует суть современного алгоритма: "Усовершенствование вычислительных машин дает возможность реализовать на них все более сложные алгоритмы. Однако встретившийся в описывающей понятие алгоритма формулировке термин "вычислительный процесс" не следует понимать в узком смысле цифровых вычислений. Так, уже в школьном курсе алгебры говорят о буквенных вычислениях, да и в арифметических вычислениях повторяются отличные от цифр символы: скобки, знак равенства, знаки арифметических действий. Дльше можно пойти рассматривать вычисления с произвольными символами и их комбинациями; именно таким широким пониманием пользуются при описании понятия алгоритма. Так можно говорить об алгоритме перевода с одного языка на другой, об алгоритме работы поездного диспетчера (перерабатывающего информацию о движении поездов в приказы) и других примерах алгоритмических описаний процессов управления; именно поэтому понятие алгоритма является одним из центральных понятий кибернетики" (6.С.401).

Несколько слов о специфических чертах понятия «алгоритм». Прежде всего надо отметить его *цепной* характер: в математике алгоритм означает цепь вычислений, в которой каждое последующее звено находится по тем же правилам, что и предыдущее. Алгоритм есть выражение определенного *порядка,* т.е. он представляет собой точное предписание о выполнении в определенном порядке некоторой системы операций для решения всех задач данного типа.

Алгоритм – любой правильный способ вычисления. В определениях часто указывается именно это его свойство. Алгоритм - это регулярный, *последовательный процесс,* которым всегда можно пользоваться для решения задач данного типа. Это – общее название любой системы вычисления, выполняемых по строго определенным правилам, совокупность формальных правил, последовательно реализуемых при решении конкретного типа задач. Алгоритм содержит *предписание,* точнее, он есть система предписаний (приказов) о выполнении в твердо установленном порядке вполне определенных операций (вычислительных и логических) для решения всех задач данного типа. Предписание точно определяет вычислительный процесс, ведущий от варьируемых исходных данных к искомому результату, и им необходимо руководствоваться, чтобы получить требуемое решение задачи. В определениях понятия алгоритма внимание часто фиксируется на конечности процесса. Любой алгоритм – это процесс, имеющий определенное *исходное положение* и *завершение,* являющееся решением задачи.

Иногда алгоритм отождествляется с планом выполнения в твердо установленном порядке вполне определенных вычислительных и логических операций для решения задач. Он составляется для определенного типа задач, т.е. распространяется на *любую* задачу этого типа. Если алгоритм составлен, то решение задачи *реально.*

С алгоритмом связаны и такие понятия, как *схема, система, операция, логический метод.* Известно мнение, что алгоритм - это вычислительная машина, *автомат.*

Таковы структурные элементы содержания понятия "алгоритм", которые мы находим в различных литературных источниках. В каждом определении исследователи стремились показать основную его логическую функцию и обобщить существенные стороны, черты и признаки.

Развитие понятия "алгоритм" – сложный процесс, который, в свою очередь, требует всестороннего изучения (представление, сравнение, анализ, обобщение, абстрагирование). Можно характеризовать содержание понятия "алгоритм" как **закономерность** (порядок, правило, предписание, план, приказ), **системность** (система, цепь, совокупность), **метод** (метод, способ), **формализация** (описание, схема), **процесс** (процесс, операция), **машинное средство** (вычислительная машина, автомат), **ограничение свободы** (ограниченная свобода, свобода внутри типа), **предсказание** (приводящее к решению), **инструкция** (рецепты, наставления).

В трудах ал-Хорезми, например, в «Астрономических трактатах» обращает внимание на существование «правил» (7.С.29,32,35), «порядок» (стр.32), «способ» (стр.35,36,37,38,43,47). Он говорит: Человек «когда окажется [хорошо] обученным [в пользовании] этими [правилами]… он не будет сомневаться во всём» (7.С.29)

Таким образом, понятие алгоритм не статично, и его определение не абсолютно. Новые алгоритмы формируются на основе совершенствования старых.

Это подтверждается и в мировой литературе, в частности в энциклопедиях разных стран, где обращается внимание на отдельные элементы содержания алгоритма:

система: (27.С.200; 37.С.15; 47.С.50; 52.С.168; 55.С.112; 58.С.45; 85.С.172; 88.С.36; 99.С.47; 100.С.53; 115.С.23). **Систематический метод** (93.С.266). **Метод** (34.С.386ж 54.С.112; 68.С.84; 69.С.246; 82.С.593; 74.С.233; 75.С.130; 76.С.41; 77.С.267; 120.С.30; 77.С.267; 120.С.30). **Операция** (52.С.174; 60.С.32; 87.С.408; 94.С.629). **Действие** (45.С.10). **Схема** (57.С.105; 81.С.170; 116.С.26; 118.С.23). **Правило** (43.С.20). **Вычисление** (46.С.30) и т.д.

Кроме этих элементов содержания необходимо выделить и подчеркнуть компоненты свойства алгоритма, на которые впервые обратил внимание ал-Хорезми. Они:

Определенность. Задача определенная, метод определенный. Понятность. Система правил четкая, ясная.

Формальность. При реализации алгоритма не требуются обсуждения.

Детерминированность. Строго причинно-следственные отношения. Для всех вычислений и вычислительных машин со времен ал-Хорезми до сих пор и в будущем содержание правила передается от поколения к поколению как наследство. Истинность результатов зависит от правильности исходных данных.

Целенаправленность. Процесс шаг за шагом происходит по векторному направлению к решению задач.

Объективность. Алгоритм имеет отражаемое человеком объективное явление, передаваемое машине, которая лишена эмоции, интуиции, инстинкта, переживания, убеждения, хотения, чувств, мышления. Отсутствие субъективизма и произвола. Действия вычислителя проводятся однозначно. Алгоритм исключает споры между вычислителями и не подлежит сомнению результатов вычислений машинами, если, конечно он составлен правильно. Реализация алгоритма в определенном смысле не зависит от ступени поколений машин и разнообразия языков (сюда не входит степень адекватности к истине, которая улучшается с возникновением новых поколений машин). Например, везде $2 \times 2 = 4$.

Дедуктивность. Алгоритм решает не только одну данную конкретную задачу, он должен быть способным решать любую задачу определенного типа.

Дискретность. Процесс решения задач состоит из конечного множества шагов в непрерывной общности связей.

Простота операций. Реализация алгоритма не зависит от степени квалификации вычислителей.

Результативность. Последний шаг операций заканчивается искомым результатом.

С развитием науки и техники расширяется диапазон содержания алгоритма, развивается его понятие. Возникает проблема создания всеобщего алгоритма.

Теория алгоритмов – крупное достижение нашего века. Алгоритмизация – это экономия ресурсов энергии, времени, материалов. В очень широком смысле алгоритм – это прежде всего правильно выбранный метод решения.

Алгоритмами можно считать инструкции и приказы, принципы действия автоматических устройств (телефоны, кассы); туристический маршрут, справочники, правила открытия дверного замка, рецепты приготовления лекарства, кулинарные рецепты – все это, по существу, тоже алгоритмы.

В начале XX в. в точной науке математике стали обнаруживаться парадоксы, антиномии, например: 1) некоторые множества могут быть равномощны своим частям; 2) кардинальное число множества его подмножества 2^m, с одной стороны, удовлетворяет условию $2^m > m$, с другой, - $2^m < m$; 3) парадокс брадобрея; "Представим себе, что один из солдат оказался по профессии парикмахером. Узнав об этом, командир полка приказал ему брить всех тех и только тех, кто сам себя не бреет. Все было хорошо, пока не пришло время побрить самого себя. Оказалось, что побрить себя нельзя, так как приказано брить только тех, кто себя не бреет; не брить себя тоже нельзя, потому что приказано брить всех, кто себя не бреет" (2.С.57).

Появление этих и других антиномий потрясло фундаментальные основы математики. Возникла необходимость пересмотра ее обоснования. Поиски выхода из парадоксов пошли по нескольким течениям. Согласно одному из них, "... исходным материалом для построения могут быть лишь наиболее простые математические объекты, применение которых оправдано всей практикой человечества, причем количество их типов должно быть ограничено. В качестве основного средства получения новых математических объектов должны служить алгоритмы" (2.С.59). Это направление было названо конструктивным.

Теория алгоритмов как раз и рассматривается как аппарат для обоснования математики, второй ее этап– логическая основа работы компьютеров.

Одним из организаторов алгоритмизации отраслей науки и техники, экономики и культуры академик А.А.Дородницын увлекательно изложил систему алгоритм-машина-практика следующим образом: «Если бы лет 30 тому назад мы спросили математика, что означает слово «алгоритм», мы уверены 99 из 100 опрошенных не смогли бы дать ответ на поставленный вопрос. Как правило, те, кто занимаются прикладными задачами математики, кто для решения практических задач использовал математические методы, не имели никакого представления о теории алгоритмов. Чем это можно объяснить? Вычисления проводились человеком. Если мы давали задание вычислителю, то при этом лишь в общих чертах объясняли ему метод решения, приводя необходимые формулы. Вычислитель сам «догадывался», как ему нужно было делать расчет, сам для себя расписывал последовательность вычислительных процедур. Иначе говоря, в нашей практике не требовалось точного описания алгоритма. С созданием КОМПЬЮТЕРОВ положение изменилось коренным образом. Вычислительные машины не умеют «догадываться». Им нужно дать подробную программу действий в строгой последовательности, т.е. дать алгоритм» (8.С.6-17).

Да не только 30 лет тому назад. В наше время (конец XX в. – начало XXI в.), когда во всех странах мира, где машины, механизмы, автоматы, транспорт, авиация, космонавтика, средства связи и информатики работают алгоритмом, не все специалисты благодаря этой области знают, что термин алгоритм произошел от имени ал-Хорезми.

Понятием алгоритм раньше пользовались в алгебре, потом в кибернетике. А теперь, как отмечает А.А.Дородницын: «В наше время использование вычислительной техники вышло далеко за пределы математики и традиционных точных наук – физики и механики. И понятие алгоритма ныне уже стало привычным для биологов и экономистов, геологов и социологов, юристов и государственных деятелей. И не только понимание, что такое алгоритм, но и его разработка перестали быть монополией математиков: специалисты перечисленных выше областей сами формулируют алгоритмы» (8.С.17).

Такое расширение определенного понятия узкой области науки до общенаучной категории встречаются не часто. Для того чтобы какое– нибудь понятие конкретной науки работало за пределами данной отрасли знания, оно должно приобрести достаточно большее содержание. К таким относится категория “алгоритм”.

С.Х.Сираждинов, изучая научное творчество ал-Хорезми, обращает внимание на две черты деятельности специализирующего человека, в особенности молодого ученого: «В творчестве ал-Хорезми ясно выражены черты, свойственные науке его времени и, в частности, сочетание традиционного и новаторского» (9.С.26).

Как писал Р.Корфхаге, «Логика, алгоризмы и языки – интерес к ним давний» (126.С.152).

Во времена ал-Хорезми средством общения между людьми был язык естественный, т.е. человеческий язык. Все свои алгоритмы ал-Хорезми излагал словами в виде предложений. Например, квадрат и число двадцать один дирхем равны десяти корням. Алгоритм таков: сначала раздвой число корней, получится пять. Вычти из этого двадцать один, останется четыре. Извлеки из этого корень, будет два. Вычти это из половины числа корней, т.е. пяти останется три: это и будет корень квадрата, который ты искал (10.С.23). Это все на естественном человеческом языке.

Это те суждения начали писать со времен появления математических формул в формализованном виде:

$$x^2+21=10x.$$

И решение по формуле

$$x = \frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 21} = 5 \pm \sqrt{25-21} = 5 \pm \sqrt{4} = 5 \pm 2,$$

откуда

$$x_1=3;\ x_2=7.$$

Или же уравнение в общем виде

$$ax^2+bx+c=0.$$

Решение:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

В таком виде решали квадратные уравнения до появления кибернетики, с которой связаны электронные вычислительные машины (КОМПЬЮТЕРОВ). Теперь задачи решал не человек, а машина. Машине такое задание дает человек. А как, машина же не понимает человеческого языка? Теперь и наука, и практика требовали создания языка между человеком и машиной. Таким языком оказался Algol (Algorithmic language), который был создан в Париже в 1958 и усовершенствован в 1960 г. Кстати, Algol можно по-русски написать как Алхояз (алхорезмийский язык), по-узбекски – как Алхотил (ал-Хоразмий тили).

Когда речь идет о связи вычислительных машин с алгоритмическими языками машина представляет интересный вопрос о предыдущих средствах вычисления.

Первоначально были не машины, а предметы счета. Это – пальцы рук, которые всегда с человеком – вычислителем; потом простые предметы, которые человек должен приобрести – камешки, кости, жетоны и т.п. Во времена ал-Хорезми: абака, алгористика. В эпоху возрождения: счетчик Кумера. Потом – логарифмическая линейка, суммирующий механизм машины Паскаля, арифмометр Лейбница. В XIX в. – калькулятор, принцип программирования вычислительных машин Лавлейса, устройство

П.Л.Чебышева, табулятор Холлерита. С середины XX в. создавали вычислительные машины на основе электронных ламп (Мочли, Экерт, Нейман и др.). Но еще не было языка между человеком и машиной, т.е. алгоритмических языков. Однако, практически существовал принцип ал-Хорезми о строгой последовательности процессов вычисления, т.е. до Фортрана и Алгола алгоритмы осуществлял в основном сам человек целиком или полуавтоматически. Теперь мы, не вникая в историю развития КОМПЬЮТЕРОВ, компьютеров, интернета, кратко рассмотрим вопрос о средствах автоматического вычисления, т.е. алгоритмических языков.

В середине XX в. сначала были языки – машинный язык, автокод, Фортран и др. для решения отдельных задач. Но в данной работе нас интересуют языки более общего назначения. Это в первую очередь – Algorithmic language (Алгол). Его создали американские ученые Дж.Бэкус, П.Наур и др. в 1960 г. Это усовершенствованный алгоритмический язык для научно-технических, экономических и других расчетов. Конечно, Алгол не стоял на одном месте, на одном уровне. Появились и развивались другие алгоритмические языки: Альфа-яык, Алмо, PL/1, Диур, Яуза, Алгамс, МАТ, АЯК, Эпсилон, Рефал, Lisp, Снобол, R-грамматик, Алмо, Рефал, Весна, Интенер, Фокал, Сол, Liapas, Ляпак, Сибесм, Алгэк, Язон, Алязк, И-1, Базис, Лол, Stress, Cobol, Pascal, Prolog, Aga, Си, Almo, Apsilon, Refal, Бейсик, Лого, Фортран, HTML и др. – всего более 500 алгоритмических языков, действующих в разных странах планеты. В последнее время всеобщее теоретическое развитие и практическое применение получает Интернет, работающий в основном на алгоритмическом языке HTML, Java и др.

3.3. Алгоритмы ал-Хорезми как пошаговый процесс

Основная характерная черта алгоритма познания и действия – это процесс шаг-за шагом, установленный самим ал-Хорезми, который подчеркивается современными учеными:

А.Черч: «Алгоритм – эффективный метод вычисления, особенно если он распадается на отдельные шаги, среди которых последующие зависят от результатов предыдущих…» (127.С.374).

А.Н.Колмагоров: «Алгоритм - всякая система вычислений, выпол-няемых по строго определенным правилам, которая после какого-либо числа шагов заведомо приводит к решению поставленной задачи» (1.С.65).

Н.Н.Кондаков обращает особое внимание на **шаг за шагом** единообразный процесс выполнения действий (128.С.31). Он описывает алгоритм арифметического умножения, например, 42 на 18 следующими шагами:

1-й шаг. Умножаем 8 на 2, получаем 16. Записываем 6 под чертой в правом столбце, а 1 запоминаем.

2-й шаг. Умножаем 8 на 4. К числу (32), полученному в результате умножения, прибавляем 1, которую запоминали после первого шага, и итог – число 33 – записываем слева, от 6.

3-й шаг. Умножаем 1 на 2, получаем 2. Записываем 2 во второй строке под вторым справа числом первой строки.

4-й шаг. Умножаем 1 на 4, получаем 4 и записываем 4 через 2.

5-й шаг. Складываем результаты второго и четвертого шагов и получаем 756;

т.е

$$\begin{array}{r} \times\,48 \\ \underline{18} \\ 336 \\ +\,\underline{42} \\ 756 \end{array}\text{».}$$

Этот принцип шаг за шагом мы примем в изложении алгоритмов ал-Хорезми.

Теперь перейдем к классификации ал-хорезмийских алгоритмов.

Понятие и метод "алгоритм" начиная с ал-Хорезми, на протяжении двенадцати веков развивается, а также его содержание назначение алгоритма расширилось и углубилось. В связи с современной алгоритмизацией изучая алгоритмы в трудах ал-Хорезми, мы приходим к следующей классификации его алгоритмов: 1) Арифметические алгоритмы; 2) Алгебраические алгоритмы; 3) Геометрико-кинематические алгоритмы; 4) Инструментально-физические алгоритмы; 5) Переход алгоритмы от эры к эре; 6) Социально-экономические алгоритмы.

Рассмотрим их в отдельности.

1. Арифметические алгоритмы

Как мы уже отметили основа арифметики - понятие число и численных процессов. Эти процессы в отличие от брауновских движений или какого-нибудь хаоса носят порядочный характер. Если порядок выражает закономерность, а закономерность, как известно бывает динамической и статистической, то в последнее время в синергетике ищут ее из хаоса. Во всех этих проявлениях закона особое место занимает принцип строгой последовательности. Если бы современная КОМПЬЮТЕРОВ не подчинялась этому требованию, ее не было бы. Основной принцип работы КОМПЬЮТЕРОВ – последовательное счисление цифр, последовательное замещение чисел в работе машины. Поэтому именно вычислительные машины, управляющие устройства, средства информатики работают на основе программ со своими алгоритмами. Алгоритмы, как обычно, генетически связывают с правилами решения квадратных уравнений, созданными Мухаммадом ал-Хорезми. Во всяком случае, методы решения арифметических задач недостаточно говорят об алгоритмическом подходе в арифметических учениях ал-Хорезми.

Здесь мы стараемся подчеркнуть алгоритмичность арифметических операций в трудах ал-Хорезми.

Ал-Хорезми пишет: «…исполнить то, что мы решили разъяснить об индийском счете с помощью .IX. букв, которыми они выражали любое свое число для легкости и краткости, облегчая дело тому, кто изучает арифметику, т.е. число самое большое и самое малое, и все, что есть в нем от умножения и деления, сложения, вычетания и прочее» (10.С.5).

Здесь важно упоминание самого ал-Хорезми о том, что в индийской арифметике было только 9 цифр, а не 10. Десятую «0» или Х ввел сам ал-Хорезми.

В наше время, как принято, числа считаются так: 1,2,3,…,10. Потом считаются такие же числа следующих разрядов: 11,12,…,20; 31,32,…,40 и т.д. Но встановлением такой современной системы натуральных чисел важное значение имели три положения, сформулированные Мухаммадом ал-Хорезми:

1) «Я уже открыл в книге алгебры и алмукабалы, т.е. восполнения и противопостановления, что всякое число является составным и что всякое число составляется из единиц. Итак, единица находится в каждом числе … Единица есть корень всякого числа, и она находится вне чисел. Корень числа она потому, что через нее определяют всякое число. Вне чисел она потому, что определяется сама по себе, т.е. без какого-либо другого числа. Остальные же числа не могут быть найдены без единицы. Ведь когда ты говоришь «единица», то она для определения своего не нуждается в другом числе, а остальные числа нуждаются в единице, потому что не можешь сказать «два» или «три», если этому не предшествует единица. Итак, число есть не что иное, как собрание единиц, когда мы говорили, что ты не можешь сказать «два» или «три», если не предшествует единица, то мы говорили не о словах, а так сказать, о существе дела» (10.С.5-6).

Ал-Хорезми этим самым числом в современном понимании:

а) делит на две категории: «число» и «множество», которые он называл: «единицей» и «числом». Отсюда и истоки теории множеств;

б) согласно ал-Хорезми, множество начинается с «единицы» и может быть продолжено до бесконечности. Это множество положительных натуральных чисел. Что касается множества отрицательных чисел, то прав ал-

Хорезми, оно начинается с «нуля», а не с «единицы», и этим оправдывается отсутствие у ал-Хорезми отрицательных чисел;

в) единица «1» является атрибутом всякого числа, действительно, например, «100»-это 100 «единиц»;

г) среди бесконечных чисел выделяется определяющее место именно единицы «1». Действительно, всякое абстрактное «множество» состоит из «единиц».

2) Ал-Хорезми суть перехода от девяти цифр к десяти цифр видит в установлении системы десяти цифр последовательно высших разрядов: «Я нашел все, что можно назвать из чисел, т.е. все, что сверх единицы и до .IX., т.е. то, что между .IX. и единицей, если единица усваивается, то будет два, утраивается та же единица – будет три, и так далее до .X. Затем на место единицы ставится X и удваивается X и утраивается, как это делалось с единицей, и получается из их удвоения .XX., из утроения .XXX. и так до. XC. Затем следует, .C. на место единицы и удваивается там и утраивается, как это делалось с единицей и .X. и получается из них .CC., .CCC. и так далее» (10.С.6).

Эта идея ал-Хорезми в современном виде выражается следующим образом:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	X
XI	XII	-	-	-	-	-	-	-	XX
									.
									.
									.
									C
									.
									.
									.
									D
									.

или же: десять

сто

тысяча

миллион

миллиард

триллион

.

.

.

«Таким образом, -обобщает ал-Хорезми, -всякий раз, когда возрастает число, прибавляются разряды» (10.С.6) и добавляет: «Начнем справа от пишущего и поставим в первом разряде .V., во втором, идя налево от пишущего,.XX., а в третьем разряде ,CCC., каждое число в своем разряде, т.е. единицы в разряде единиц, который является первым, десятки в разряде десятков, который является вторым, сотни в разряде сотен, который является третьим… То же самое будет в других разрядах в том же порядке, т.е. сколько бы ни прибавлялось число и ни возрастали разряды, ставится каждый род числа в своем разряде, какой ему причитается» (10.С.7-8).

3) И еще один пример к арифметическим алгоритмам. Мысли ал-Хорезми мы напишем, делая ударение на последовательность: «При делении расставь число, которое хочешь делить, по его разрядам. Затем…после этого…поставь. И когда ты определишь…умножь…и отними…Снова умножь… и отними… и производи вычитание… И поступай таким образом, пока не умножишь его… После этого сдвинь. И когда ты это умножишь его… После этого сдвинь. И когда ты это умножишь… оно даст в итоге… и умножь… И отними… И так будешь поступать во всех разрядах» (10.С.13).

4) Исторически первым понятие число проявлялось в виде натурального числа с двумя характеристиками: количество предметов и порядок предметов, расположенных в ряд (один, два…, первый, второй…). И то, и другое характеризуется алгоритмичностью.

5) И после ал-Хорезми учение о числе развивалось глубоко и широко. Объектом самого развития теории чисел явились последовательно: натуральные числа $\rightarrow$ рациональные числа $\rightarrow$ действительные числа $\rightarrow$ комплексные числа.

Итак, приходим к выводу: все приведенные выше предметы показывают последовательность, т.е. алгоритмичность арифметических операций, и даже самого развития теории чисел, начиная с ал-Хорезми.

Алгоритмы сложения, вычитания, умножения и деления чисел, по существу, являются алгоритмами арифметики. Вот так, например, ал-Хорезми поясняет алгоритм умножения: «…или все, что сложилось из умножения каждого разряда, напишешь над разрядом, который находится над ним; или когда ты это сделаешь, сдвинешь также это число, т.е. твое, на один разряд, и сделаешь с ним то, что сделал в первых разрядах, и не перестанешь это делать, пока не завершились все разряды» (10.С.11-12). В истории математики нередко обращали внимание на противоположность умножения и деления.

Кроме того, Мухаммад ал-Хорезми указал на следующие алгоритмы: а) алгоритм умножения разных «родов» чисел: «Я уже открыл тебе в умножении минут, секунд и терций о двух числах, которые ты хочешь умножить друг на друга, т.е. одно на другое, что ты должен сделать их одного рода, иначе говоря, превратить их в род крайнего разряда, т.е. если крайний был из секунд, преврати их в секунды, а если он был из терций – в терции, и так далее» (10.С.19). Это и есть алгоритм умножения разных родов разрядов чисел; б) алгоритм приведения к общей единице: «Знай, -советует ал-Хорезми, для того, чтобы умножить число на число, необходимо взять одно из двух чисел кратным столько раз, сколько единиц в другом» (10С.28), т.е. чтобы умножить числа, надо привести их к одной мере; в) алгоритм приведения к простому: «Знай, что когда хочешь разделить число с дробью на другое число с дробью, или число с дробью на целое число, или целое число на число с дробью, ты должен сделать оба числа одного рода, т.е. преврати оба числа в низший разряд» (10.С.17) (метод решения задачи путем приведения ее к простым операциям, к простому виду – это развивающаяся тенденция); г) алгоритм законов: «Всякий раз при умножении прибавляемого и вычитаемого, например, прибавляемой вещи и вычитаемой вещи, произведение всегда вычитаемое»; «Вычитаемая вещь на вычитаемую вещь – это прибавляемый квадрат» (10.С.29).

Таковы алгоритмические процессы выполнения операций для решения некоторых арифметических задач, отмеченные ал-Хорезми.

6) Алгоритм ал-Хорезми о последовательностях и суммах последовательностей. Ал-Хорезми пишет в своей "Книге о сложении и вычитании", фрагмент которой сохранился в передаче Абу Калима: "Что касается главы об удвоенных числах, их последовательностях и суммах последовательностей, как удвоения на клетках шахмат и другие, например, 1,2,4,8,16 и так далее, то это так, как сказал Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми, да смилостивится над ним Аллах. А именно второе из них больше первого на единицу, третье больше [суммы] первого и второго на единицу, четвертое больше [суммы] первого, второго и третьего на единицу и так далее по этому образцу, всегда каждое из них больше суммы тех, которые перед ним, на единицу. Так как ты знаешь, что второе – это два, а первое единица, то второе больше первого на единицу, третье – четыре, оно больше [суммы] первого, второго и третьего на единицу и так далее до того, сколько ты хочешь из удвоений, и каждое удвоение всегда больше [суммы] удвоений которые перед ним, на единицу. Поэтому, поскольку это так, а зачем ты хочешь сложить все удвоения между единицей и дватцатью или тем, что хочешь из чисел в порядке их последовательности до двадцати, то удвой [числа] от единицы до двадцати одного, и точно также поступай, если ты хочешь сложить удвоения до шестидесяти четырех, а это клетки шахмат".(11.С.213-214) Это правило, т.е. алгоритм последовательности обычно пишется:

$$1+2+2^2+2^3+2^4+2^5+...+2^n=2^{n+1}-1.$$

2. Алгебраические алгоритмы

1. Алгоритм решения первого уравнения. Квадраты равны корням. Чему равен корень? Запишем уравнение

$$ax^2=bx.$$

В уравнении может быть «много» (a>1) или «мало» (a<1) квадратов, или же квадрат равен корням (a=1). "Будь квадратов много или мало они приводятся к одному квадрату, и так же поступают с равными им корнями, которые приводятся к тому же, к чему приводятся квадраты" (10.С.22), т.е. обе части уравнения делятся на a:

$$x^2 = \frac{b}{a}x .$$

Правая часть уравнения представляет собой произведение корня b/a. Значит, корень равен b/a, т.е.

$$x = \frac{b}{a}.$$

2. Алгоритм решения второго уравнения. Квадраты равны числу. Чему равен квадрат? Запишем уравнение

$$ax^2=c.$$

Здесь либо a>1, либо a<1, либо a=1. В первых двух случаях "все квадраты с избытком или недостатком приводятся к одному квадрату, и если они меньше квадрата, их увеличивают, пока не получится полный квадрат" (10.С.22), т.е. обе части делятся на a

$$x^2 = \frac{c}{a}$$

и извлекается корень:

$$x = \sqrt{\frac{c}{a}}.$$

3.Алгоритм решения тертьего уравнения. Корни равны числу. Найти корень. Запишем уравнение (10.С.22):

$$bx=c.$$

Обе его части разделить на b

$$x = \frac{c}{b}.$$

Это и есть корень.

4.Алгоритм решения четвертого уравнения. Квадраты и корни равны числу. Решение показывается на примере уравнения:

$$x^2+10x=39,$$

а) «Раздвой число корней [10/2=5], ... умножь это равное ему [5^2=25] ..., прибавь это (к числу) [25+39=64] ..., извлеки из этого корень [$\sqrt{64}=8$] … и вычти из этого половину числа корней [8-10/2=3] …, это и будет корень квадрата, который ты искал» (10.С.22), т.е.

$$x = -\frac{10}{2} + \sqrt{(10/2)^2 + 39} = 3$$

(данный пример ал-Хорезми приводился почти во всех средневековых арабских и западноевропейских учебниках алгебры). Корень, кроме положительного, может иметь и отрицательный знак;

б) утверждение ал-Хорезми в канонической форме можно переписать в виде $x^2 + px + q = 0$, откуда

$$x = -p/2 \pm \sqrt{(p/2)^2 - q}.$$

5.Алгоритм решения пятого уравнения. Квадраты и числа равны корням. Решение показывается на примере уравнения

$$x^2+21=10x.$$

"Правило его таково: раздвой число корней [10/2=5] …, умножь это равное ему [5^2=25] …, вычти из этого число [25-21=4] …, извлеки из этого корень [$\sqrt{4}=2$] …, вычти из этого половины (числа) корней [10/2-2=3] …, это и будет корень квадрата, который ты искал ..., если хочешь прибавь это к половине (числа) корней, будет другой корень, это тоже корень квадрата, который ты искал"(10.С.23), т.е:

$$x^2 + q = px,$$

$$x_{1,2} = p/2 \pm \sqrt{[(p/2)^2 - q]}.$$

Это общее правило применимо к частному случаю

$$x^2+21=10x.$$

Найдем корни данного уравнения:

$$x_{1,2} = 10/2 \pm \sqrt{[(10/2)^2 - 21]} = 5 \pm 2.$$

$$(x_1=3;\ x_2=7).$$

"В этой главе, - пишет ал-Хорезми, - применяется и сложение и вычитание, чего нет в остальных из тех трех глав, в которых нужно раздваивать (число) корней. Знай, что если в этой главе ты раздвоил (число) корней и умножил его на равное ему, и произведение оказалось меньше числа дирхемов, сложенных с квадратом, задача невозможна" (10.С.24).

Уравнение $x^2+c=bc$ при $(b/2)^2<c$ имеет два мнимых корня. "А если оно в точности равно (числу) дирхемов, корень квадрата равен половине (числа) корней без сложения и вычитания".

Уравнение $x^2+c=bx$ при $(b/2)^2$ имеет один корень: $x=b/2$.

6. Алгоритм решения шестого уравнения. Корни и числа равны квадрату. Решение уравнения показывается на следующем примере:

$$3x+4=x^2.$$

"Правило таково: раздвой (число) корней [3/2] ..., умножь это на равное ему [$(3/2)^2=9/4$] ..., прибавь к числу [9/4+4=25/4] ..., извлеки из этого корень [$\sqrt{\frac{25}{4}=\frac{5}{2}}$] ..., прибавь это к половине (числа) корней [5/2+3/2=4]" (10.С.24).

Таким образом,

$$x = 3/2 + \sqrt{[(3/2)^2 + 4} = 4.$$

"Все, что больше квадрата или меньше, приведи к одному квадрату" (10.С.24), - дополняет ал-Хорезми.

Представление о полном квадратном уравнении. Если коэффициент перед квадратом больше или меньше единицы, ал-Хорезми рекомендует поступать также, но приводить эти квадраты к одному квадрату, а "...корни и число (данные) с ним приводишь ... к тому же, что и квадрат" (10.С.23).

Следовательно, алгоритм решения четвертого уравнения дополняется, если коэффициент перед квадратом не равен единице, т.е. при а><1 надо разделить обе части уравнения на а. Тогда

$$x^2+px=q.$$

"Таким же образом поступай всегда, когда встретишься с квадратами, корнями и равным им числом", - учит ал - Хорезми.

Известный историк математики Соломон Гандц, приводя типологию квадратных уравнений, отмечает преимущества уравнений ал-Хорезми перед вавилонскими уравнениями Евклида, Диофанта.

Квадратные уравнения ал-Хорезми трех типов

$$ax^2+bx=c,$$

$$ax^2+c=bx,$$

$$ax^2=bx+c$$

в канонической форме записываются так

$$ax^2+bx+c=0,$$

а их решения имеют вид:

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

"Таким образом, получается n нормальных форм с положительными коэффициентами, описанных ал-Хорезми словесно, ибо никакой символикой он не пользовался. В такого рода "нормальных" формах писали все алгебраические уравнения долгое время, пока Декарт в 1637 г. не ввел в обиход современную запись, в которой целый алгебраический многочлен, каковы бы ни были знаки его коэффициентов, приравнивается нулю" (12.С.27) говорит А.П.Юшкевич.

Мы говорим об уравнении $ax^2+bx+c=0$ как обобщении уравнений ал-Хорезми. После Хорезми появились те же уравнения ал-Хорезми более высших степеней:

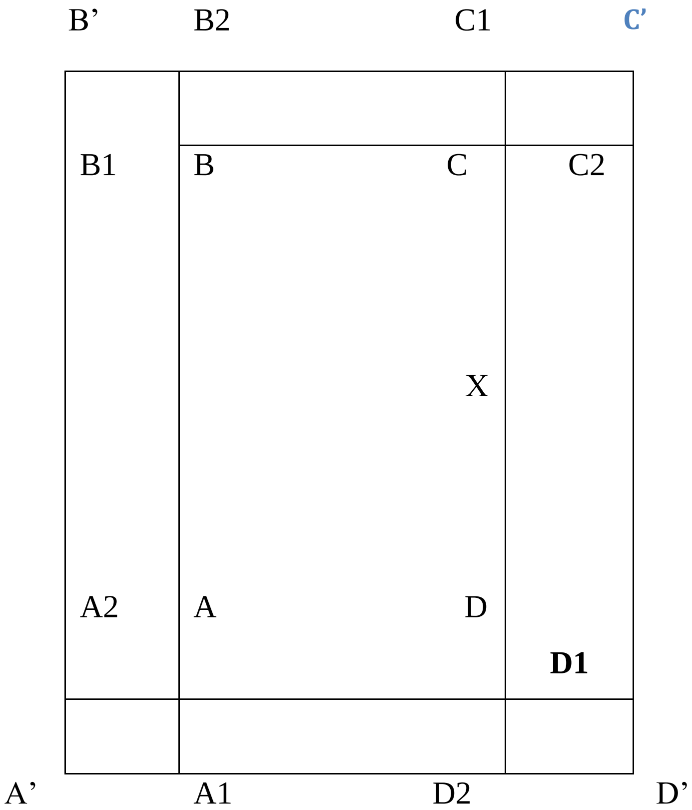
$$ax^{2n}+bx^n=c,$$

$$ax^{2n}+c=bx^n,$$

$$bx^n+c=ax^{2n}.$$

Однако, решения и этих уравнений подчиняются алгоритмам ал- Хорезми (13.С.103).

Общее и частное. Некоторые свои идеи ал - Хорезми развил далее. Примером может служить геометрическое доказательство решения алгебраических уравнений:



Частный случай:

Если $x^2+10x=39$, то $x = -10/2 + \sqrt{(10/2)^2 + 39} = 3$.

Это надо доказать.

Д о к аз а т е л ь с т в о. Возьмем квадрат $ABCD=x^2$, дополним его на 10/4 и получим $A_1AA_2B_1BB_2C_1CC_2D_1DD_2=A^1B^1C^1D^1$•10/4•10/4•4=39,

$A^1B^1C^1D^1=39+25=64$;

$A^1D^1=\sqrt{64}$;

x+2•10/4=8

x=3.

Общий случай: Если $x^2+bx=c$, то

$$x = -b/2 + \sqrt{(b/2)^2 + c}.$$

Это надо доказать.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Возьмем квадрат ABCD=x^2, дополним его на 10/4 и получим $A_1AA_2B_1BB_2C_1CC_2D_1DD_2=A^1B^1C^1D^1$-b/4•b/4•4=c;

$A^1B^1C^1D^1$=c+$(b/2)^2$;

$A^1D^1 = \sqrt{c + (b/2)^2}$;

$$x + 2 \cdot B/4 = \sqrt{(b/2)^2 + c}.$$

$$x = -b/2 + \sqrt{(b/2)^2 + c}.$$

Общий случай решается на основе частного и наоборот.

3. Геометрико-кинематические алгоритмы

Обычно под алгоритмом подразумевается последовательный процесс вычисления – раньше в арифметике и алгебре, а сейчас и в вычислительной математике и вычислительной технике. Здесь ключевое слова - "вычисление". Однако, если проследить астрономические идеи ал-Хорезми, то и здесь красной нитью проходит алгоритмический метод познания картины мира, Вселенной. В данном случае речь идет об определении координат, положений, соотношений, временно-пространственных системах небесных тел, включая и Землю. Таким образом, перед нами неабстрактные категории число, нуль, корень, известное, неизвестное, как это было в арифметике и алгебре, а в определенной степени, конкретные понятия - определенные характеристики определенных вещей геометрического представления в движении, т.е. и в кинематике. И это рассмотрим в более конкретных видах.

В следующих ниже примерах высказывания ал-Хорезми проведены в аспекте алгоритма, пропуская остальные элементы предложений. Поэтому они взяты без кавычек.

а) алгоритм определения положения Солнца (7.С.36)

Для решения этой задачи ал-Хорезми предлагает провести ряд последовательных операций, т.е. реализовать следующий по существу алгоритм:

1-шаг. Сначала для данного часа нужно найти его эль-васат, т.е. среднее положение.

2-шаг. Из него нужно вычесть эль-ауг, т.е. апогет Солнца, а именно 2 знака Зодиака 17 град. 55 мин. Остаток называется эль-хеса, т.е. аномалией.

3-шаг. С числом этой аномалии нужно войти в таблицу, называемую тадил, т.е. уравнение. Полученное число запомнить.

4-шаг. а) если упомянутая аномалия будет больше шести знаков зодиака, то уравнение нужно прибавить к среднему положению, б) если меньше [их], то его нужно вычесть из них. Таким образом ты определишь для Солнца знак зодиака, градусы, минуты и секунды.

5-шаг. Если у аномалии останутся минусы, то с ними нужно войти в таблицу уравнений с предшествующими им целыми градусами и прибавить то, что нужно прибавить, или вычесть соответствующие оставшимся минутам уравнения. Секунды меньше 30 не учитываются, но больше 30 дополняются до одной целой минуты. То, что получится в результате упомянутого деления, будет истинным положением Солнца, которое ты хотел определить.

б) алгоритм определения положения Луны (7.С.36)

1-шаг. Войти в таблицу среднего положения и аномали.

2-шаг. Вместе с аномалией нужно брать соответствующее значение в таблице для уравнения.

3-шаг. После этого дроби следует преобразовать в целые по упомянутому способу.

4-шаг. Далее нужно учесть влияние уравнения на аномалию.

5-шаг. Если аномалия будет больше шести знаков зодиака, то уравнение нужно прибавить к среднему положению; если же меньше, его нужно вычесть из него среднего положения.

в) алгоритм определения положени Сатурна, Юпитера и Марса (7.С.37)

1-шаг. Сначала нужно для Сатурна, Юпитера, Марса и Солнца определить среднее положение.

2-шаг. Затем средние положения Сатурна, Юпитера, и Марса нужно вычесть из среднего положения Солнца. Полученные величины назовем Эль-хеса, означающие аномалии.

3-шаг. С этим аргументом нужно войти в таблицу экзаминацио сублимационис дефинита, если эль-хеса будет меньше шести знаков зодиака. Если больше, то нужно войти с обоими сублимацио дефинита и экзаминацио того же аргумента прибавить это сублимацио к экзаминацио того же аргумента. Полученная сумма называется сублимацио экзаметита. Ее вычесть из средних положений планет, остаток называется центром.

4-шаг. С этим числом - центром войти в таблицу экзаминацио центра: а) если сам центр превосходит шесть знаков зодиака, то экзаминацио нужно прибавить к самому центру и вычесть из самого аргумента; б) если центр меньше шести знаков зодиака, то его экзаменацио нужно вычесть из центра и прибавить к аргументу, т.е. получаем увеличивающиеся (центрум экзаменатум) или уменьшающиеся (аргументум экзаменатум).

5-шаг. С аргументум экзаменатум нужно войти в таблицу экзаменацио аргумента; а) если аргументум экзаменатум превосходит шесть знаков зодиака, то экзаменацио вычисляется из центра; б) если меньше их, то прибавляется к ним. К этому конечному центру нужно прибавить сублимацио экзамената. Таково истинное положение планет.

г) алгоритм определения истинных долгот Сатурна, Юпитера и Марса (7.С.91)

1-шаг. Сначала находим среднюю долготу Солнца $\bar{\lambda}_s$ и планеты $\bar{\lambda}$.

2-шаг. Найти по ним аномалию $\alpha_1 = \bar{\lambda}_s - \bar{\lambda}$.

3-шаг. Вычислить средние долготы для годов и месяцев из соответствующих таблиц.

4-шаг. Далее со значением аномалии λ_1 входить в таблицы, причем в зависимости от значения аномалии входить в разные столбцы.

5-шаг. Произвести комбинацию $s(\alpha_1) = \lambda_A - \frac{1}{2}\sigma_1(\alpha_1)$.

6-шаг. По нему найти центр $k_2 = \bar{\lambda} - s$ и греческий центр $k_1 = \bar{\lambda} - \lambda_A$ их связь $k_2 = k_1 + \frac{1}{2}\sigma_1$.

7-шаг. Со знанием k_2 в соответствующем столбце таблиц найти уравнение центра $\mu_2(k_2)$ и по нему уравненный центр $k_3 = k_2\mu_1(k_2)$.

8-шаг. Далее найти исправленную аномалию $\alpha_2 = \alpha_1 - \mu_1$.

9-шаг. Для нового положения P' планеты найти поправку σ.

10-шаг. Найти конечный центр (эль-хасил): $k_4=k_3+\sigma_2$.

д) алгоритм определения соединения и противостояния Солнца и Луны при помощи таблицы соединений и противостояний (7.С.47)

1-шаг. Войти в названную таблицу с полными составными арабскими годами, близкими к настоящему году и внимательно записать соответствующие дни, часы и части. Таким же образом следует отдельно отметить среднее положение Солнца, Луны, аномалию Луны и аргумент широты.

2-шаг. Затем следует войти в таблицу с отдельными простыми годами и, наконец, с рассматриваемым месяцем.

3-шаг. Далее, если есть необходимость, преобразовать малые единицы в большие, и из составной суммы вычесть один день.

4-шаг. Из среднего положения Солнца и Луны и из аномалии Луны нужно определить их истинные положения, т.е. вычесть апогей из среднего положения и прибавить или вычесть уравнение, соответствующее этой аномалии.

5-шаг. Затем следует обратиться к тем найденным положениям Солнца и Луны.

6-шаг. Далее, в зависимости от того, какое тело предшествует другому, интервал между ними называется либо “принадлежит предшествующему Солнцу”, либо “принадлежит предшествующей Луне”.

7-шаг. Далее положение точек сизигиев определяются: с положением Солнца войти в таблицу бухтов и в ней найти движение Луны за час.

8-шаг. Затем сравнивая упомянутую сумму с движением Луны за час, можно точно вычислить, сколько часов соответствует ей. Результат можно прибавить или вычесть в зависимости от того, относится ли к Солнцу или к Луне.

9-шаг. Для определения аномалии Луны, то эти прибавляемые часы и их дроби помножить на 32 мин. 40 сек., произведение прибавить к первой аномалии или вычесть из нее, если она дана в часах. Это будет определяемой аномалией Луны в момент истинного соединения или противостояния.

е) алгоритм определения параллакса при солнечных затмениях (7. С.53)

1-шаг. Установить, что соединение происходит в дневное время, когда Солнце находится около восходящего или нисходящего узла. При этом условии солнечное затмение может произойти, а может и не произойти. Здесь мы рассмотрим только случай возможности затмения.

2-шаг. Теперь внимательно нужно записать аргумент широты Луны и долготу средней точки затмения для момента соединения, а также параллакс за час и параллакс по долготе.

3-шаг. Затем, если соединение имеет место между восхождением и средней точкой эклиптики, то параллакс по долготе следует вычесть из долготы места соединения, точно также параллакс за час следует вычесть из величины соединения. Результат прибавления или вычитания указывает место Луны на эклиптике в момент затмения, которое ты хотел узнать. А результат, полученный из момента соединения путем такого прибавления или вычитания, даёт истинный момент исследуемого соединения.

4-шаг. Далее входить в таблицу. Вначале посмотреть на расстояние точки соединения Луны и Солнца до выходящего или нисходящего узла, и если Луна находится на большей долготе ее малого круга, т.е. эпицикла, то ты должен войти в первую таблицу, а если иначе, то во вторую и взять все соответствующие пальцы упомянутого расстояния от узла.

5-шаг. Затем нужно взять параллакс Луны и посмотреть, скольким пальцам он равен.

6-шаг. Далее, если Луна была севернее Солнца, то эти пальцы прибавлять к пальцам, найденным в таблице, если же она находится южнее Солнца, то их следует вычесть по возможности, в противном случае затмение невозможно. Этим путем определяется и величина затмения.

7-шаг. Затем в таблице найти минуты пребывания. Это продолжительность затмения.

8-шаг. Производить описанные операции.

9-шаг. Далее сложить полудиаметры Солнца и Луны и, если упомянутый остаток равен этой сумме или несколько больше ее, тогда затмения не будет: если равен нулю, то затмение будет полное.

ж) алгоритм определения параллакса Луны по долготе (7.С.52)

1 -шаг. Аккуратно отметить вхождение за один час соединения.

2-шаг. Путем вычитания трех знаков Зодиака из долготы вхождения следует найти среднюю точку.

3-шаг. После того как определено это, следует войти в таблицу прямых вхождений с долготой средней точки, относящейся к восхождению.

4-шаг. Затем следует снова войти в таблицу прямых восхождений с градусом долготы луны и взять соответствующее число.

5-шаг. Далее, если Луна находится между восхождением и средней точкой, то число, найденное для средней точки, следует вычесть из числа, найденного для положения Луны. Если Луна находится между нисходящей и средней точками, тогда число для положения Луны следует вычесть из числа, найденного для средней точки. Остаток дает промежуток в прямом восхождении между Луной и средней точкой, относящейся к этому восхождению.

6-шаг. С этим значением нужно войти в таблицу параллаксов. Соответствующее число часов следует помножить на переменное часовое движение Луны по долготе. Результат даст часы параллакса для наблюдения, исправленные по параллаксу.

з) алгоритм определения параллакса Луны по широте (4.С.52)

1-шаг. Заранее нужно знать восхождение для этого часа. Взять среднюю точку.

2-шаг. Затем определить величину склонения для этой средней точки.

3-шаг. а) Если оно севернее и меньше географической широты, оно вычитается из географической широты данной местности, б) если оно севернее и больше географической широты, то географическую широту вычитают из него.

4-шаг. Далее если склонение южное, оно всегда прибавляется к широте места. Результат будет расстоянием между средней точкой, относящейся к данному восхождению, и зенитом.

5-шаг. После этого нужно найти широту Луны:

а) если она северная, то широту следует вычесть из упомянутого расстояния зенита; б) если южная, то прибавить к нему. Полученный результат–расстояние между Луной и зенитом.

6-шаг. С этим числом нужно войти в таблицу параллакса и взять соответствующее число в столбце широты. Оно - параллакс по широте. Очевидно, что параллакс также будет а) северным, если средняя точка находится к северу от зенита и б) южным, если средняя точка находится к северу от него.

7-шаг. Затем с этим числом входят в таблицу параллакса по широте.

и) алгоритм определения гексагонального, квадратурного и тригонального аспектов планет (7.С.55)

1-шаг. Сначала установить, в каком градусе своего знака Зодиака находится гороскоп, т.е. является ли это пятым, десятым, пятнадцатым, двадцатым или двадцать пятым, или в точности тридцатым градусом этого знака.

2-шаг. Записать градус отдельной планеты, для которой ты хочешь найти аспект.

3-шаг. С соответствующим градусом планеты войти в таблицу числа градусов в место гороскопа.

4-шаг. Затем в случае десяти, пятнадцати, и т.д. градусов продолжить в таблице гороскопов для числа градусов знака Зодиака данной планеты и использовать соответствующее число.

5-шаг. К нему прибавить число, записанное в верхней части таблицы для аспекта, и полученную сумму нужно найти в этой же таблице. Знак и число градусов указывает на искомый аспект.

6-шаг. Если таблица не содержит ни одну из нее суммы чисел, то вычесть из нее меньшее ближайшее число, данное в таблице, и найти остаток в таблице. Это покажет тебе знак Зодиака и градус аспекта в указанном порядке.

7-шаг. Еще одно правило. Существуют противоположные аспекты:
левому гексагональному аспекту соответствует правый тригональный, но против левой квадратуры лежит правая квадратура и левому тригональному соответствует правый гексагональный.

8-шаг. Для проектирования лучей планет в гексагональном, квадратурном и тригональном аспекте, надо знать и знак гороскопа, и сколько градусов в знаке схватывает его луч.

9-шаг. Также должен знать градус планеты, аспект которого хочешь найти.

10-шаг. После этого с градусом планеты войди в столбец градусов таблицы градусов гороскопа и возьми то, что ты нашел.

11-шаг. Затем, проделав ряд процессов, посмотри обратно на первый аспект. Результат этого прибавления или вычитания будет аспектом планеты.

к) алгоритм исследования лунных затмений (7.С.51)

1-шаг. Найди противостояние Луны, так чтобы Луна находилась на восходящем или нисходящем узле.

2-шаг. После точного определения аргумента широты в точности соответствующего часам противостояния, ты можешь найти положение Луны на дальнем расстоянии. В этом случае ты войди с аргументом широты в таблицу лунных затмений для дальнего расстояния и возьми число пальцев, которые ты нашел, а также минуты и секунды впадения и эльмухта, т.е. пребывания в полном затмении, если имеется эльмухт. Если Луна находится на близком расстоянии, тогда с аргументом широты ты войди в таблицу лунных затмений для близких расстояний и возьми то, что найдешь напротив нее для пальцев и минут впадения и для пребывания, если имеется пребывание.

3-шаг. Войди с аргументом широты в обе таблицы, если Луна обнаружена на одном из этих двух расстояний. Затем первое значение, т.е. апогей вычти из второго значения, т.е. перигея, для каждого вида в отдельности и запомним величину их разности.

4-шаг. Далее со значением исправленной аномалии войди в столбец чисел в таблице пропорциональных частей, возьми соответствующее число как минуты запоминаемого и помножить на эти минуты запоминаемое, которое ты запомнил, а именно, пальцы и минуты впадения и пребывания. Результат прибавь и каждому из обоих видов расстояний в отдельности, которые ты нашел. Это будет исправленными пальцами затмения по отношению к диаметру Луны и исправленными минутами впадения и пребывания в середине затмения.

5-шаг. Далее, к минутам впадения прибавь половину ее одной шестой, и результат подели на движение Луны за час. Получившиеся часы показывают время от начала затмения до полного затмения, если наступит полное затмение.

6-шаг. Затем к минутам полного затмения прибавь половину его полной одной шестой, и результат подели на движение Луны за час: частное будет половиной полного лунного затмения.

7-шаг. Удвой ее, прибавь к этому удвоенные часы частного затмения, и ты получишь время от начала затмения до полного выхода из него.

л) алгоритм определения затмения Луны (7.С.50)

1-шаг. Начать с Луны, поскольку она ближе к нам. Нужно найти аргумент широты, затем из этого аргумента следует заключить, имеет место затмение или нет.

2-шаг. Нужно поступить так: то, что соответствует этому входу, указывает на затмение в смысле его качества и продолжительности, если ни то, ни другая величины не соответствуют, то затмения не будет.

3-шаг. Для определения возможности затмения нужно войти в таблицу затмений: первое соответствующее число показывает затмение и его величину, вторая величина также указывает диаметр тени, деленный на 20 пальцев, а один палец на 60 мин.; диаметр Луны делится на 12 пальцев. Таким образом второе число определяет качество и продолжительность затмения.

4-шаг. Далее следует войти с аномалией Луны в таблицу пропорциональных частей и записать соответствующее значение. Упомянутое число нужно помножить с этим числом и произведение следует прибавить к числу, найденному для данного аргумента широты на дальнем расстоянии. Этим путем ты установишь для каждого лунного затмения определенную величину в пальцах.

м) алгоритм ознакомления знаков Зодиака

1-шаг. Определи гороскоп и "колишки".

2-шаг. Возьми место, противоположное градусу гороскопа.

3-шаг. Помести его на двухчасовую линию с западной стороны.

4-шаг. Затем посмотри, какой знак Зодиака пересекает линию середины неба; это дом надежды (раджа).

5-шаг. Затем помести, противоположное градусу гороскопа 4 ч. и посмотри, какой знак Зодиака пересекает линию середины неба - это дом врагов (ада).

6-шаг. Затем помести место, противоположное гороскопу, на шесть часов и посмотри, какое место пересекает середину неба; это гороскоп ...

7-шаг. Затем помести гороскоп на 10 ч, отсчитываемых от запада и посмотри, какой знак зодиака и какой градус пересекают линию середины неба; это - дом путешествия (сафар).

8-шаг. Далее помести гороскоп на 8 ч от запада и посмотри, какой знак Зодиака пересекает линию середины неба. Это восьмой дом.

н) алгоритм определения градуса кульминации (7.С.49)

1-шаг. Отметь градусы восхождения.

2-шаг. Войди с ними в столбец.

3-шаг. Возьми соответствующее число восхождений и прибавь к нему время двух ночных часов, соответствующих времени градуса восхождения в твоей местности.

4-шаг. При этом полученную сумму снова найди в столбце восхождений на прямой сфере и с ними обратно войди к относящимся к ним градусам соответствия. При этом полученное число этих градусов будет началом второго дома.

5-шаг. Прибавь время двух ночных часов к градусам восхождения.

6-шаг. Далее прибавь снова ту же самую величину двух ночных часов к числу, при помощи которого ты нашел третий дом, из этой суммы ты найдешь,как ранее, начало червертого дома.

7-шаг. Начало пятого и последующих домов получают с помощью аналогичной процедуры, с той лишь разницей, что для первых четырех домов берутся ночные часы, а для остальных домов требуется прибавить два дневных часа времени твоей местности.

8-шаг. Для нахождения времени войди с градусами восхождения в столбец чисел таблицы восхождений для твоей местности под тем же знаком Зодиака, под которым находится Солнце. Возьми соответствующее число времени градусов и удвой его. Так ты получишь время двух дневных часов.

9-шаг. Далее вычти это удвоенное число из 60, остаток будет временем двух ночных часов, с которыми ты будешь действовать, как было разъяснено выше.

4. Алгоритмы инструментально-физического действия

а) работа с астролябией:

1-шаг. Поверни астролябию спиной к себе.

2-шаг. Повесь ее на свою правую руку, так чтобы Солнце находилось над твоим левым плечом.

3-шаг. Затем направь девяноста чёрточек, т.е. градуировки, которые находятся на спинке астролябии, к Солнцу.

4-шаг. Потом постепенно поднимай алидаду до тех пор, пока не увидешь Солнце вступившим в оба отверстия.

5-шаг. Затем посмотри, на какую из девяноста частей, находящихся на спинке астролябии, падает указатель, который имеется на алидаде, он является ее заостренным концом. Это высота Солнца к данному времени. Заметь себе это!

б) алгоритм построения часов на плоскости солнечных часов (12.С.221).

1-шаг. Начни с проведения круга любой величины.

2-шаг. Затем раздели его на четыре части двумя прямыми, пересекающимися в центре круга.

3-шаг. Напиши в конце их: "восток", "запад", "север", "юг" и раздели каждую четверть на девяносто градусов.

4-шаг. Потом наблюдай восход Солнца первого часа Козерога.

5-шаг. Найди циркулем величину его азимута в градусах и, поставь одну ножку циркуля в точку запада, а вторую ножку – в направлении севера, отметь на окружности круга, куда она попадает.

6-шаг. Положи линейку на центр круга и на этой отметке проведи в его плоскости линию, перемещающую круг и доходящую до любого места внутри круга или вне его.

7-шаг. Определи ее, возьми циркулем величину этой линии, проведи такую же в стороне и раздели ее на девяносто частей.

8-шаг. После этого ты будешь брать свои величины на этой линии и дуги. Эта линия называется линией тени, а дуга – дугой азимута.

9-шаг. Возьми циркулем части азимута, на которой была наклонена линейка, поставь одну ножку циркуля в центр круга, а другой – на проведенную тобой линию и отметь место, которого она достигнет. Это и есть место часа, которое ты строишь...

10-шаг. Когда закончишь построение для Рака, произведи построение для Козерога со стороны запада, подобно тому как ты строил со стороны востока.

11-шаг. Когда закончишь это, положи линейку на точку первого часа Рака и на точку первого часа Козерога и вырежь на солнечных часах линию от первой точки до второй.

12-шаг. Точно так же и для второго, третьего, четвертого, пятого и шестого часов. Когда ты закончишь это, что я тебе описал, ты получишь линии правильных часов. Сотри те линии, которые ты начертил карандашом или краской.

13-шаг. Далее соедини концы этих линий, затем прими линию тени за величину гномона, т.е. 12 частей. Это и есть то, что будет видно на солнечных часах. Поступай иначе, если сможешь.

5. Алгоритмы перехода от одной эры к другой

1) от эры хиджры к эре румов (7.С.85)

Задача: Какой дате по эре румов соответствует 1 мухаррама 520 г.х.?

1-шаг. Найти в таблице ближайшее число меньше данного. Это 510.

2-шаг. Найти соотвествующее ему по "эре Александра". Это будет 1427 лет 7 месяцев 5.25 дня; 9 арабских лет по "эре Александра" соответствует 8 годам 8 месяцам 27 дням.

3-шаг. Сложи соответственные цифры:

хиджри по эре румов

510-му году------ 1427 лет 7 месяцев 5.25 дня

+ 9 годам ------ 8 лет 8 месяцев 27 дней =

1436 лет 3 месяца 32.25 дня

4-шаг. Из предыдущей суммы вычесть 5.25 дня, получится 1436 лет 3 месяца 27 дней.

5-шаг. Последние цифры показывают, что идет четвертый месяц, т.е. январь 1437 г. "эры Александра", следовательно из этой суммы за счет октября и декабря, в которых "количество дней больше 30", нужно вычесть 2 дня. В остатке будет дата по "эры Александра", т.е. к 1 мукаррама 520 г.Х. истекло 1436 лет 3 месяца 25 дней. Если учесть, что началом "эры Александра", т.е. селевкидской эры было 1 октября 312 г.Х., то полученная дата соответствует 26 января 1437 г. по той же эре; по нашей эре это будет 26 января 1126 г.

2) алгоритм для перехода от хиджры к эре Рождества Христоса (7.С.84).

Начало Хиджры - 16 июля 622 г.

520 арабский год-1 мухаррам 3 средна 1126 Р.Х.

Алгоритм: 1 мухаррам 1403 г. перевед на н.э.

1-шаг. Найти ближайший составной год, меньший рассматриваемого: будет 1380 г. со значением 6.

2-шаг. Найти число недостающих до наших годов: 1403-1380=23 со значением 2, значение мухаррама 1.

3-шаг. Сложи: 6+2+1=9.

4-шаг. Вычти из суммы 9-7=2. Это понедельник.

5-шаг. Но так как согласно синхронистическим таблицам эпохи ал – Хорезми один день отодвинуть назад приставляя 1 получим 2+1=3, т.е. вторник. Итак, 1 мухаррама 1403 г.х. будет вторник 19 октября 1982 г. [Цыбульского!].

Д.Кинг относительно найденных им таблиц ал-Хорезми говорит, что: 1) таблицы для построения астролябии, построения солнечных часов, и определения времени составлены построением кругов на платинах астролябии с помощью тригонометрической функции и полярных координат (30. С.89).

6. Алгоритмы социально-экономических отношений людей

Алгебра, как и любая наука, могла создаваться только по требованию общественной практики. Основа науки – практика.

Сам ал-Хорезми писал по этому вопросу, что книга «Алджабр ва-л-мукобала» необходима людям «при дележе наследств, составлении завещаний, разделе имущества и судебных делах, в торговле и всевозможных сделках, а также при измерении земель, проведении каналов, строительстве и прочих разновидностях подобных дел» (10.С.21).

Диалектика соотношения алгебры и практики наследственного права заключается в том, что, с одной стороны, правовая практика явилась мощным стимулом создания алгебраической науки, с другой, алгебра помогала установить в определенном смысле порядок в наследственном праве, ибо основополагающие каноны мусульманского права сложны.

Наследственные отношения средневекового Востока – в основном отношения родственные в дележе имущества. Поскольку раб считался имуществом рабовладельцев, наследственное право распространялось и на рабовладельческие отношения. Таким образом, задачи алгебры пронизывают сложные социальные явления.

Наследственные отношения выражают действия по следующему алгоритму, сформулированному ал-Хорезми:

1-шаг. Покрываются издержки по погребению умершего.

2-шаг. Уплачиваются долги умершего.

3-шаг. 1/3 оставшегося имущества идет на удовлетворение духовного завещания.

4-шаг. 2/3 оставшегося имущества делятся между наследниками умершего.

Алгоритм наследственного права запишем в виде

$$z - \{(x + y) + 1/3[z - (x + y)] + 2/3[z - (x + y)]\} = 0, \quad (1)$$

где z – все оставшееся имущество в деньгах, x – расходы на погребение умершего, y – долги.

Определяющей чертой данного алгоритма является строгая последовательность операций.

Этот алгоритм построен на основе общих, но противоречивых положений мусульманского наследственного права. Как отмечает К.Кантор, «установленные правила закона наследства… не только очень сложны, но запутаны, поскольку их указания довольно часто противоречат друг другу» (15.С.320).

Формула (1) означает, что правовые отношения, воплощенные в конкретные цифровые отношения, подчиняются законам алгебры.

При наследовании должны сохраняться три следующих принципа:

1) доли супругов не подвергаются изменению или, во всяком случае, должны оставаться большими, чем доли детей;

2) общая сумма долей должна быть равна единице;

3) условие действительности: завещание не распространяется на все имущество, а только на 1/3.

Это подтверждено крупным историческим трактатом по наследственному праву «Хидая» Бурханидина Али. «Отказ в размере, превышающем одну треть имущества завещателя, не действителен» (16.С.237). Как подчеркивает Бабур, «автор «Хидаи» - уроженец селения Маргиланской области, называемого Риштан» (17.С.19).

Практические руководства ал-Хорезми помогали решать сложные проблемы имущественных отношений для отдельных граждан, семей и целых слоев населения. Наследственные связи того времени требовали создания определенных установок, имеющих количественное выражение.

В мусульманском праве наследование осуществлялось по различным связям: переходящей, восходящей, боковой линиям, по Корану или духовному завещанию; в круг наследников входили супруги, прямые наследники, родственники; принимались во внимание также зачатый ребенок, пропавшие без вести лица, незаконнорожденные дети. У мусульман–суннитов оставшееся после смерти имущество распределялось в следующем порядке: прежде всего, покрывались издержки по погребению умершего, затем уплачивались его долги, после чего 1/3 доставшегося имущества шла на удовлетворение духовного завещания и, наконец, 2/3 оставшегося имущества делились между наследниками умершего. Эти правовые отношения, воплощаясь в конкретные цифры, принимали вид количественных отношений и подчинялись законам математики. Если сумма долей, наследуемых различными лицами, превышает целое наследство, то доли должны быть уменьшены, за исключением долей супругов, которые не изменяются. Так, если после смерти женщины остаются ее муж и две родные сестры, то муж наследует 1/2, а родные сестры 2/3; в данном случае сумма долей превышает целое, поэтому они должны быть уменьшены пропорционально путем разделения единицы на более мелкие дроби, и тогда муж получит 3/7, а каждая из сестер – по 2/7. Если сумма долей, наследуемых различными лицами, окажется меньше целого наследства, то доли должны быть увеличены пропорционально, за исключением долей супругов, которые не изменяются. Если сумма долей, наследуемых различными лицами, окажется меньше целого наследства, то доли должны быть увеличены пропорционально, за исключением долей супругов, которые не изменяются. Если, например, женщина оставила после себя родную дочь и внучку по мужской линии, то дочь наследует 1/2, а внучка-1/4. Всего наследственных долей шесть: 1/2, 1/3, 1/4, 1/6, 1/8, 2/3, но на практике встречаются и такие доли: 2/7, 3/7, 3/4.

Наследственные отношения сложны и противоречивы. Ал-Беруни, например, писал: «Основные положения о наследовании у индийцев отстраняют женщин, за исключением дочери. Последняя получает четвертую долю, что получает сын, согласно тексту книги Ману» (18, С.476).

Правила решения задач «при делении наследств, составлении завещаний, разделе имущества и судебных делах, в торговле и всевозможных сделках» в книге ал-Хорезми подробно изложены. Поэтому нет надобности их повторять. Но, как мы полагаем, эти правила выполняются строго последовательно, что важно для всего творчества ал-Хорезми, т.е. алгоритм имеет силу не только в алгебре и арифметике, но и в решении задач социального характера. Для доказательства этой мысли ниже приведем изложения ал-Хорезми в виде алгоритмов (у ал-Хорезми таких задач 60, а мы в качестве примера выбрали из них 13 примеров).

I. Алгоритм завещания в случае двух сыновей и завещал 1/3 своего имущества другому человеку (10.С.54).

1-шаг. Прими получаемое из долга за вещь и прибавь ее к наличности, т.е. 10 дирхемам:

$$10+x$$

2-шаг. Вычти из этого треть:

$$\frac{10}{3}+\frac{x}{3}$$

3-шаг. Вычти это из имущества:

$$10+x-\left(\frac{10}{3}+\frac{x}{3}\right)=\frac{20}{3}+\frac{2}{3}x.$$

4-шаг. Раздели это между сыновьями:

$$\frac{\frac{20}{3}+\frac{2}{3}x}{2}=\frac{10}{3}+\frac{1}{3}x.$$

5-шаг. Это есть доля одного сына:

$$x=\frac{10}{3}+\frac{1}{3}x.$$

Отсюда x=5.

II. Алгоритм завещания в случае, когда он оставил 3 сыновей и завещал 1/5 своего имущества без дирхема, причем он оставил 10 дирхемов в наличности и отданное в долг, равное доле одного из сыновей (10.С.54).

1-шаг. Прими получаемое из долга за вещь и прибавь это к десяти:

$$10+x$$

2-шаг. Вычти 1/5 этого как завещанное:

$$2+1/5x.$$

3-шаг. Вычти ее из имущества:

$$8+4/5x.$$

4-шаг. Затем прибавь 1 дирхем, так как было сказано без дирхема

$$9+\frac{4}{5}x\,.$$

5-шаг. Раздели это между сыновьями:

$$\frac{9+\frac{4}{5}x}{3}=3+\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{3}x$$

6-шаг. Останется 11/15x=3, отсюда $x=\frac{45}{11}$.

III. Алгоритм завещания, когда женщина умерла, оставив своего мужа, сына и мать, и завещала одному человеку 2/5 своего имущества, другому человеку – 1/4 своего имущества. Она потребовала от сына, чтобы он отдал ту же долю обоим, кому завещано, а от матери, чтобы она отдала 1/2 ее доли, от мужа не потребовала ничего, кроме 1/3. (10.С.55).

1-шаг. Установи число частей необходимого наследства, если возьмешь его равным 12: сыну 7 частей, мужу – 3, матери – 2 части, т.е.

$$12=7+3+2.$$

2-шаг. Муж отдает $\frac{1}{3}$ части, т.е. $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$, у себя остается $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$.

3-шаг. Сын отдает соответствующую долю и остается

$$\left(1-\frac{2}{5}-\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{7}{5}=\frac{49}{240}=\frac{7}{20}.$$

4-шаг.Мать отдает $\frac{1}{2}$ части и $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{12}...240\cdot\frac{1}{6}=40=20+20$ остается 20.

5-шаг. Мужу $240\cdot\frac{1}{4}=60-20=40.$

6-шаг. Сыну $140\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{4}\right)=91.$ Остается 49.

7-шаг. Все завещанное: $1-\frac{49}{240}-\frac{1}{6}=\frac{131}{240}$.

8-шаг. Одному завещанному: $\frac{8}{13}\cdot\frac{131}{240}=\frac{1048}{3120}$.

Второму $\frac{5}{13}\cdot\frac{131}{240}$.

IV. Алгоритм завещания того, когда он оставил мать, 3 сыновей и дочь и завещал одному человеку равную долю одного сына без равной доли другой дочери, если бы она была (10.С.57).

1-шаг. Установи число частей необходимого наследства и прими его за такую вещь, которую можно разделить и между наличными наследниками и между ними, если бы среди них была другая дочь. Прими это за 336.

2-шаг. Доля другой дочери, если бы она была, – 35, а доля сына – 80 и разность между ними 45, это и есть завещанное.

3-шаг. Прибавь это к 336, получится 381. Это и есть число частей имущества.

V. Алгоритм завещания того, когда она завещала равное доле мужа и 1/8 и 1/10 имущества (10.С.58).

1-шаг. Установи число частей необходимого наследства, их будет 13.

2-шаг. Затем прибавь к этим долю равную мужа, т.е. 3 - будет 16. Это остается от имущества после выделения из него 1/8 и 1/10, т.е. 9/40.

3-шаг. После выделения 1/8 и 1/10 остается 31/40, это 16 частей.

4-шаг. Восполни твое имущество $3\frac{19}{9}$ и прибавь к 13 равное этому. Получится имущество и 1/9 и 1/10, равное 16/30 и 19/30.

5-шаг. Приведи это к одному квадрату, т.е. отними от этого 12/109. Останется: имущество = $\frac{13}{109}$ и $\frac{80}{109}$.

6-шаг. Раздели каждую часть на 100/9.

7-шаг. Получится доля мужа – 93, матери – 62, каждая из дочерей – по 124.

VI. Алгоритм завещания, когда человек умер и оставил четырех сыновей и завещал одному человеку равную долю одного сына и другому – 1/4 того, что останется от 1/3 после выделения доли. Знай, что в этом виде завещанное берется из 1/3 имущества (10.С.60).

1-шаг. Возьми 1/3 имущества и отними от нее долю, останется 1/3 имущества без доли.

2-шаг. Затем вычти из этого 1/4 того, что останется от 1/3, т.е. $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$ *без* $\frac{1}{4}$ *доли*. Останется: 1/4 имущества без 3/4 доли.

3-шаг. Прибавь к этому 2/3 имущества. Получится: 11/12 без 3/4 доли равная 4 долям.

4-шаг. Восполни это 3/4 доли и прибавь это к 4 долям. Получится 11/12 имущества равная 4/4 и 3/4 доли.

5-шаг. Прибавь к 4/4 и 3/2 доли на 1/11. Получится: 5 и 2/11 доли равны имуществу.

6-шаг. Прими долю за 11, а имущество за 57. Тогда 1/3 его есть 19.

7-шаг. Вычти из этого долю, т.е. 11, останется 8. Для того, кому завещано, отсюда – 2, остальные 6 возвращаются к 2/3, т.е. к 38. Полученные 44 делятся между четырьмя сыновьями, каждому сыну – по 11 частей.

VII. Алгоритм завещания, если необходимое наследство было то же самое, и он завещал одному человеку долю равную дочери и другому человеку 1/4 и 1/5 того, что остается от 2/5 после выделения доли, правило таково же, как когда завещанное – из 2/5 (10.С.61).

1-шаг. Возьми 2/5 имущества и вычти из них долю, останется: 2/5 имущества без доли.

2-шаг. Затем вычти из этого 1/4 и 1/5 того, что остается, т.е. 9/20 от 2/5 без равной доли. Останется 1/5 и $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{5}$ имущества без 11/20 доли.

3-шаг. Прибавь 3/5 имущества, получится: 4/5 и $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{5}$ имущества без 11/20 доли = 7 долям.

4-шаг. Восполни это 11/20 доли и прибавь их к 7, получится: 7 и 11/20 доли.

5-шаг. Восполни твое имущество, т.е. прибавь ко всему, что у тебя, 9/41. Получится: имущество = 9 и 17/82 доли.

6-шаг. Считай, что доля = 82 части, тогда всего частей будет 755, $\frac{2}{5}$ этого = 302, затем вычти из этого долю, т.е. 82, останется 220.

7-шаг. Затем вычти $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$, т.е. 99, останется 121.

8-шаг. Прибавь 3/5 имущества, т.е. 453. Полученные 574 делятся между семью долями, каждая по 82. Это доля дочери, а доля сына в 2 раза больше.

VIII. Алгоритм завещания, если необходимое наследство было то же самое, и он завещал дочери равную долю и $\frac{1}{5}$ того, что остается от $\frac{1}{3}$ после выделения доли, и другому человеку долю равную другой дочери и 1/3 того, что остается от $\frac{1}{4}$ после выделения 1 доли (10.С.63).

Здесь завещанные берутся из 1/4 и 1/3.

1-шаг. Возьми $\frac{1}{3}$ имущества и вычти из нее долю. Останется $\frac{1}{3}$ имущества без доли.

2-шаг. Затем вычти 1/5 того, что осталось, т.е. $1/5 \cdot \frac{1}{3}$ без $\frac{1}{5}$ доли. Остаются $4/5 \cdot \frac{1}{3}$ без 4/5 вещи.

3-шаг. Затем возьми также $\frac{1}{4}$ имущества и вычти из нее долю. Останется $\frac{1}{4}$ имущества без доли.

4-шаг. Затем вычти $\frac{1}{3}$ того, что остается от 1/4. Остается $2/3 \cdot \frac{1}{4}$ без 2/3 доли.

5-шаг. Прибавь это и к тому, что осталось от 1/3. Получится: 26/60 имущества без 1 и 28/60 доли.

6-шаг. Затем прибавь к этому то, что остается после того, как ты взял из этого 1/3 и 1/4, т.е. 1/4 и 1/6. Получится: 17/20 имущества = 7 и 7/15 доли.

7-шаг. Восполни твое имущество, т.е. прибавь к долям, имеющим у тебя, 3/17. Получится: имущество=8 и 120/153.

8-шаг. Прими долю за 153. Тогда имущество = 1344. Завещание, остающееся от 1/3, после выделения доли = 59, а завещанное, остающееся от 1/4 после выделения доли, = 61.

IX. Алгоритмизация, если он оставил 6 сыновей и завещал одному человеку долю равную сына и 1/5 того, что остается от 1/4 после выделения доли, и другому человеку долю равную другого сына без $\frac{1}{4}$ того, что остается от 1/3 после выделения 2 первых завещанных и другой доли (10.С.63).

1-шаг. Вычти из 1/4 имущества долю. Остается 1/4 без доли.

2-шаг. Затем вычти 1/5 того, что остаются от 1/4, т.е. $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{10}$ имущества и без 1 и 4/5 доли.

3-шаг. Прибавь $\frac{1}{4}$того, что остается, т.е. то, что исключено, и прими $\frac{1}{3}$ за 80.

4-шаг. Если ты вычтешь $\frac{1}{2}\frac{1}{10}$ имущества, от этого останется 68 без 1 и 4/5 доли.

5-шаг. Прибавь 1/4 этого, т.е. 17 частей без ¼ того, что вычитается из долей. Этой 85 без 2 1/4 долей.

6-шаг. Прибавь это к 2/3 имущества, т.е. 160. Получится: 1 и $1/6\cdot\frac{1}{8}$ имущества без $2\frac{1}{4}$долей = 6 долям.

7-шаг. Восполни это тем, что получится из этого, и прибавь это к долям. Получится: 1 и $1/6\cdot\frac{1}{8}$ имущества = 8 и 1/4 доли.

8-шаг. Приведи это к одному имуществу, т.е. вычти из долей 1/49 всех их. Получится: имущество = 8 и 4/49 доли. Прими долю за 49. Тогда имущество есть 396, доля – 49, завещанное, остающееся от 1/4, -10, а исключенное из второй доли – 6.

X. Алгоритм завещания когда человек умер, оставив четырех сыновей и завещал одному человеку долю одного из них, четверть того, что остается от $\frac{1}{3}$ после выделения доли, и дирхем (С.64).

1-шаг. Возьми $\frac{1}{3}$ имущества и вычти из него долю. Останется $\frac{1}{3}$ без доли.

2-шаг. Затем вычти $\frac{1}{4}$того, что остается, т.е. $\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}$ без $\frac{1}{4}$ доли, и вычти также 1 дирхем. Останется: $3\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}$ имущества, т.е. $\frac{1}{4}$ имущества без $3\cdot\frac{1}{4}$ доли и без 1 дирхема = 4 долям.

3-шаг. Прибавь это к $2\cdot\frac{1}{3}$ имущества. Получается: 11/12 имущества без $\frac{3}{4}$ доли и без 1 дирхема = 4 долям.

4-шаг. Восполни это 3/4 доли и 1 дирхемам. Получится: 11/12 имущества = 4 и 3/4 доли и дирхему.

5-шаг. Восполни такое имущество, т.е. прибавь к долям и 1 дирхему их $\frac{1}{11}$. Получится: имущество = 5 и 2/11 доли и 1 и $\frac{1}{11}$ дирхема.

6-шаг. Если ты хочешь получить дирхем целым, не восполняй имущества, а из 11 вычти 1 в качестве дирхема и раздели оставшиеся 10/4 и 3/4 доли. Получится 2 и $\frac{2}{19}$ дирхема.

7-шаг. Прими имущество за 12 дирхемов, тогда каждая доля есть 2 и $\frac{2}{19}$ дирхема.

8-шаг. Если хочешь получить долю целой, восполни твое имущество. Тогда дирхем будет равен 11 имуществом.

XI. Алгоритм завещания, если он оставил 3 сыновей и 2 дочерей и завещал одному человеку долю равную дочери и дирхем, другому человеку –

1/5 того, что остается от 1/4 после выделения первого завещанного, и дирхем, и еще одному – 1/4 того, что остается от 1/3 после выделения всего этого, и дирхем, и еще одному – 1/8 всего имущества, разделяя это между наследниками. Правило этого с определением дирхема целым есть самый красивый способ. (10.С.66).

1-шаг. Возьми 1/4 имущества и прими ее за 6 дирхемов, а все имущество будет = 24.

2-шаг. Вычти из 1/4 долю, останется 6 без доли.

3-шаг. Затем вычти 1 дирхем. Останется 5 без доли.

4-шаг. Вычти 1/5 того, что останется. Останется 4 без 4/5$\cdot\frac{1}{5}$ того, что останется. Останется 4 без 4/5.

5-шаг. Затем вычти другой дирхем. Останется 3 без 4/5 доли. Завещанное из 1/4=3 без 4/5 доли.

6-шаг. Затем вернись к 1/3, т.е. к 8, и вычти из этого 3 и 4/5 доли. Останется 5 без 4/5 доли. Вычти для получения завещанного еще 1/4 этого и 1 дирхем. Останется 2 и 3/4 части без 3/5 доли.

7-шаг. Затем вычти 1/8 имущества, т.е. 3, останется после выделения $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}$ части и 3/5.

8-шаг. Вернись к 2/3, тет к 16, вычти из этого $\frac{1}{4}$дирхема и 3/5 доли. От имущества останется: 15 и 3/4 части без 3/5 доли=восьми долям. Восполни это 3/5 доли. Раздели одно на другое. Частное отделение есть доля имущества, она = 24 дирхемам. Каждой дочери приходится 1 и $\frac{143}{172}$.

XII. Алгоритм, когда если необходимое наследство было то же самое, и она завещала одному человеку дополнение доли матери до 1/4 имущества, другому человеку – дополнение доли дочери до 1/5 того, что осталось от имущества после выделения первого завещанного. (10.С.67-68).

1-шаг. Установи части необходимого и прими его за 13 частей.

2-шаг. Затем возьми имущество и вычти из него его $\frac{1}{4}$ без 2 частей.

3-шаг. Затем вычти 1/5 того, что осталось от имущества без части.

4-шаг. Затем посмотри, что остается от имущества после выделения частей.

5-шаг. Прими это за $\frac{3}{5}$ имущества, это и 2 и 3/5 части = 13 частям.

6-шаг. Вычти 2 и 3/5 части от 13 частей. Останется: 10 и 2/5 части = 3/5 имущества.

7-шаг. Восполни имущество, т.е. прибавь к имеющим у тебя частям их 2/3. Получится: имущество=17 $^1/_3$ части.

8-шаг. Прими часть за 3. Тогда имущество = 52, часть –3, первое завещанное – 7, а второе – 6.

XIII. Алгоритм, если человек умер, оставив сына и 5 дочерей, и завещал одному человеку дополнение до $^1/_5$ и $^1/_6$ доли сына без $^1/_4$ того, что остается от $^1/_3$ после выделения дополнения. (10.С.68).

1-шаг. Возьми $^1/_3$ имущества и вычти его $^1/_5$ и $^1/_6$ без $^2/_7$ частей. Останутся 2 части без $^4/_{120}$ имущества.

2-шаг. Затем прибавь к этому исключенное, т.е. $\frac{1}{2}$ части без $^1/_{120}$. Останутся 2 $^1/_2$ части без $^5/_{120}$ имущества.

3-шаг. Прибавь к этому 2/3 имущества. Получится: $\frac{75}{120}$ имущества и 2 $\frac{1}{2}$ части = 7 частям.

4-шаг. Вычти $2\,^1/_2$ части из 7. Останется 75/120 имущества = $4\,^1/_2$ частям.

5-шаг. Восполни твое имущество, т.е. прибавь к частям их 3/5. Получится имущество равно 7 и 1/5 части.

6-шаг. Прими одну часть за 5, тогда имущество = 36, доля – 5, а завещанное – 1.

Некоторые исследователи считают, что, может быть, ни одна человеческая система не дала места стольким применениям, размышлениям, заключениям, как эта часть математического права. Применение математических методов облегчало решение задач наследования. В свою очередь, эта гражданская потребность обусловила в определенной мере развитие математики.

В разные периоды истории человеческого общества выявлялись преобладающие области науки, где методы математики применялись чаще. Например, в период возникновения и развития естествознания XVII-XVIII вв. ареной математики была механика.

Мухаммад ал-Хорезми применял открытые им методы количественного изучения к явлениям и социальной жизни. Он выбрал четыре области отношений между людьми, характерные для строя того времени: сделка, залог, завещание и торговля рабами.

Сделки ал-Хорезми изучал с точки зрения числовых отношений. «Знай, что сделки людей, как покупка и продажа, обмен и наем, а также другие, имеют дело с четырьмя числами, устанавливаемыми спрашивающим, - мерой, ценой, количеством и стоимостью. Число, равное мере, стоит против числа, равной стоимости, а число, равное цене, стоит против числа, равной стоимости, а число, равное цене, стоит против числа, равного количеству. Из этих четырех чисел три всегда известны, а одно неизвестно, и о нем – то говорящий говорит, сколько и спрашивает спрашивающий» (10.С.45). Пример: «Работник, месячный заработок которого 10 дирхемов, работал 6 дней, какова его доля, если ты знаешь, что 6 дней есть одна пятая месяца и что его доля дирхемов такова же, как доля проработанного им времени от месяца» (10.С.45). Для решения задачи необходимо классифицировать величины. В данном случае: мера –30 дней, цена – 10 дирхемов, количество – 6 дней, стоимость? Правило: 30/10=6/х; х=2 дирхема. Это и есть стоимость, говорит ал-Хорезми.

Ал-Хорезми рассматривает отношения: между наследниками отдавшего в залог сумму и получившим залог (проценты, вычеты и «капитал»); между деньгами и предметом.

Ал-Хорезми дает рекомендации и для решения задач, связанных с реализацией завещаний: завещанное, оказывается, должно быть равно трети имущества. К «исчислению кругооборотов» ал-Хорезми относит задачи, где в не предусмотренных ранее обстоятельствах лица «меняются местами». Например, «… человек, будучи смертельно больным, женился… и не имел имущества… Затем жена умерла, завещав треть своего имущества…» (10.С.69).

При распределении имущества по завещанию муж по величине получаемой доли занимал положение между сыном и женой, жена и сестра получали поровну, сын больше чем жена: при наличии детей муж получал 1/4 имущества. Человек мог завещать другому человеку столько же, сколько сыну, но дочь получала меньше каждого из них. При женитьбе муж вносил брачный выкуп и еще определенную сумму.

Пример: После смерти женщины остаются муж и две родные сестры, тогда

$$1/2 + 2 \cdot 1/4 = 1.$$

а) Если ><1, то доля каждого должна быть уменьшена на более мелкие дроби.

Например, если сестры вместо 1/4 доли потребуют 1/3, то

$$1/2 + 2 \cdot 1/3 = 7/6 > 1,$$

а это не годится, т.е. оставшееся имущество больше того, что есть.

Ал-Хорезми для этого случая рекомендует разбить доли на более мелкие дроби: умножить доли на обратную цифру, т.е. 6/7:

$$1/2 \cdot (6/7) + 2 \cdot 1/3 \cdot (6/7) = 3/7 + 2 \cdot 2/7 = 1.$$

Таким образом, муж получает 3/7, а каждая сестра – 2/7 доли имущества.

б) Если наследовательница оставит после себя родную дочь и внучку по мужской линии, то дочь наследует 1/2, а внучка 1/6 доли:

$$1/2 + 1/6 = 4/6 < 1.$$

В данном случае доли должны быть увеличены путем их пропорционального увеличения, т.е. умножения на обратную цифру 6/4.

$$1/2\cdot(6/4)+1/6\cdot(6/4)=3/4+1/4=1.$$

Таким образом, дочь получает 3/4 доли, а внучка – 1/4 доли имущества.

Иерархия отношений членов семьи в цифрах. Из рассмотренных ал-Хорезми примеров выявляются некоторые прикладные стороны соотношений между членами семьи в цифровых выражениях, что само по себе представляет интерес. Так, сыну положена большая масса наследства, чем жене; муж по доле занимал положение между сыном и женой; при наличии детей муж получал 1/4 доли; жена и сестра получали поровну; человек мог завещать другому человеку столько же, сколько сыну, т.е. чужой человек мог получать больше, чем жена.

В те времена вместо калыма действовал выкуп. Калым, как известно, платили родителям невесты или заменяющим их лицам. А брачным выкупом распоряжалась невеста. И если невеста имела долги, то выплачивала их за счет брачного выкупа.

Торговля рабами. В произведениях ал-Хорезми есть задачи относительно торговли рабами. Раб рассматривается в качестве имущества. Отсюда вытекают все «права» раба наравне с вещью и не больше. Например, отпущение и дарение раба равносильно завещанию. А завещание не превышает 1/3 доли целого имущества. Таким образом, если рабовладелец отпускает своего раба, то это, оказывается, не значит, что он совсем свободен: он свободен только на 1/3, а остальные 2/3 своего существования как раба он должен служить хозяину (16.С.249).

Точность алгебраических решений и неточность наследственного права эпохи ал-Хорезми. Известный историк математики Фредерик Розен упрекает ал-Хорезми в том, что в алгебре имеются неточности, противоречия. Другой не менее известный математик Соломон Гандц, отвечая ему, выделяет алгебру ал-Хорезми как точную безупречную науку, подчеркивая логические недостатки наследственного права прошлого периода: «Речь идет о чрезвычайно запутанных, если не сказать беспорядочных законоположениях по наследству, по освобождению невольников и тому подобное, … которые со своими часто противоречащими требованиями нередко требовали решения, отклоняющегося в одинаковой степени от закона и счета» (129.С.321).

Такого же мнения придерживался английский переводчик книги Б.Маргинани «Хидая»: «Мусульманские судилища… справляются сначала с Кораном; затем с такими преданиями, которые вошли в признанные всеми за наиболее достоверные сборники, и, наконец, с мнениями наиболее уважаемых юристов. Коран и предания служат основаниями, а комментаторы излагают применение этих оснований к различным случаям. Без помощи комментаторов судья часто может оказаться в затруднительном положении, или же должен полагаться на свое собственное суждение, так как по бесконечному разнообразию случаев, представляемых житейской практикой, ни Коран, ни предания не могут давать достаточно точных и подробных решений» (14.С.15).

От алгоритмов самого ал-Хорезми до современных алгоритмов – результат трудов многочисленных ученых и практиков. Они составляют своего рода целую цепь научных новшеств, которая красной нитью проходит преемственной закономерностью. Двигатель этой цепи: потребность, общественно-жизненная нужда человека, общества, народа.

Связь между алгоритмом и судебным делом проявляется в двух аспектах: 1) судебные процессы алгоритмизированы. Здесь степень алгоритмизации в разных государственных системах различная и она, начиная с древнейших времен, возрастает в связи с осложнением общественных систем; 2) алгоритмизация являлась проведением определенных правил в изучении хода правовых процессов, которая также должна подчиняться соответствующим, в частности, правовым правилам:

I. Алгоритмизация судебных процессов.

II. Алгоритм в процессах государственных законов.

П р и м е р. Российского программиста Дмитрия Склярова арестовали правоохранительные органы США. «Поводом для этого стала жалоба известной компьютерной компании «Эдоуб системз», обвинившей Склярова в создании программы, которая позволяет обходить механизмы защиты, содержащиеся в программе «E book reader». Эта программа не нарушает российского законодательства, но вступает в противоречие с американским законом об интеллектуальной собственности». Причем здесь надо отметить и противоречие между американской и российской законодательствами в области правовых основ алгоритмизации. «Несправедливость ареста заключается и в том, что Дмитрий является сотрудником российской компании «Элкософт», и разработка этого алгоритма была его служебной обязанностью, работой, за которую он получал зарплату» («Труд» 9 августа 2001 г.).

3.4. Пошаговый процесс в современном естествознании

Приведем два примера.

1) Среди всех естественных наук наиболее совершенной является аналитическая динамика, где любой принцип можно вывести из любого другого непосредственно или опосредованно. Имеем право перечислить вариационные принципы в следующей последовательности: Ньютона→Даламбера→Герца→Гаусса→Лагранжа→Мопертюн→Гами-льтона. Эту последовательность можно перечислить и наоборот. Или можно брать выборочно (например, Лагранжа→Герца, Гамильтона→Гаусса).

Это известно. Но неизвестен безупречный алгоритм этих последовательностей. Это важная задача, решение которой может явиться окончательным концом совершенствования структуры аналитической динамики.

В частности, процесс использования каждого из этих принципов есть алгоритмический. Приведем один пример. В науке и технике часто применяется алгоритм Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = \frac{\partial U}{\partial q_i}.$$

Принцип решения этого урвнения, по существу, такой же как алхорезмийский алгоритм

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

хотя их природа и значение разные.

Последовательность операций решения Лагранжева уравнения можно, например, описать следующим образом (130):

1-шаг. Сначала превратить декартовы координаты в обобщенные,

2-шаг. Потом взять их производные.

3-шаг. Затем найти кинетическую энергию T.

4-шаг. После взять $\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}$.

5-шаг. Дальше: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right)$.

6-шаг. Взять $\frac{\partial T}{\partial q_i}$.

7-шаг. Потом U.

8-шаг. После $\frac{\partial U}{\partial q_i}$.

Таким образом можно определить значения многих координат и функций (84).

2) Если в середине XX в. появилась кибернетика со своей алгоритмизацией, то конец этого века дал синергетику, которая тоже нуждается в алгоритмизации. Дело в том, что основоположники синергетики и их

последователи считают, что синергетические, самоорганизующиеся системы открытые. Например, О.Тоффлер подчеркивает различие открытых и замкнутых систем в природе: «Идея Брюссельской школы, существенно опирающейся на работы Пригожина, образует новую, не объемлющую теорию изменения. В сильно упрощенном виде суть этой теории сводится к следующему. Некоторые части Вселенной действительно могут действовать как механизмы. Таковы замкнутые системы, но они в лучшем случае составляют лишь малую долю физической Вселенной. Большинство же систем, представляющих для нас интерес, открыты – они обмениваются энергией или веществом (можно бы добавить: и информацией) с окружающей средой. К числу открытых систем, без сомнения, относятся биологические и социальные системы, а это означает, что любая попытка понять их в рамках механической модели заведом обречена на правал» (131.С.17). И эту идею поддерживают другие авторы: «Наиболее очевидная особенность биологических систем заключается в том, что они способны к самоорганизации, т.е. спонтанному образованию и развитию сложных упорядоченных структур. Как показал еще Э.Шредингер, это не противоречит законам термодинамики, поскольку все живые биологические системы не являются замкнутыми и обмениваются энергией (или веществом) с окружающей средой» (132.С.5). И.Пригожин и Г.Николис дали свою идею об открытости системы «организм-среда» (133.С.68):

Поскольку между организмом и внешней средой происходит обмен веществом, энергией, информацией, Г.Николис и И.Пригожин считают систему («организм») открытой, а «внешнюю среду» – беспредельной. Стало быть, система «организм-среда» - не закрытая. Они пишут: «Представление о таком открытом мире и есть главное, что автором этой книги хотелось бы сообщить читателю» (133.С.68).

Мы считаем, что системы «организм» и «внешняя среда» – два компонента, вместе взятые, являются открытыми подсистемами одной общей закрытой системы.

Системы можно рассматривать на разных уровнях. Например, количество систем на атомном уровне в видимой астрономической части Вселенной 10^{73}. В ней вообще количество систем не превышает 10^{100}. Если добавить к ней беспредельные пространства философской Вселенной, то количество систем ∞.

Итак, в природе так называемый «организм» и «среду» можно выразить в следующей последовательности:

«электрон - атом» = S_1,

где электрон в качестве «организма», а атом – в качестве «внешней среды» - это 1-ый шаг.

2-шаг. «S_1 - молекула» = S_2.

3-шаг. «S_2 (или вирус) - клетка» = S_3.

4-шаг. «S_3 -эмбрион» = S_4.

5-шаг. «S_4 - матка матери» = S_5.

6-шаг. «S_5 - организм матери» = S_6.

7-шаг. «S_6 – закрытая квартира» = S_7.

8-шаг. «S_7 - дом» = S_8.

9-шаг. «S_8 - район» = S_9.

10-шаг. «S_9 -город» = S_{10}.

11-шаг. «S_{10} - государство» = S_{11}.

12-шаг. «S_{11} -планета Земля» = S_{12}.

13-шаг. «S_{12} - Солнечная система» = S_{13}.

14-шаг. «S_{13} - Галактика» = S_{14}.

и т.д. до ∞, т.е.:

$$(S_{\text{организм } i} - S_{\text{среда } e}) = S_{i+1}.$$

Выше мы остановились на уровне системы S_{14}, состоящей из солнечной системы, играющей роль “организма” и Галактики, играющей роль “внешней среды”, считая этого достаточно, чтобы показать, что так называемая “открытая система” состоит из строго последовательной иерархии познания картины бесконечного процесса шаг за шагом (85).

Когда выделяем систему, состоящую из организма и среды, мы должны не забывать, что как действует среда на организм, так и адекватно действует организм на среду. Чем это противодействие измеряется? Это может быть изменение воздуха, пастбища, экологии.

Что касается системы «Солнечная система - Галактика», действием солнечной системы можно считать, например, ее кинетический момент $\overleftarrow{L}$, тогда противодействием среды, Галактики $\overrightarrow{L}$. Итак

$$(\overrightarrow{L}, \overleftarrow{L}) = \overline{S}_{15},$$

где $L=3\cdot10^{48}$CGS.

На основе этих данных, мы приходим к следующей гипотезе: если мысленно на одну секунду уничтожить Галактику, как «внешнюю среду», то Солнечная система как «организм» разрушится.

Отсюда другой вывод: в пригожинской открытой системе нельзя предположить этого, т.е. в открытой системе и кинетический момент, и энергия, и импульс, и заряд, и масса не подлежат подсчету. А мир состоит из конкретных объектов, имеющих свои, только свои определяемые характеристики. Эту мысль подтверждает принцип сохранения масс, энергии, зарядов и т.д. Например, не имеет смысла закон сохранения энергии и подсчет экологических факторов в открытой, беспредельной внешней среде.

Алгоритмический подход решения математических задач и практических вопросов – это не только метод познания и действия. Он, а это главное, методология, причем не вообще абстрактная, и четкая, систематизированная, объективная методология. Методология алгоритмизации основана на исторически оправданном принципе индукция-дедукция, что облегчает решение многочисленных подобных задач. Создание и применение самих многочисленных алгоритмических языков – пример к тому.

Глава 4. Ал-Хорезми и мировая цивилизация

4.1. Признание заслуг ал-Хорезми в науке

Какого мнения были современники об ал-Хорезми? Приведем несколько мнений.

Р.Рашед приводит некоторые факты о его первоначальном этапе развития идеи ал-Хорезми. «В самом деле, математики – еще при жизни ал-Хорезми и сразу после него – не замедлили приступить к «комментированию» его книг. Ограничиваясь только его непосредственными последователями, напомним имена Ибн Турка, Сабита ибн Корры, ас-Сиднани, Синана ибн ал-Фартха, Абу Камила, Абул-Вафы ал-Бузджани. Некоторые из этих комментариев явились фундаментальным вкладом в формирование алгебры. Когда эти математики занялись историей их науки, они, как и их преемники, были единодушны в признании авторитета ал-Хорезми» (1.С.95). Ибн Малик ад-димашкий: «Знай, что эта наука является изобретением совершенного ученого Мухаммад ибн Мусы ал-Хорезми». Абу Камил: "Я установил в моей другой книге доказательство авторитета и приоритета Мухаммада ибн Мусы ал-Хорезми в алгебре и алмукабале и ответил пылкому Абу Барзу, приписывавшему это Абу ал-Хамиду, которого он называет своим дедом, Ал-Хорезми первый написал книгу об алгебре и алмукабале, он начал и изобрел все основы, которые там находятся». (1.С.105)

Ал-Хасан ибн Юсуф: Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми был первый в исламе,кто открыл арифметику, также считали его своим имамом и мастером этой науки". Синан ибн ал-Фатх: Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми сочинил книгу, которую он назвал «Алгебра и алмукабала» (1.С.105).

Первые переводы трудов ал-Хорезми осуществили: Аделардо из Бата (1126 г.), Иоган Севильский (XII в.), Роберт из Честера (1145 г.), Герардо из Кремоны (XII в.), Магистр А. (1143 г.), Леонардо Пизанский (нач. XIII в.).

Р.Рашед продолжает: «Наука об уравнениях и начисление связанных с ними двучленов и трехчленов - алгебра, разработанная ал-Хорезми как самостоятельная дисциплина, определяла уже перспективу ее исторического развития и потенциально заключала в себе первую реформу – арифметизацию алгебры» (1.С.104); «Нет нужды слишком настаивать на новизне концепции и стиля алгебры ал-Хорезми, которые не восходят ни к какой «арифметической» традиции, даже к традиции Диофанта» (1.С.97). «И вместо того чтобы спрашивать только, что ал-Хорезми мог читать, не лучше ли, как нам, кажется, выяснить, почему, он думал о том, о чем не задумывался никто из его предшественников» (1.С.104). Текст ал-Хорезми отличается не только от того, что имеется в вавилонских клинописных табличках, но также и от «Арифметики Диофанта» (1.С.98).

А.П.Юшкевич: «Литература о трудах ал-Хорезми, их оригинальных особенностях и традициях, к которым они примыкали, очень велика. Вместе с тем многие стороны его творчества исследованы далеко не полностью и ученые предлагают различные ответы на многие вопросы, связанные с изучением его научного наследия» (2.С.3).

Выяснение истинного значения научных открытий ученых Средней Азии имеет принципиальное значение для определения их роли и места в истории мировой науки.

Ал-Хорезми отмечает, что ученые всегда трудились во имя последующих поколений, поэтому о них нужно вспоминать с благодарностью. Он пишет: "Ученые прошлых времен и ушедших народов не переставали писать книги по различным разделам науки и отраслям философии, имея в виду тех, кто будет после них, рассчитывая на награду соразмерно своим силам и надеясь, что они будут вознаграждены славой и памятью и им достанется из правдивых уст похвала, по сравнению с которой ничтожны взятые на себя труды и тяготы, принятые ими для раскрытия сокровенных тайн науки". Ученый должен улучшать, совершенствовать работы ученых прошлых поколений, "... думая хорошо о своем предшественнике, не заносясь перед ним и не гордясь тем, что сделал" (3.С.20).

Ал - Хорезми подразделяет ученых на группы по характеру их работы: "один из них опередил других в том, что не разрабатывалось до него, и оставил это в наследие тем, кто придет после него; "другой комментирует труды его предшественников и этим облегчает трудности, открывает закрытое, освещает путь и делает это более доступным"; "или же это человек, который находит в некоторых книгах изъяны и соединяет разъединенное..." (3.С.20). Самого ал-Хорезми, как автора "Алгебры", можно отнести к первой группе, как автора "Арифметики" – ко второй.

С.Гандц оценивал роль ал - Хорезми следующим образом: «Произведения Хорезми – начало европейской науки, он сам имеет больше права быть названным отцом алгебры, чем Диофантус» (4.С.264). Э.Видеман характеризует Мухаммада ал - Хорезми как «...личность большой научной гениальности», считает, что его труды «оригинальны и важны» (6.С.912). Д.Смит называет ал – Хорезми «...крупнейшим математиком при дворе ал-Мамуна» (7.С.170). По свидетельству В.Д.Чистякова, «из ранних средневековых ученых много занимался приближенной квадратурой круга - ал-Хорезми. Своими сочинениями ал-Хорезми много содействовал распространению индийской системы исчисления, без которой вряд ли можно было бы в Европе получить «Рудольфово число», а также другие, более точные европейские приближения числа π» (8.С.25).

Ученые средневекового Востока восприняли и развили дальше наследие математиков античной эпохи. Как отмечали крупные алгебраисты О.Ю.Шмидт и А.Г.Курош, "международным научным языком служил для них арабский язык (подобно тому, как для ученых средневекового Запада таким языком был латинский), поэтому этот период в истории математики иногда называют "арабским". В действительности, одним из крупнейших научных центров этого времени (IX-XV вв.) была Средняя Азия. Среди многих примеров достаточно назвать деятельность узбекского математика и астронома IX в., уроженца Хорезма Мухаммада ал-Хорезми... Само слово "алгебра" – арабское (алджабр) и является началом названия одного сочинения Хорезми. Со времени Хорезми алгебру уже можно рассматривать как отдельную отрасль математики» (10.С.55).

Крупнейший американский историк науки Дж. Сартон считал, что "Мухаммад ал - Хорезми - величайший математик своего времени, и если учесть все обстоятельства, один из величайших математиков всех времен" (5.С.545). Эти слова неоднократно воспроизводились в капитальных трудах по истории науки в разных странах мира.

Влияние трудов ал - Хорезми на развитие науки средневековой Европы признают многие ученые. Так, М.Симон отмечал: "Решающее значение для принятия в Европе десятичной позиционной нумерации и новых цифр имело ознакомление, начиная с ХП в., с латинскими переводами арабских книг по арифметике, в первую очередь с арифметикой ал - Хорезми. Наряду с этими переводами важную роль играет латинский перевод "Книги Алгоризма о практике арифметики" Иоанна Севильского, "Книги введения Алгоризма в астрономическое искусство, составленной магистром А" (9.С.410). "Европейцы учились алгебре по "Алджабр" Мухаммеда ибн Мусы ал-Хорезми", - говорит С.Гандц. Далее он отмечает: "Из книги ал - Хорезми европейцы также узнали три основные группы уравнений второй степени:

$$x^2 + bx = c,$$
$$x^2 + c = bx,$$
$$x^2 = bx + c$$

и метод их решения" (4.С.410). Как констатирует Н.Юсупов, "...школа ал - Хорезми в тяжелые для европейской науки годы застоя научной мысли и в первые годы Возрождения подготовила известных математиков в лице Леонарда Пизанского, Паччали и др" (11.С.15). В.П.Шереметьевский подчеркивает, что "...арифметика в смысле логистики древних, алгебра уравнений первой и второй степени в трактатах ал-Хорезми, элементы теоретической арифметики и геометрии Евклида, наконец, тригонометрия внесли громадную сумму знаний по сравнению с тем, что было известно в Европе в начале ХП в.» (12.С.30).

Д.Сартон связывает с именем ал-Хорезми два периода в истории науки: первая половина IX в. - "период ал-Хорезми" (5.С.263), а перевод трактата ал -

Хорезми "Алджабр вал ал-мукабала" на латинский язык в ХП в. – "начало европейской алгебры" (5.С.263). В.П. Шереметьевский писал: "Теперь (с ХП в. - А.Ф.) должна была начаться работа прочного усвоения, полной ассимиляции как этих элементарных, так и более трудных частей античной и арабской науки, прежде чем могла наступить пора самостоятельных исследований. Эта подготовительная работа, так быстро выполненная арабами, затягивалась у их западных учеников более чем на три столетия" (12.С.35).

Итак, выдающиеся ученые и историки науки Европы и Америки в прошлом веке охарактеризовали Мухаммада ал-Хорезми как гениальный ученый (E.Wiedemann, 21.P.912, 320); крупнейший ученый (D.Smith, 22. P.170); дал алгебру Европе (D. Sarton. 5.P.263; D Smith. 20. P. 170); ясный мыслитель (Gandz. P.265), один из величайших математиков всех времен (D.Sarton, 5.P. 320).

Дольд-Самплониус И.: «Через Абу Камила и непосредственно алгебра ал-Хорезми оказала влияние на позднейших математиков, в частности на ал-Караджи и Леонардо Фибоначчи. Числовые примеры ал - Хорезми были стандарными примерами в течение столетий». Омар Хайям в своей "Книге об алгебре и алмукабале" (Макала фи-л-джабр ва-л-мукабала) также дает пример $x^2+10x=39$ (19.С.113).

А.И.Володарский: «Другое отличие между сочинениями" индийских ученых и ал-Хорезми заключается во внутреннем содержании текстов. Ни у одного из известных ныне индийских математиков и астрономов нет описания десятичной позиционной системы счисления, столь детально изложенной ал-Хорезми" (20.С.70).

М.М.Рожанская: "Вляние традиции ал - Хорезми в значительной степени определил направление развития испано-арабской астрономии, в которой важную роль играли индо-иранские и греческие доптолемеевские методы, которые стали известными на Пиренейском полуострове благодаря "Зиджу" ал-Хорезми… Поэтому можно с достаточной уверенностью утверждать, что "Зидж" ал-Хорезми вошел составной частью в ту совокупность знаний и методов,которые стали фундаментом астрономии эпохи Возрождения, а на этой основе затем сложилась коперниканская астрономия" (20.С.210).

П.Г.Булгаков: «По-видимому, ал-Маьмун создал среднеазиатский костяк своего научного окружения не непосредственно в Багдаде, а еще в бытность свою в Средней Азии" (21.С.22). «Заслугу ал-Хорезми перед мировой наукой трудно переоценить. Он был родоначальником могучей когорты ученых средневекового Востока, деятельность которых перебросила мост от античной науки к науке эпохи Возрождения» (21.С.5).

Р.Рашед: «Мы не можем, однако, претендовать на полноту описания алгебры по ал-Хорезми, не оценив ее плодотворности. Ведь идея какой-либо науки определяется не только самой ее разработкой, но и возможностью ее распространения, кумулятивной способностью преодолевать препятствия, которые она встречает в ходе развития, короче говоря, всеми направлениями исследований, которые она может вызвать. Именно в этом ал-Хорезми отличается от всякого возможного предшественника: только он один определяет взлет целого потока алгебраических исследований, не прерывающего до сих пор. Поэтому нам нужно исследовать историческое значение алгебры ал-Хорезми» (1.С.102).

Некоторые ученые сопоставляют ал - Хорезми и Евклида. Так, С.Гандц подчеркивает: «Несмотря на очевидное сходство, фигуры Евклида и ал - Хорезми по существу разные. Они доказывают различные примеры различными способами» (4.С.44).

Знаменитый математик М.В.Остроградский, как вспоминает В.П.Щеглов, высоко ценил открытую ал-Хорезми позиционную систему счисления: «Нам кажется, что после изобретения письменности самым большим открытием было использование десятичной системы счисления» (13.С.32).

Обычно итерационный алгоритм практически связывают с XV в. М.М.Рожанская ищет его в методах исследования еще ал-Хорезми: «ал-Хорезми приводит правило определения составляющих полного параллакса Луны π по долготе и широте… Значение ал-Хорезми получает с помощью изящного итерационного приема, который сводится к нахождению последовательных приближений… алгоритм ал-Хорезми» (14.С.163).

Труды ал-Хорезми переводились и издавались иногда в полном объеме, часто с комментариями и в некоторых случаях в составе трудов других ученых. П.Кунитцш совершил, как он сам считает, находку: «Трактат ал-Хорезми об использовании астролябии, сохранившийся в одной берлинской рукописи, послужил в значительной части основой для знаменитых «Сентенций об астролябии» конца X в. в Северо-Восточной Испании (изданных И.И.Мийсасом в 1931 г. – старейшего существующего европейского текста об астролябии, обширные части которого оказались буквальными переводами из трактата ал-Хорезми)» (15.С.122).

Относительно точности языка А.А.Дородницын писал: «Для универсальности использования КОМПЬЮТЕРОВ необходимо научить людей говорить «алгоритмическим» языком, тем точным языком, которым писал ал-Хорезми свои труды» (16.С.18). Речь идет о сути языка изложения, а по форме ал-Хорезми писал на естественном языке, а современные алгоритмические языки являются искусственными.

Книги ал-Хорезми издавались во многих европейских странах, а потом в Америке, Японии. Но В.Каунцнер гордится своей Германией: «Влияние ал-Хорезми было особенно значительным в германоязычной области. Но это не удивительно, так как математический ренессанс проходил, в основном, здесь» (15.С.111).

В чем заключается связь в понятийном аппарате математики и медицины? А.Н.Боголюбов и В.А.Гукович отвечают: «В средние века многие врачи занимались математикой и зачастую одни и те же лица читали и математику, и медицину. Это средство двух наук нашло свое выражение, например, в староиспанском языке, где словом «алхебристика» - алгебрист обозначали и математика, и врача. А ведь это слово то же ввел ал-Хорезми» (11.С.53).

М.М. Хайруллаев находит преемственную связь в области философии: «Творческая деятельность ал-Хорезми была направлена на изучение природы, на утверждение научных методов познания. Она способствовала формированию естественнонаучной и передовой философской мысли средневекового Востока, которая получила дальнейшее развитие в творчестве таких мыслителей, как ар-Рази, Фараби, ибн Сина, Беруни, ибн Рушд и др.» (18.С.33).

Обобщение огромного количества частных квадратных уравнений в виде конечных типов их классификации, выполненное великим ученым средневековья ал-Хорезми, положило начало современной алгебре. Ал-Хорезми открыл безупречные методы их решения, которыми, по существу, ежедневно пользуются все школьники мира. Методы эти обладают логическим совершенством, красотой мышления, педагогическим удобством. Эвристический характер открытых Мухаммадом ал-Хорезми методов решения задач получил всеобщее признание в мировой науке; не случайно одно из понятий современной науки – алгоритм – этимологически связано с именем ал-Хорезми. Алгебра и теория алгоритмов интенсивно развиваются и в настоящее время по различным направлениям.

Труды ал-Хорезми изданы на разных языках во многих странах мира, особенно в Европе и Америке и о его творчестве написано многократно. Все это свидетельствует об убедительном признании большого вклада в мировую науку.

4.2. Мировое развитие и распространение алгоритмических идей

Всю историю алгоритмов условно можно разделить на три этапа: 1) появление частных алгоритмов в древнем мире до Мухаммада ал-Хорезми, 2) создание Мухаммадом ал-Хорезми обобщенных алгоритмов вычислений в форме формул и их дальнейшее развитие до кибернетики, 3) появление алгоритмических языков общения между вычислителем (программистом) и вычислительной машиной (КОМПЬЮТЕРОВ).

Первый период можно назвать индукционным, второй –дедукционным, а третий – управленческим. С точки зрения эпистемологии наиболее важным считается создание дедуктивных алгоритмов для решения всевозможных конкретных вычислительных задач, суть которых – закономерности. Что касается третьего периода – это уже не само вычисление, а вычисление как средство для регулирования и управления различными процессами в природе, технике и общественной жизни (например, в авиации, космонавтике, средствах информации, производстве, экономике).

Нас в данном вопросе интересует в основном второй период – то, что связано с творчеством ал-Хорезми. Именно он - принципиально определяющее звено в истории развития алгоритмов. Наверное поэтому известный ученый – алгоритмиолог Jean – Luc Chabertet Al в своей книге «Al History of Algorithms. Springer – Berlin, Heidelbery, New York, Barcelona, Hong Kong, London, Milan, Paris, Singapore, Tokyo. 1999» историю алгоритмов начинает с высказывания ал-Хорезми на арабском и английском языках о концепции алгоритма.

Такого же общепринятого подхода к алгоритмам ал-Хорезми придерживаются и другие ученые: Alan Dolan and Joan Aldous («Algorithms. New York. 1993»; Tomas H.Cormen, Charlics E.Leiserson, Ronald L.Rivest, Clifford Stein. «Introduction to algorithms. Cambridge, London. 2001») и др.

В этих книгах исследованы алгоритмы конкретных ученых, общие алгоритмы и алгоритмы проблемного характера. Из этих и других фундаментальных книг мы приведем некоторые материалы общей панорамы мира алгоритмов.

В истории алгоритмов известны «алгоритм Евклида», «алгоритм Невилла», «алгоритм ал-Каши». Так они называются. Однако, если учесть основное свойство алгоритма, т.е. последовательную закономерность операций, то к ним можно относить методы Адамса, Бернулли, Вьете, Эйлера и др. Алгоритмами можно считать полиномы Бернштейна, Лежандра, Чебышева, Эрмита и др. И проблемы Гильберта, Ферма, Гёделя, Штурма и т.п. Такой подход профессора Жеан – Лук Кхаберта поддерживаем.

Опираясь на его классификацию, попытаемся составить «древо алгоритмов» следующим образом.

Алгоритм Беруни (973-1050)

$$\sin p(t+\Delta t)=\sin pt+\Delta t\Delta\sin(p-1)t+(\Delta t)^2[\Delta\sin pt-\Delta\sin(p-1)t].$$

Алгоритм Улугбека (1394-1449)

$$\rho=90^0\pm\arcsin\left[\sqrt{1-\cos^2\beta_2\cdot\sin^2\Delta\lambda}\,x\sin(90^0-\beta_1\pm\arcsin)\frac{\sin\beta_1}{\sqrt{1-\cos^2\beta_2\cdot\sin^2\Delta\lambda}}\right].$$

Алгоритм ал-Каши (1380-1429)

$$40\times60^{-4}+50\times60^{-3}+27\times60^{-2}+44\times60^{-1}+54+22\times60+19\times60^2+5\times60^3.$$

Алгоритм Кеплера (1571-1630)

$$f(x)=1-e\sin x.$$

Алгоритм Декарта (1596-1650)

$$r_{n+1}=\frac{1}{2}\left(r_n+\sqrt{r_n^2+\frac{r_1^2}{4^n}}\right).$$

Алгоритм Браункера (1620-1684)

$$\frac{4}{\pi}=1+\cfrac{1^2}{2+\cfrac{3^2}{2+\cfrac{5^2}{2+\cfrac{7^2}{2+\cfrac{9^2}{2+\ldots}}}}}$$

Алгоритм Паскаля (1623-1662)

$$N = a_n r_n + a_{n-1} r_{n-1} + \ldots + a_2 r_2 + a_1 r_1 + r_0.$$

Алгоритм Грегори (1638-1675)

$$\int_0^c f(x_0 + u)du = c\left[\Delta f_0 \int_0^1 t dt + \Delta^2 f_0 \int_0^1 \frac{t(t-1)}{2!} dt + \right.$$
$$+ \Delta^3 f_0 \int_0^1 \frac{t(t-1)(t-2)}{3!} dt +$$
$$\left. + \Delta^4 f_0 \int_0^1 \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)}{4!} dt + \ldots \right].$$

Алгоритм Ньютона (1642-1727)

$$f(x_0 + ct) = f(x_0) + t\left[\frac{\Delta f(x_0) + \Delta f(x_0 - c)}{2}\right] + \frac{t^2}{2!}\Delta^2 (x_0 - c) + \ldots +$$
$$+ \frac{t(t^2 - 1^2)(t^2 - 2^2)}{5!}\left[\frac{\Delta^5 f(x_0 - 2c) + \Delta^5 f(x_0 - 3c)}{2} + \ldots\right].$$

Алгоритм Лейбница (1646-1716)

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \cfrac{1^2}{2 + \cfrac{3^2}{2 + \cfrac{5^2}{2 + \cfrac{7^2}{2 + \cfrac{9^2}{2 + \ldots}}}}}$$

Алгоритм Тейлора (1685-1731)

$$x + v\frac{dx}{dz} + \frac{v^2}{1\cdot 2}\frac{d^2x}{dz^2} + \frac{v^3}{1\cdot 2\cdot 3}\frac{d^3x}{dz^3} + \ldots$$

<u>Алгоритм Стирлинга (1692-1770)</u>

$$\frac{1}{z(z+1)\ldots(z+k)z} = \frac{1}{z(z+1)\ldots(z+k+1)} + \frac{k+1}{z(z+1)\ldots(z+k+1)z}.$$

<u>Алгоритм Маклорена (1698-1746)</u>

$$\int_a^b y(t)dt = h\left(\frac{y(a)+y(b)}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} y(a+kh)\right) - \sum_{j=1}^{etc} h^{2j}\frac{B_{2j}}{2j!}\left[y^{(2j-1)}(b) - y^{(2j-1)}(a)\right].$$

<u>Алгоритм Бернулли (1700-1782)</u>

$$A + Bz + Cz^2 + \ldots + Pz^n + Qz^{n-1} + \ldots$$

<u>Алгоритм Эйлера (1707-1783)</u>

$$\pi = \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{4}{8n+1} - \frac{2}{8n+4} - \frac{1}{8n+5} - \frac{1}{8n+6}\right)\cdot\frac{1}{16^n}.$$

<u>Алгоритм Лежандра (1752-1833)</u>

$$\left(\frac{ab}{c}\right) = \left(\frac{a}{c}\right)\left(\frac{b}{c}\right)$$

Алгоритм Лагранжа (1736-1813)

$$U=\frac{U_0U_1\dfrac{x-x_2}{(x_0-x_2)(x_1-x_2)}+U_0U_2\dfrac{x-x_2}{(x_0-x_1)(x_2-x_1)}+U_1U_2\dfrac{x-x_0}{(x_1-x_0)(x_2-x_0)}}{U_0\dfrac{x_0-x}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}+U_1\dfrac{x_1-x}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}+U_2\dfrac{x_2-x_0}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)}}.$$

Алгоритм Будана (1761-1840)

$$P(x)=r_m(x-u)^m+r_{m-1}(x-u)^{m-1}+\ldots+r_1(x-u)+r_0.$$

Алгоритм Фоуриера (1768-1830)

$$A(k)=\frac{1}{N}\sum_{j=0}^{N-1}f_je^{-2injk/N}.$$

Алгоритм Гаусса (1777-1855)

$$\begin{gathered}\Omega=[nn]+2[an]p+2[bn]q+2[cn]r+2[dn]S+\ldots\\+[aa]pp+2[ab]pq+2[ac]pr+2[ad]ps+\ldots\\+[bb]qq+2[bc]qr+2[bd]qs+\ldots\\+[cc]rr+2[cd]rs+[dd]ss+\ldots\end{gathered}$$

Алгоритм Штурма (1803-1855)

$$V(c+u)=V(c)+uV'(c)+u^2V''(c)/2+\ldots u[V'(c)+uV''(c)/2+\ldots].$$

Алгоритм Якоби (1804-1851)

$$\int x^{n-1}\varphi(x)dx = x^{n-1}\int\varphi(x)dx-(n-1)x^{n-2}\int\int\varphi(x)dx^2 +$$
$$+(n-1)(n-2)x^{n-3}\int\int\int\varphi(x)dx^3+\ldots$$
$$+(-1)^{n-1}(n-1)(n-2)\ldots\int\ldots\int\varphi(x)dx^n.$$

Алгоритм Чебышева (1821-1894)

$$F(x)=\frac{h^n}{2^n}(e^{in\varphi}+e^{-in\varphi}).$$

Алгоритм Сейделя (1821)

$$W^{(p)}=Mx^{(p)}.$$

Алгоритм Пикарда (1856-1941)

$$y_{i+1}(x)=y_i(x)+\int_{x_0}^{x_1} f(x,y_i(x))dx.$$

Алгоритм Рунге (1856-1927)

$$\varphi(x_{i+1})-\varphi(x_i)=\int_{x_i}^{x_{i+1}}\varphi'(x)dx.$$

Алгоритм Валле Пуссена (1866-1919)

$$d_k=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cos kxdx$$
$$b_k=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\sin kxdx$$
$$(k=\overline{1,n}).$$

Алгоритм Кутта (1867-1944)

$$\Delta y = a\Delta^{I} + b\Delta^{II} + c\Delta^{III} + d\Delta^{IV} + c\Delta^{V} + \ldots$$

Алгоритм Бернштейна (1880-1968)

$$Q_n(x) = \Sigma\, f\left(\frac{p}{n}\right)\left(\frac{n}{p}\right) x^{p}(1-x)^{n-p}.$$

Алгоритм Невилля (1889-1961)

$$P_{i+1,j} = \frac{(x_{j+i+1} - x)P_{i,j} - (x_i - x)P_{i,j+1}}{x_{j+i+1} - x_i}.$$

Алгоритм Айткена (1845-1967)

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(F(x_n) - x_n)^2}{F(F(x_n)) - 2F(x_n) + x_n}.$$

Алгоритм Черча (1903-1995)

$$A(x,z) = A(A(x-1,2),1) = 2^{2^{III^2}}.$$

Алгоритм Поста (1897-1991)

$$A = \{a, b\},$$
$$U = \{u_1 = b,\ u_2 = babbb,\ u_3 = ba\},$$
$$V = \{v_1 = bbb,\ v_2 = ba,\ v_3 = a\}.$$

Алгоритм Лемера (1905-1991)

$$(-1)^n Q_n = (-1)^{e_0} P_1^{e_1} P_2^{e_2} \ldots P_z^{e_z}.$$

Алгоритм Геделя (1906-1978)

$$\varphi(k+1, x_2, \ldots, x_n) = \chi(k_1 \varphi(k_1 x_2, \ldots, x_n), x_2, \ldots, x_n)$$

x x

x

На основании этой хронологической иерархии составим следующее Древо алгоритмов:

Гедель 1906		1903 Черч
Пост 1897		1905 Лемер
Антиен 1895		1889 Невилле
Бернштейн 1880	**А**	1881 Ричардсон
Кутта 1867		1866 Валле-Пуссен
Рунге 1856	**Л**	1856 Пикард
Адамс1819		1821 Сейдель
Чебышев 1821	**Г**	1804 Якоби
Штурм 1803		1781 Саничу
Гаусс 1777	**О**	1768 Фурье
Руффини 1765		1762 Будан
Деламбер 1749	**Р**	1736 Лагранж
D’alembert 1717		1732 Лежандр
Бернулли 1700	**И**	1707 Эйлер
Стирлинг 1692		1648 Маклорен
Лейбниц 1646	**Т**	1685 Тейлор
Григорий 1638		1642 Ньютон
Паскаль 1623	**М**	1620 Броункер
Декарт 1596		1571 Кеплер
Вьетт 1540	**Ы**	1400 Ал-Каши
Улугбек 1394		973 Беруни
		836 Сабит ибн Курра

ал – Хорезми
(год рожд.
780)

Такова судьба научного творчества ал-Хорезми на планете Земля. И в космосе: один из ландшафтов Луны назван «Кратер ал-Хорезми» (83).

Заключение

В монографии изложены результаты исследований научного творчества одного из великих ученых всего мира и всех времен ал-Хорезми. Из текста видно, что ученые мирового значения опирались на его научные мысли и совершали тоже великие открытия. Нет ни одной энциклопедии, где бы не упоминалось его имя. В сотных энциклопедий стран мира достойно указано место ал-Хорезми в развитии математики, астрономии, географии, кибернетики, информационной технологии. Существует огромное количество книг и статей, посвященных развитию алгебры, теории алгоритмов и практике алгоритмизации.

Что касается пространственно-временной характеристики жизни и творчества ал-Хорезми, как указано в монографии, Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми (т.е. Хорезмский) родился, вырос, получил научное образование в Хорезмской области и в качестве талантливого, перспективного ученого был приглашен в Багдадскую Академию наук («Байт ал-Хикма»), которая считалась, особенно после прибытия сюда Мухаммада ал- Хорезми, центром наук на Востоке, а по существу, - всего мира раннего средневековья. Результаты научных исследований и экспериментальных опытов этой школы служили основными фундаментальными, на которые опиралось Европейское Возрождение, что убедительно доказано в монографии.

Конечно и тогда научные идеи не возникали на пустом месте. Древний Хорезм был одним из центров мировой цивилизации, где например, 2700 лет тому назад была создана книга «Авеста». Самобытная письменность, календарные системы, счетные правила, а также теория и практика ирригации и мелиорации, скотоводство и пастбище, ткачество и одежда, землемерие и строительное дело, прикладное искусство и культурный образ жизни — все это подтверждает наличие цивилизации достаточно высокого уровня. Кроме того, сам ал-Хорезми опирался на достижения науки и практики Древней Индии, Древней Греции, вообще древнего Востока и Запада. Научные открытия ал-Хорезми способствовали дальнейшему развитию этих жизненно важных направлений деятельности человека, общества. Он также дал наставления (своего рода кодекс) социально-экономического поведения людей в семье и обществе. Следовательно творчество ал-Хорезми является повседневно-практическим достижением в жизни народа.

В монографии описывается путь развития алгебры. И здесь необходимо отметитть, что решения отдельных уравнений как элементов алгебры были и до ал-Хорезми. Однако, как общепризнано в мировой литературе алгебра как наука была создана Мухаммадом ал-Хорезми, она продолжает развиваться до сих пор. В монографии создано «Древо алгебры» как наглядно-показательный «живой организм» развития этой отрасли науки. Каждая ветвь этого «древа» появилась в результате усилий выдающихся математиков. Даже сама алгебра ал-Хорезми укрепилась в результате борьбы между абациста- ми (сторонниками метода Абаки) и алгористами (сторонниками метода ал-Хорезми).

Метод алгоритма ал-Хорезми — один из важных среди сотен методов: математических, физических, химических, биологических. Если все эти методы служат познанию, то метод ал-Хорезми — метод не только познания, но и действия жизненной деятельности человека. В монографии, кроме того, показана заслуга ал-Хорезми в становлении методов индукции и дедукции, историзма и логизма. Исследованиями ал- Хорезми являются разные отрасли знания, следовательно, используются и разные частные методики. В монографии впервые отмечается, что общий стержень познания в областях математики, астрономии, географии, права, истории — алгоритмическая методика пошагового процесса.

Да, сама жизнь пошаговый процесс: от зачатка — до рождения — от рождения до смерти — существование организма после смерти. Взаимопереходы микромира-макромира- мегамира тоже алгоритмичны. Так что выявление и выделение алгоритмического метода и установление задач алгоритмизации — большое достижение науки и практики.

Список использованной литературы:

По первой главе

1. А л – Х о р е з м и Мухаммад ибн Муса. Математические трактаты. - Ташкент, 1983.

2. В а н д е р В а р д е н Б. Л. Пробуждающаяся наука. - М., 1959.

3. Ш р е д и н г е р Э. Бесконечность и Вселенная. М., 1969.

4. Э н г е л ь с Ф.Диалектика природы.

5. Р о з е н ф е л ь д Б. А. Вопросы истории естествознания и техники. Вып.1(26). М., 1969.

6. А л – Ф а р а б и. Философские трактаты. Алма-Ата, 1972.

7. К а р ы – Н и я з о в Т. Н. Избранные труды. Т.6. Ташкент, 1967.

8. Ю ш к е в и ч А. П. О вкладе ал - Хорезми в развитие арифметики и алгебры // Общественные науки в Узбекистане, 1983. №7.

9. С и р а ж д и н о в С. Х., М а т в и е в с к а я Г. П. // Общественные науки в Узбекистане. 1983. №7.

10. В о л о д а р с к и й А. И. Ал-Хорезми и индийская математика // Общественные науки в Узбекистане, 1983. №7.

11. А л е к с а н д р о в П. С. Математические открытия и их восприятие // Сб. Научное открытие и его восприятие. М., 1971.

12. G a n d z S. The origin of the term “Algebra”. The American Mathematical Monthly. V.XXXIII. 1926. № 9.

По второй главе

1. А л – Х о р е з м и М у х а м м а д и б н М у с а. Астрономические трактаты. Ташкент: Фан, 1983.

2. А л – Х о р е з м и М у х а м м а д и б н М у с а. Тригонометрические таблицы // Математические трактаты. Ташкент, 1983.

3. Б у л г а к о в П. Г., Р о з е н ф е л ь д Б. А., А х м е д о в А.А. Мухаммад ал-Хорезми. М.,1983.

4. Р о з е н ф е л ь д Б. А. Неэлементарная математика в трудах ал-Хорезми // Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми. К 1200-летию со дня рождения. М., 1983.

5. А х м е д о в А. А., Р о з е н ф е л ь д Б. А., С е р г е е в а Н. Д. Астрономические и географические труды ал-Хорезми // Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми. К 1200-летию со дня рождения. М., 1983.

6. А л – Х о р е з м и М у х а м м а д и б н М у с а. Математические трактаты. Ташкент, 1983.

7. Р а ш е д Р. Идея алгебры по ал-Хорезми // Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми. К 1200-летию со дня рождения. М., 1983.

8. Ф а й з у л л а е в О., Б у р и е в О. О карте ал-Маъмуна // Картография, геодезия ва кадастр. 200. № 1.

9. Ал – Х о р е з м и М у х а м м а д и б н М у с а. Книга истории // Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми. К 1200-летию со дня рождения. М., 1983.

10. М а р о т М. Источники географии ал-Хорезми // Великий ученый средневековья ал-Хорезми. М., 1983.

11. А х м е д о в А. А., Р о з е н ф е л ь д Б. А. «Зидж» и другие работы по астрономии // Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми. К 1200-летию дня рожндения. М., 1983.

12. Р о з е н ф е л ь д Б. А. Теория чисел, геометрия и астрономия в «Книге об индийской арифметике» ал-Хорезми // Великий ученый Средневековья ал-Хорезми. М., 1983.

13. М у х а м м а д и б н М у с а ал-Хорезми. К 1200-летию со дня рождения. М., 1983.

14. A y u p o v Sh., R a h i m o v A., U s m a n o v Sh. Jordan, Real and Lie Structures in Operator Algebras. Dordrech – Boston – London: Kluwer Academic Publishes, 1997.

По третей главе

1. К о л м о г о р о в А.Н. Алгоритм // БСЭ. Изд.2.

2. К а у н ц н е р В. Об одной ранней латинской обработке "Алгебры" ал-Хорезми в рукописи. MS Lyell 52.

3. Бадлеянская библиотека (Oxsford)//Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми. К 1200-летию со дня рождения. М., 1983.

4. К р и н и ц к и й Н.А. Алгоритмы вокруг нас. М., 1977.

5. Я н о в с к а я С.А. Предисловие к «Математическим рукописям».

6. Б о г о л ю б о в А. Н. Ал-Хорезми и вычислительная математика// Общественные науки в Узбекистане, 1983. N7.

7. У с п е н с к и й В. А. Алгоритм // БСЭ. Изд. 3. Т. 1.

8. А л – Х о р е з м и М у х а м м а д и б н М у с а. Астрономические трактаты. Т.,1983.

9. Д о р о д н и ц ы н А. А. Труды ал-Хорезми и современная информатика //Великий ученый средневековья ал-Хорезми. М., 1983.

10. С и р а ж д и н о в С. Х. Великий ученый – энциклопедист из Хорезма // Великий ученый средневековья ал-Хорезми. М., 1983.

11. А л – Х о р е з м и М у х а м м а д и б н М у са. Математические трактаты. Ташкент, 1983.

12. Ал-Хорезми Мухаммад. Книга о сложении и вычитании // Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми. К 1200-летию со дня рождения. М., 1983.

13. Ю ш к е в и ч А. П. О вкладе ал - Хорезми в развитие арфметики и алгебры // Общественные науки в Узбекистане, 1983. N7.

14. Р а ш е д Р. Идея алгебры по ал-Хорезми // Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми. М., 1983.

15. А л – Х о р е з м и М у х а м м а д и б н М у с а. Построение часов // Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми. К 1200-летию со дня рождения. М., 1983.

16. А л – Х о р е з м и М у х а м м а д и б н М у с а. Построение часов // Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми. К 1200-летию со дня рождения. М., 1983.

17. O s i r i s. Vol. I. Bruger (Belgium). 1938.

18. М а р г и н а н и Б у р х а н и д д и н А л и . Х и д а я. Т.IV.Ташкент, 1893.

19. Б а б у р. Книга II. Бабур-наме (записи Бабура). Ташкент, 1982.

20. Б е р у н и А б у Р а й х а н. Избр.пр. Т.III. Ташкент, 1966.

21. П о л а к. М. Вариационные принципы.

22. A new English Dictationary. Oxford. 1988.

23. «Algorism». The oxford English Dictionary. Vol.1. Oxford., 1933.

24. Энциклопедический словарь. Брокгауз и Ефрон. Т.1, 1890.

25. Большая энциклопедия. С.–Петербург. Т.I. 1904.

26. С у ш к е в и ч А. К. Высшая алгебра. Воронеж, 1923.

27. М а р к о в А. А. Теория алгорифмов. Труды математического института АН СССР. № 42. 1954; М а р к о в А. А. О нормальных алгорифмах, вычисляющих булевые функции // ДАН СССР, 1964. 157. №2;

28. Е р ш о в А. П. Операторные алгорифмы. Новосибирск, 1961; З у х о в и ц к и й С. И. Об алгорифмах для некоторых задач нелинейного программирования. Новосибирск, 1962; Н а г о р н ы й Н. М. Об алгорифмах для решения некоторых оптимационных задач. Новосибирск, 1962; М у м н т я н Э. Анализ граф-схемных алгорифмов. Л., 1964.

29. Algemene Winkler prins encyclopedie. Amsterdam – Brussel, 1956. T.1.

30. D e N i e u w e W.P. Encycpopedie in vigfdelen. Amsterdam – Brussel, 1961.

31. Standard encyclopedie. Brussel, 1965.

32. Hirschsprungs Konversations leksikon. Kobenhavn, 1962.

33. Nordisk konversations leksikon. Kobenhavn, 1960. T.1.

34. Adi Negavo. Ensiklopedi unum dalam bahasa Indonesia. Djakarta, 1954.

35. Lexsis. Tomo IV. Barcelona, 1954.

36. Diccionario enciclopedico abreviado. Tomo 1. Madrid, 1954.

37. Dissionario encyclopedico ilustrado de la lengna castellana. Editorial sopena Argentina. Buenos Aires, 1956.

38. Encyclopedia universal. Tomo Primero. Barcelona, 1964.

39. The pxford English Dictionary. Oxford, 1888.

40. A new English dictionary. London, 1932.

41. Webster's new international Dictionary. New York, 1934, 1948, 1955 (идентичны).

42. Webster's new twentienth century Dictionary. Second editon. Cleveland and New York, 1963.

43. Словарь иностранных слов. М., 1939.

44. Словарь иностранных слов. М., 1941.

45. Словарь иностранных слов. М., 1949.

46. Webster's Third new International Dictionary. London, 1961.

47. The world Book encyclopedia dictionary. Chicago, 1966.

48. Nuova enciclopedia sonzogno. Milano, 1953.

49. Piccola enciclopedia gazanti, 1949.

50. Piccola enciclopedia mondadary. 1951, 1960.

51. Enciclopedia moderna illustrata. Milano, 1952.

52. Enciclopedia Motta. Milano, 1957.

53. Grande dizionaryo encyclopedico. Torino, 1954.

54. Enciclopedia nuovissima. Milano,1959.

55. Enciclopedia gazzanti. Milano, 1959.

56. Dizionario enciclopedio sansoni. Sansoni – Firenze, 1960.

57. Galileo enciclopedia delle scienze edelle tecniche. 1964.

58. Grande enciclopedia vallardy. Milano, 1962.

59. Enciclopedia Popularna. Warshava, 1966.

60. Nouveau larousse classique. Paris, 1957.

61. Fokus illustrert familie leksikon. Oslo, 1959.

62. Enciclopedia Luso – Brasileira de cultura. Lisboa, 1963.

63. Dictionar enciclopedic Romin. Bucurest, 1962.

64. Dictionnaire usuel. Paris, 1956.

65. Dictionnaire des Ceuvres. Literatura. Philosophie. Musique. Sciences. Paris, 1968.

66. Otavan iso tietosanakiria.Helsinku, 1960.

67. Larousse universel. Paris, 1948.

68. Focus. Paris, 1963.

69. Grand larousse enciclopedigue. Paris, 1960.

70. Nouveau larousse universel. Paris, 1969.

71. Nouveau petit larousse. Paris, 1968.

72. Svensk uppslag sbok. Malmo, 1957.

73. Prizuchi slovnik nauchy. Praga, 1962.

74. Schweizer lexikon. Zurich, 1945.

75. Bonniers Folklexicon. Stockholm, 1957.

76. Focus uppslagsbook. Stockholm, 1959.

77. Bonniers Lexicon. Stockholm, 1961.

78. DATA. Molmo, 1967.

79. Lilla focus. Stockholm, 1965.

80. Prisma uupslags bok. Stockholm, 1966.

81. Lilla uppslags boken. Malma, 1964.

82. Mala ецинклопедиіа просвята. Београд, 1959.

83. Энциклопедия советик э Молдовянянек э. Кишинэу, 1970.

84. Українска радянська енциклопедія. Київ, 1959.

85. Grolier encyclopedia. New Yourk – Toronto, 1957.

86. Consolidated Webster comprehensive encyclopedis dictionary. Chicago, 1958.

87. Collier’s encyclopedia. New-Yourk-Toronto, 1960.

88. Funk & Wagnalls Standard dictionary. New Yourk, 1963.

89. The harper encyclopedia of scince. New Yourk – Washington, 1963.

90. The Columbia encyclopedia third edition. New Yourk & London, 1963.

91. Funk & Wagnalls standard college dictionary.

92. The readers Digest great Encyclopedic Dictionary. New Yourk, 1966.

93. Chambers’s encyclop/Edia. London, 1955.

94. Encyclop/Edia Britanica. Chicago-London-Toronto-Geneva-Sydney-Tokyo, 1965.

95. Larousse universal. Buenos Aires, 1958.

96. Diccionario Encyclopedico ilustrado de la lengua Espanola. Argentina. Buenos Aires, 1952.

97. Dissionario enciclopedico peuser. Republica Argentina. Buenos Aires, 1962.

98. Der Neve Brock haus. Munchen, 1968.

99. Nuevo diccionario enciclopedico y atlas universal codex. Buenos Aires, 1961.

100. Кратка Българвка енциклопедия. София, 1963.

101. Kislexikon. Budapest, 1968.

102. Ui Magyar lexikon. Budapest, 1959.

103. Revai ketkotetes lexikona. Budapest, 1947.

104. Der Grosse Brockhaus, München, 1952.

105. Der grosse Brockhaus. Verlag herder Freiburg, 1962.

106. Der Grosse Brockhaus. F.A.Brockhaus wiesbaden, 1958.

107. Lexikon A-Z in einem band. Leipzig, 1955.

108. Herders volks lexicon. Freiburg, 1956.

109. Lexikon A-Z in zwei banden. Leipzig, 1956.

110. Der neue herder. Verlag herder Freiburg, 1957.

111. Bertelsmann volkslexikon, 1963.

112. Meyers neues lexikon. Leipzig, 1961.

113. Duden-lexikon. Mannheim, 1961.

114. Der kleine Brockhaus. Munchen, 1961.

115. Brockhaus enzyklopadie. Munchen, 1966.

116. Knaurs Lexikon. Munchen, 1965.

117. Meyers taschen lexikon. Leipzig, 1966.

118. Das grosse duden-lexikon. Mannheim, 1964.

119. wer steckt dahinter. Dusseldorf. Wien, 1964.

120. Herders volkslexikon. Herder Freiburg-Basel-Wien, 1963.

121. Ullstain hand lexikon. Berlin-Frankfurt/M-Wein, 1950.

122. Der Grosse knaur. Munchen-Zurich, 1966.

123. Der Neue Herder. Wien, 1966.

124. Des. Bertelsmann lexikon, 1967.

125. Kleines lexikon. Leipzig, 1968.

126. Korfhage R. Logic and Algorithms. New Yourk-London-Sydney, 1966.

127. Ч е р ч А. Введение в математическую логику. Т.II. М., 1960.

128. К о н д а к о в Н. И. Логический словарь-справочник. М., 1975.

129. G a n d s S. The algebra of inheritance. Arehabilitation of Al-Khwarizmi. “Osiris”. Vol. V. 1938.

130. П о л а к М. Вариационные принципы.

131. Т о ф ф л е р О. Наука и изменение. Предисловие // Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса. М., 1986.

132. Л о с к у т о в А. Ю., М и х а й л о в А. С. Введение в синергетику. М., 1990.

133. Н и к о л и с Г., П р и г о ж и н И. Познание сложного. М., 1990.

По четвертой главе

1. Р а ш е д Р. Идея алгебры по ал - Хорезми // Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми. К 1200-летию со дня рождения.М., 1983.

2. Ю ш к е в и ч А. П. От редактора // Мухаммад ибн Муса ал - Хорезми. К 1200-летию со дня рождения.

3. А л – Х о р е з м и М у х а м м а д и б н М у с а. Математические трактаты. Ташкент, 1983.

4. G a n d z S. The sourses of al-Khowarizms algebra. Osiris. 1936. Vol.1.

5. S a r t o n G. Introduction to the histori of Science. Baltimore. 1927. Vol.1

6. W i e d e m a n n E. The 4 0Encuclopedia Americana.New-York-Chicago. 1949.

7. S m i t D. Hirshpnungs conversation leksicon, Kobenhavn.1962.

8. Ч и с т я к о в В. Д. Три знаменитые задачи древности. М., 1963.

9. S i m o n M. Z. Hwarizmish sabalgabrwal mugabala. Archiv der Math. und Phusik.

10. Ш м и д т О. Ю., К у р о ш А. Г. Алгебра // БСЭ. Изд. 2-е. Т.2.

11. Ю с у п о в Н. Очерки по истории развития арифметики на Ближнем Востоке. Казань, 1932.

12. Ш е р м е т ь е в с к и й В. П. Очерки по истории математики. М., 1940.

13. Щ е г л о в В. П. Ал-Хорезми и современность // Великий ученый средневековья ал-Хорезми. Ташкент, 1985.

14. Р о ж а н с к а я М. М. О значении "Зиджа" ал - Хорезми в истории астрономии // Мухаммад ибн Муса ал - Хорезми. К 1200-летию со дня рождения. М., 1983.

15. К у н и т ц ш П. Новое в научном наследии ал-Хорезми // Великий ученый Средневековья ал-Хорезми. Т., 1985.

16. Д о р о д н и ц ы н А. А. Труды ал-Хорезми и современная информатика // Великий ученый средневековья ал-Хорезми. Ташкент, 1985.

17. Б о г о л ю б о в А. Н., Г у к о в и ч В. А. Значение работ ал-Хорезми для медицины // Великий ученый средневековья ал-Хорезми. Ташкент, 1985.

18. Х а й р у л л а е в М. М. О мировоззрении и научных идеях ал-Хорезми // Великий ученый средневековья ал-Хорезми. Ташкент, 1985.

19. Д о л ь д - С а м п л о н и у с И. Об алгебраическом уравнении ал-Хорезми (1V случай, сх2+вх=а) // Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми. К 1200-летию со дня рождения. М., 1983.

20. В о л о д а р с к и й А. И. Ал - Хорезми и распространение индийской арифметики // Мухаммад ибн Муса ал - Хорезми. К 1200-летию со дня рождения. М., 1983.

21. The Enciclopedia of Islam II; Gandz S. The algebra of inheritance. A rehabi liation of Al-Khuwarizmi. Osiris. Vol. V. 1938.

22. Б у л г а к о в П. Г., Р о з е н ф е л ь д Б. А., А х м е д о в А. А. Мухаммад ал-Хорезми. М., 1983.

23. S m i t h D. History of mathematics. I.

24. G a n d s S. On the origin of the term “Rot”. The American Mathematikal Monthly. 1926.

25. М а т в и е в с к а я Г. П. Выдающийся математик Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми и литература о нем // Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми. Математические трактаты. Ташкент, 1983.

26. Великий ученый Средневековья ал-Хорезми. Т., 1985.

27. Ф е д о с е е в П. Н. (Москва). Вступительное слово // Великий ученый средневековья ал-Хорезми. Ташкент, 1985.

28. С а д ы к о в А. С. Ал-Хорезми – эпоха, жизнь и труды. Там же.

29. А с и м о в М. С. (Душанбе). Ал-Хорезми и опыт культурно-исторического синтеза. Там же.

30. Д о р о д н и ц ы н А. А. (Москва). Труды ал-Хорезми и современная информатика. Там же.

31. С и р а ж д и н о в С. Х. Великий ученый энциклопедист из Хорезма. Там же.

32. Щ е г л о в В. П. Ал-Хорезми и современность. Там же.

33. Х а й р у л л а е в М. М. О мировоззрении и научных идеях ал-Хорезми. Там же.

34. К а б у л о в В. К. Ал-Хорезми-алгоритм-алгоритмизация. Там же.

35. Н е г м а т о в Н. Н. (Душанбе). Научно-технические основы хорезмийской цивилизации и Мухаммад ал-Хорезми. Там же.

36. Б о г о л ю б о в А. Н., Г у к о в и ч В. А. (Киев). Значение работ ал-Хорезми для медицины.

37. К а р и м о в У. И. Врачи эпохи ал-Хорезми. Там же.

38. Б у л г а к о в П. Г. Научное окружение ал-Хорезми в Багдаде. Там же.

39. Р о з е н ф е л ь д Б. А. (Москва). Теория чисел, геометрия и астрономия в «Книге об индийской арифметики» ал-Хорезми. Там же.

40. М а т в и е в с к а я Г. П. История изучения научного творчества ал-Хорезми. Там же.

41. М а к с у д о в Ф. Г. (Баку). Геракла и Аныр-Таш – архитектурные памятники времен ал-Хорезми. Там же.

42. Ф о г е л ь К. (ФРГ). Как ал-Хорезми стал известен в Германии. Там же.

43. К и н г Д. (США). Пять малых трудов ал-Хорезми: новые тенденции в математической астрономии в IX в. Там же.

44. Б р е й н с Э. М. (Голландия). «Шесть уравнений». Развитие до и после ал-Хорезми. Там же.

45. А л л а р А. (Бельгия). Знакомство с арифметикой ал-Хорезми посредством латинских алгоритмов. Там же.

46. К а у н ц н е р В. (ФРГ). О влиянии сочинений ал-Хорезми на запасную математику. Там же.

47. М а р о т М. (Венгрия). Источники географии ал-Хорезми. Там же.

48. З е м а н е к Х. (Австрия). Рукописи трудов ал-Хорезми. Там же.

49. К у н и т ц ш П. (ФРГ). Новое в научном наследии ал-Хорезми. Там же.

50. Б р е н т ь е с С. (ФРГ). Следы греческих арифметических трудов по элементарной теории чисел в арабских трактатах IX-начала X в. Там же.

51. Ф а й з у л л а е в А. Ф. Характерные черты развития научных идей Мухаммада ал-Хорезми. Там же.

52. Б у р а б а е в М. С. (Алматы). Идейные связи Мухаммада ал-Хорезми и Абу Насра ал-Фараби. Там же.

53. О н о п р и е н к о В. И. (Киев). Интегративная роль математики и истории науки. Там же.

54. Ю л д а ш е в К. Ю. (Самарканд). О социально-экономических аспектах творчества ал-Хорезми. Там же.

55. А б д у р а х м а н о в А. Ал-Хорезми – великий математик. Там же.

56. С и д д и к о в Х. С. (Ургенч). Мухаммад ал-Хорезми творец алгебры. Там же.

57. Ж а р о в В. К. Об инструментальном счете в арифметическом трактате ал-Хорезми. Там же.

58. Р о ж а н с к а я М. М. (Москва). Историко-астрономическое значение «Зиджа» ал-Хорезми. Там же.

59. С о к о л о в с к а я З. К. (Москва). «Доптолемеевский» период истории астрономических инструментов на Ближнем и Среднем Востоке. Там же.

60. А б ду л л а-З а д е Х. Ф. (Душанбе). Ал-Хорезми и багдадские астрономы. Там же.

61. У с м а н о в А. У. (Самарканд). Теория затмений Насриддина Туси в свете «Зиджа» ал-Хорезми. Там же.

62. Ю с у п о в а Г. Э. Роль планетной теории ал-Хорезми в средневековой астрономии. Там же.

63. М а р у а ш в и л и Л. (Тбилиси). Географ, расширивший Ойкумену. Там же.

64. Х а с а н о в Х. Х., Б у р и е в А. Средняя Азия в «географии» ал-Хорезми и трудах его последователей. Там же.

65. А х м е д о в А. А. «Книга картины Земли» ал-Хорезми. Там же.

66. А л ек с а н д ро в с к а я О.А. (Москва). Место «Книги картины Земли ал-Хорезми в средневековой географической традиции». Там же.

67. К а л и н и н а Т. М. (Москва). «Книга картины Земли» ал-Хорезми как источник по истории народов. Там же.

68. А б д у л л а е в М. (Махачкала). Ал-Хорезми и научная мысль в Дагестане. Там же.

69. В о л о д а р с к и й А. И. (Москва). Ал-Хорезми и индийская математика. Там же.

70. А х а д о в а М. А. (Бухара). Математика Индии и ал-Хорезми. Там же.

71. М у з а ф ф а р о в а Х. Р. (Душанбе). Индийская математика в Средней Азии после ал-Хорезми. Там же.

72. А б р а р о в а М. А. (Бухара). Развитие идей ал-Хорезми в работах ал-Караджи. Там же.

73. Б е л ы й Ю. А. (Николаев). Роль трудов ал-Хорезми в становлении Региомонтана как ученого-алгебраиста. Там же.

74. Н е в с к а я Н. И. (Ленинград). Ал-Хорезми и его труды в Петербургской астрономической школе XVIII в. Там же.

75. И б а д о в Д ж. Х. Творчество ал-Хорезми в оценке восточных ученых – энциклопедистов X-XVI вв. Там же.

76. С а д р и т д и н о в а З. Ал-Хорезми и восточные учебники по арифметике в X-XI вв. Там же.

77. Хорезм и Мухаммад ал-Хорезми в мировой истории и культуре. Душанбе, 1983.

78. Jean-Luc Chabert et Al. A history of algorithms. Springer – Berlin, Heidelbery, New York, Barcelona, Hong Kong, London, Milan, Paris, Singapore, Tokyo, 1999.

79. Alam Dolan and Joan Aldons. Algorithms. New York, 1993.

80. T o m a s H., C o r m e n, C h a r l i c s E. Leiserson, Ronald L. Rivest, Clifford Stein. Introduction to algorithms. Cambridge, London, 2001.

81. R u s s e l B. The Principles of Mathematics. Cambridge: Cambridge University Press, 1903.

82. M a n n a Z. Mathematical teory of computation. New York: Me Gram – Hill. Ink., 1977.

83. Encyclopedia Brirtanica.

84. A b u Ja’far Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi. http: // www – groups. dcs.sr-and ac-uc/history mathematicans Al-Khwarizmi. html.

85. Ф а й з у л л а е в А. Ф. Дифференциальные уравнения движения двойного маятника на вращающейся Земле // Проблемы механики. 2002. № 2.

86. Ф а й з у л л а е в А. Ф. Алгоритмизация систем в синергетике // Современные проблемы алгоритмизации и программирования. Ташкент, 2001.

87. Ф а й з у л л а е в А. Ф. Гипотеза Беруни о свободном падении тела на Землю // Проблемы механики. –2003. № 2.